

SENTENCIAS CUANTIFICADAS DIFUSAS: APLICACIONES A LA FUSIÓN DE INFORMACIÓN

M. Dolores Ruiz¹, Juan Gómez-Romero¹, Daniel Sánchez^{1,2}, Maria J. Martín-Bautista¹

¹Dpto. Ciencias de la Computación e I.A., CITIC-UGR, Universidad de Granada,
{mdruiz,jgomez,daniel,mbautis}@decsai.ugr.es

²European Centre for Soft Computing, Mieres, daniel@softcomputing.es

Resumen

Las sentencias cuantificadas difusas ofrecen un modelo formal para procesar conocimiento expresado en términos del número de individuos de un conjunto (difuso) que cumplen una propiedad imprecisa. Por su carácter expresivo, este tipo de sentencias han sido utilizadas en diversos dominios que requieren representación del lenguaje natural. Sin embargo, su uso en sistemas de fusión de información es escaso, a pesar de la creciente necesidad de incorporar fuentes de datos *soft* que plantean los problemas de fusión de alto nivel más recientes. En este trabajo realizamos un repaso de los modelos de sentencias cuantificadas descritos en la literatura y sus aplicaciones en problemas relacionados con la fusión de información.

Palabras Clave: Cuantificación difusa, fusión de información.

1 INTRODUCCIÓN

La fusión de información tiene como objetivo combinar datos procedentes de sensores distribuidos y heterogéneos e información relacionada para mejorar los resultados que podrían obtenerse utilizando un único sensor [30]. Tradicionalmente, la investigación en esta área se ha centrado en la denominada *fusión de bajo nivel*, que abarca las etapas de extracción de características de la señal y reconocimiento de objetos. En los últimos años, no obstante, ha crecido sustancialmente el interés en la *fusión de alto nivel*, que tiene como objetivo descubrir las relaciones cualitativas existentes entre las entidades observadas para analizar si suponen algún riesgo y, en consecuencia, ayudar a la toma de decisiones. Así, la fusión de alto nivel trata menos de la adquisición de datos de sensores tradicionales

(o *sensores hard*), y más de la agregación e interpretación de información secuenciada para obtener una visión global del escenario sometido a observación. Un elemento cada vez más habitual en estos sistemas son los *sensores soft*, que recogen datos generados por humanos en forma no estructurada (informes de texto, OSINT, etc.). Este cambio de paradigma de la fusión de bajo nivel a la fusión de alto nivel ha puesto de manifiesto la necesidad de incorporar en los sistemas técnicas destinadas a modelar y procesar información expresada en lenguaje natural (e.g. [31]).

Un tipo interesante de expresiones del lenguaje natural son las sentencias cuantificadas, esto es, aquellas que involucran algún tipo de cuantificador. Los cuantificadores más simples son los utilizados habitualmente en la lógica de primer orden \forall y \exists . Sin embargo, es frecuente encontrar en el lenguaje natural otro tipo de cuantificación que no puede modelarse utilizando únicamente estos símbolos, como por ejemplo en las expresiones “más de 3 (personas)” o “la mitad”. Es más, en muchas situaciones esta cantidad se expresa de forma vaga, como por ejemplo en “casi todos”, “alrededor de 3”, “pocos”, etc. Por otra parte, puede ocurrir que la propiedad sobre la que se expresa la cuantificación sea imprecisa, como en “la mitad de los alumnos son *bajos*” o “casi todos los objetos detectados son *grandes*”. Las sentencias cuantificadas difusas ofrecen un marco formal para el manejo de este tipo de conocimiento y, en consecuencia, han sido utilizadas en dominios directamente relacionados con el modelado del lenguaje natural, como por ejemplo en acceso y recuperación de información, resumen lingüístico o sistemas expertos [22, 10].

En este trabajo se describen varias aplicaciones de las sentencias cuantificadas difusas de interés para la fusión de información, con el objetivo de explotar posibles sinergias entre las dos áreas. Explicaremos, en primer lugar, los fundamentos teóricos del formalismo de las sentencias cuantificadas difusas (Sección 2), para repasar a continuación varias propuestas relevantes clasificadas por áreas (Sección 3). Finalizaremos el artículo con un resumen de las conclusiones más importantes del estudio y algunas ideas de trabajo futuro.

2 CUANTIFICACIÓN DIFUSA

Históricamente, los primeros trabajos que consideran cuantificación lingüística son los de A. Mostowski, que estudian los operadores lógicos \exists y \forall desde un punto de vista operacional [36]. Más tarde, N. Rescher describe más tipos de cuantificadores además de “todos” y “existe” [41]. Una de las primeras propuestas en el ámbito de la Lógica Difusa sobre sentencias cuantificadas se debe al propio L. Zadeh [51]. En ella se consideran dos tipos de cuantificadores: los absolutos (“existe”, “exactamente 5”, “aproximadamente 8”), que representan una cantidad absoluta; y los relativos (“al menos la mitad”, “la mayoría”, “alrededor del 20%”), que representan proporciones o porcentajes. A su vez, Zadeh clasifica las sentencias cuantificadas en dos tipos: sentencias de tipo I, que tienen la estructura “ Q de los X son A ”, siendo Q un cuantificador y A una propiedad difusa sobre el referencial X (por ejemplo, “la mayoría de los objetos detectados son grandes”); y sentencias de tipo II, con estructura “ Q de los D son A ”, siendo Q un cuantificador y A, D propiedades difusas (por ejemplo, “casi todos los [objetos detectados] grandes son rojos”). En esta propuesta, un cuantificador es un subconjunto difuso convexo y normal de los enteros (para los absolutos) o del intervalo $[0, 1]$ (para los relativos). En las figuras 1 y 2 podemos ver algunos ejemplos de cuantificadores de este tipo.

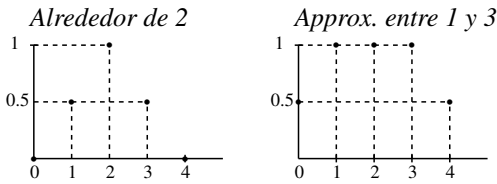


Figura 1: Ejemplos de cuantificadores absolutos

No obstante, en lenguaje natural encontramos cuantificaciones que no pueden modelarse con cuantificadores absolutos o relativos. Para poder resolver este problema, I. Glöckner propone en [17] una estrategia distinta para generalizar la cuantificación difusa a cualquier tipo de cuantificador basándose la Teoría de los Cuantificadores Generalizada (TGQ, Theory of Generalized Quantifiers) [2, 29]. La TGQ reconoce más de 30 tipos de cuantificadores, que se clasifican en unarios (“Juan es A ”) o n -arios (“algunos A s son B s”); cuantitativos (“alrededor de diez”) o no cuantitativos (“todos excepto uno”); simples (“muchos”) o compuestos (“la mayoría de los casados de A son B o C ”) (siendo A, B, C conjuntos difusos). Formalmente se define un *cuantificador difuso n -ario* como una función $\tilde{Q}: \mathcal{P}(X)^n \rightarrow [0, 1]$ donde $\mathcal{P}(X)$ es el conjunto formado por todos los posibles subconjuntos difusos definidos sobre X . Un ejemplo de cuantificador de este tipo podría ser

$$\widetilde{todos}(X_1, X_2) = \inf \left\{ \min \left(1 - X_1(x), X_2(x) \right) \mid x \in X \right\}.$$

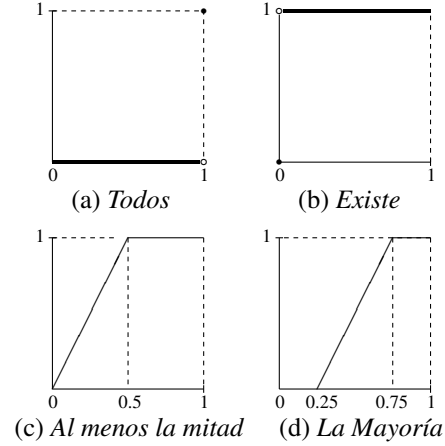


Figura 2: (a)-(b) Ejemplos de cuantificadores unarios, (c)-(d) cuantificadores relativos

representando *todos los X_1 son X_2* . Lo más interesante de esta propuesta es que Glöckner desarrolla un proceso para generalizar cuantificadores crisp a sus análogos difusos. A este tipo de transformaciones se las llama QFM (Quantifier Fuzzification Mechanism), y el término cuantificador se denomina *determinante*. El beneficio principal de usar este tipo de procedimiento es que no es necesario definir el cuantificador difuso caso por caso.

Una vez establecidas las bases para definir distintos tipos de cuantificadores difusos, podemos encontrar en la literatura diversos métodos de evaluación de sentencias cuantificadas, que calculan en qué grado una sentencia cuantificada es cierta o no. Una buena recopilación de las numerosas propuestas desarrolladas en la literatura se pueden encontrar en [10]. Algunas de las más utilizadas son el método de Zadeh usando el cardinal Σ -count, el método de R. Yager basado en operadores OWA y los métodos basados en la cardinalidad de un conjunto difuso [10].

3 APLICACIONES

3.1 AGREGACIÓN DE INFORMACIÓN

Uno de los principales ámbitos de aplicación de las sentencias cuantificadas ha sido la agregación de información en problemas de decisión multi-objetivo o multi-criterio. En estos, los criterios se representan mediante conjuntos difusos definidos sobre el espacio de decisiones y se agregan usando operadores difusos para obtener la función de decisión global. En este contexto, Yager define varios métodos de agregación de criterios en base a su importancia [45, 47, 50]; entre ellos, el uso de conectivos y cuantificadores difusos para definir las medidas de media y de inclusión difusa [48]. Por su parte, J. Kacprzyk et al. [20, 21] proponen aplicar cuantificadores lingüísticos en toma de

decisiones en grupo. Los cuantificadores son empleados para representar una mayoría difusa que simboliza la percepción humana de la esencia de la mayoría, asumiendo que las relaciones de preferencia individuales son dadas.

Cuando los datos proceden de diferentes fuentes, los criterios de agregación pueden representarse mediante sentencias cuantificadas, que resultan fáciles de interpretar y utilizar [18]. Una aproximación mixta es la que proponen Eciolaza y Triviño [16], que agregan descripciones lingüísticas cuantificadas basadas en lenguaje natural. En particular, se centran en la detección de eventos de riesgo durante la conducción de vehículos usando datos de simulaciones. Una vez realizada la evaluación de las sentencias cuantificadas, generan informes basados en la detección y descripción de los eventos que tienen lugar durante las sesiones de conducción. En la sección 3.3 se detallan más aproximaciones destinadas a la creación de resúmenes lingüísticos de conjuntos de datos.

3.2 MINERÍA DE DATOS Y RECUPERACIÓN DE INFORMACIÓN

En Minería de Datos destacan las propuestas que utilizan un tipo particular de sentencia cuantificada para extraer reglas de asociación. Así, la definición de una regla del tipo $D \rightarrow A$ se modela mediante una sentencia s de tipo II “ Q de los D son A ”, donde $Q = \text{la mayoría}$. De esta forma, la validez de la regla $D \rightarrow A$ se calcula como la evaluación de la sentencia s [11].

De manera similar, el aprendizaje inductivo puede considerarse un proceso por el que se infiere la descripción de una clase usando un conjunto de ejemplos conocidos. Los ejemplos se describen por pares del tipo *atributo-valor* y son clasificados como positivos o negativos. La propuesta presentada en [22] trata de determinar hasta qué punto cada tupla satisface un criterio (como por ejemplo ser un ejemplo positivo o negativo) evaluando el grado de satisfacción usando sentencias cuantificadas.

Respecto a la recuperación de información, en [22, 4, 19] encontramos varias propuestas para realizar consultas usando sentencias cuantificadas del tipo “encuentra las áreas en las que la mayoría de las edificaciones son oscuras”. Estas aproximaciones permiten obtener información de manera flexible de una base de datos [9], así como expresar la información recuperada de forma comprensible para los usuarios [5, 32, 33, 12]. Los trabajos de J. Kacprzyk et al. son pioneros en este campo [28, 27]. También podemos encontrar en la literatura algunos avances en el desarrollo de buenas medidas para calcular la efectividad de los sistemas de recuperación de información. En [35] se proponen dos nuevas extensiones para medir la precisión y el *recall* de forma difusa que se basan en métodos para medir la validez de sentencias cuantificadas.

3.3 RESUMEN LINGÜÍSTICO

En el ámbito de la fusión de información son de especial relevancia las técnicas de resumen de datos, dado el gran volumen que se maneja en los sistemas actuales. En particular, los resúmenes lingüísticos permiten presentar de forma simplificada y comprensible grandes cantidades de datos al usuario. R. Yager define el resumen lingüístico como una tupla $\langle S, R, Q, T \rangle$ donde S es un *summarizer* (un término lingüístico difuso; por ejemplo, $S = \text{joven}$), R es un *qualifier* (un término lingüístico difuso; por ejemplo, $R = \text{contratado recientemente}$), Q una cantidad acordada (un cuantificador; por ejemplo, $Q = \text{la mayoría}$) y T un valor de verdad (un grado de evaluación de la sentencia “ Q de los R en D son S ”; por ejemplo, “la mayoría de los empleados contratados recientemente son jóvenes”) [44]. Este concepto fue desarrollado en [44, 49], donde se ofrece además una medida de cómo de informativo es un resumen, y modificado posteriormente por S. Zadrozny en [55].

En [37] se puede encontrar un análisis de diferentes métodos para resumen lingüístico. En este trabajo se analiza la idoneidad de diferentes métodos según distintas combinaciones de cuantificadores con un número creciente o decreciente de *summarizers* y de *qualifiers*. Por su parte, F. Díaz-Hermida et al. [13] proponen una arquitectura funcional para el resumen lingüístico estructurada en tres capas. La primera se basa en una gramática difusa que se utiliza para definir las expresiones resumidas; la segunda incluye un conjunto de procedimientos y mecanismos de decisión para definir o filtrar resúmenes; la tercera es una capa de generación textual cuyo objetivo es adecuar los resúmenes para los usuarios. Estos autores, además, clasifican el problema de resumen lingüístico en dos grandes casos: generación de resúmenes a través de la instanciación de secuencias lingüísticas difusas y composición coherente de resúmenes atómicos o simples.

Una aplicación significativa de las sentencias cuantificadas para construir resúmenes lingüísticos con aplicación a fusión es el procesamiento de datos temporales. Los primeros trabajos acerca del concepto de resumen de series temporales se deben también a J. Kacprzyk et al. [23, 24]. Estas ideas han sido aplicadas en diversos dominios: cuidado de personas mayores a partir de datos de sensores de movimiento [43], análisis de datos hospitalarios [7, 6], estudios comerciales [26] o categorización de textos [25]. Otro uso interesante es la descripción lingüística de imágenes. En [1] se propone un método para generar descripciones de imágenes de satélite de la superficie del planeta Marte. En esta trabajo se asigna un grado de validez a las denominadas *percepciones computacionales*, que son sentencias cuantificadas del tipo “la imagen contiene un círculo grande”. Por su parte, J. Chamorro et al. utilizan sentencias cuantificadas para la generación de histogramas lingüísticos en [8]. Estos histogramas se definen como una función que asigna un cuantificador lingüístico a cada color difuso. Para construir

el histograma se usan cuantificadores adecuados que representan la cantidad o la proporción de píxeles que tiene cada color en el histograma. La elección se hace evaluando el grado de cumplimiento de la siguiente sentencia cuantificada Q de los píxeles en la imagen están pintados con el color difuso C para cada Q en el conjunto de cuantificadores lingüísticos difusos proporcionados por el usuario.

El resumen lingüístico es también uno de los objetivos de los sistemas de consulta-respuesta flexible. Por ejemplo, en [3] se describe un método para generar un resumen lingüístico de un atributo numérico que aparece en una consulta difusa. También se presenta un procedimiento para obtener dichos resúmenes que se basa en resolver un problema de optimización usando sentencias cuantificadas del tipo “ Q elementos de B son F ”, donde B es una bolsa difusa que representa la respuesta de la consulta difusa y F es un número difuso definido en el mismo soporte que B . Otros autores han desarrollado un lenguaje de consulta difuso denominado SummarySQL, que permite incluir los resúmenes lingüísticos como un operador más de consulta difusa y evaluar después el resumen mediante una medida de validez de las disponibles en la literatura [39, 40].

3.4 REPRESENTACIÓN Y RAZONAMIENTO CON LENGUAJE NATURAL

Además del resumen lingüístico, las sentencias cuantificadas se han empleado en otras áreas relacionadas con la gestión de conocimiento expresado en lenguaje natural. En concreto, las sentencias cuantificadas difusas permiten realizar razonamiento deductivo, entendido como la capacidad de inferir nuevas aserciones implícitas a partir de un conjunto dado de premisas explícitas. En particular, es posible realizar razonamiento silogístico con premisas y conclusiones expresadas como sentencias cuantificadas. Un ejemplo de silogismo clásico es el siguiente, donde PR_1 y PR_2 denotan la primera y la segunda premisa, respectivamente, y C la conclusión:

$$\begin{array}{l} PR_1 \quad Q_1 \text{ of } X \text{ are } A \\ PR_2 \quad Q_2 \text{ of } Y \text{ are } X \\ \hline C \quad Q_3 \text{ of } Y \text{ are } A \end{array}$$

Algunos trabajos notables en este área son los de L. Zadeh [52, 53, 54], R. Yager [46], D. Dubois et al. [15, 14] y M. Pereira-Fariña et al. [38]. Este último propone transformar un problema de razonamiento silogístico en un problema de optimización, permitiendo usar cualquier tipo de cuantificador compatible con la TGQ.

También se han realizado propuestas para representación y razonamiento con sentencias cuantificadas en formalismos lógicos derivados de las Lógicas de Descripción (DLs, Description Logics). Las DLs son una familia de lógicas especialmente orientadas a la representación de conocimiento estructurado que, si bien son menos expresivas que la ló-

gica de primer orden, garantizan que el razonamiento con ellas es decidible. Las Lógicas de Descripciones Difusas (fDLs, fuzzy DLs) extienden a las DLs tradicionales permitiendo que un concepto denote un conjunto difuso de individuos, una propiedad un conjunto difuso de individuos, y un axioma una fórmula que se cumple con un grado [34]. Entre las diversas propuestas de fuzzy DLs, existen algunas que ofrecen cuantificadores difusos como constructores [42].

4 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo hemos revisado algunas áreas de aplicación de las sentencias cuantificadas difusas de interés para la comunidad investigadora en fusión de investigación. Especialmente, destacamos dos de ellas: (1) la generación de resúmenes de grandes volúmenes de datos mediante frases en lenguaje natural; (2) la agregación de información heterogénea y de carácter lingüístico. Mientras que la segunda puede ser de utilidad en muchos de los sistemas ya existentes, la primera se presenta como una herramienta muy útil para afrontar los retos que plantean los sistemas multi-sensor y multi-criterio actuales, así como las dificultades derivadas del uso de información textual en fusión *soft*.

De cara al futuro conviene tener en cuenta que en fusión de información existen numerosos paradigmas para representación de información incierta e imprecisa, y que será necesario estudiar cómo pueden combinarse con ellos los distintos tipos y propuestas de sentencias cuantificadas difusas. Asimismo, será necesario tener en cuenta las restricciones de tiempo de procesamiento propias de los sistemas de fusión, un aspecto que en muchas de las aplicaciones descritas en este trabajo no ha sido tenido en cuenta.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Junta de Andalucía dentro del proyecto P11-TIC-7460 y por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España dentro del proyecto TIN2012-30939.

Referencias

- [1] A. Álvarez Álvarez, D. Sánchez-Valdes, and G. Triviño. Automatic linguistic description about relevant features of the Mars' surface. In *Proc. ISDA 2011*, pages 154–159, 2011.
- [2] J. Barwise and R. Cooper. Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics and Philosophy*, 4:159–219, 1981.
- [3] I. Blanco, D. Sánchez, J.M. Serrano, and M.A. Vila. A new proposal of aggregation functions: The linguistic

- summary. In *Proc. IFSA'03*, pages 127–134. Springer, 2003.
- [4] P. Bosc, L. Lietard, and O. Pivert. Quantified statements and database fuzzy querying. In *Fuzziness in Database Management Systems, Studies in Fuzziness*, pages 275–308. Physica-Verlag, 1995.
- [5] P. Bosc and O. Pivert. Fuzzy querying in conventional databases. In *Fuzzy Logic for the Management of Uncertainty*, pages 645–671. Wiley and Sons, 1992.
- [6] R. Castillo-Ortega, N. Marín, and D. Sánchez. LNCS 5788, chapter Fuzzy Quantification-Based Linguistic Summaries in Data Cubes with Hierarchical Fuzzy Partition of Time Dimension, pages 578–585. Springer Berlin / Heidelberg, 2009.
- [7] R. Castillo-Ortega, N. Marín, and D. Sánchez. A fuzzy approach to the linguistic summarization of time series. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*, 17(2-3):157–182, 2011.
- [8] J. Chamorro-Martínez, D. Sánchez, J.M. Soto-Hidalgo, and P.M. Martínez-Jiménez. Histograms for fuzzy color spaces. In *Proc. EUROFUSE 2011*, pages 339–350, 2011.
- [9] J.C. Cubero, J.M. Medina, O. Pons, and M.A. Vila. Using OWA operator in flexible query processing. In *The Ordered Weighted Averaging Operators: Theory, Methodology and Applications*, pages 258–274. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [10] M. Delgado, M.D. Ruiz, D. Sánchez, and M.A. Vila. Quantified sentences and evaluation methods: a state of the art. *Submitted*, 2013.
- [11] M. Delgado, D. Sánchez, M.J. Martín-Bautista, and M.A. Vila. Mining association rules with improved semantics in medical databases. *Artificial Intelligence in Medicine*, 21:241–245, 2001.
- [12] F. Díaz-Hermida, A. Bugarín, P. Cariñena, M. Mucientes, and D.E. Losada. Fuzzy quantification in two real scenarios: Information retrieval and mobile robotics. *Int. Journal of Intelligent Systems*, 24:572–586, 2009.
- [13] F. Díaz-Hermida, A. Ramos-Soto, and A. Bugarín. On the role of fuzzy quantified statements in linguistic summarization of data. In *Proc. ISDA 2011*, pages 166–171, 2011.
- [14] D. Dubois, L. Godo, R.L. de Mántaras, and H. Prade. Qualitative reasoning with imprecise probabilities. *Journal of Intelligent Information Systems*, 2:319–363, 1993.
- [15] D. Dubois and H. Prade. On fuzzy syllogisms. *Computational Intelligence*, 4(2):171–179, 1988.
- [16] L. Eciolaza, M. Pereira-Fariña, and G. Trivino. Automatic linguistic reporting in driving simulation environments. *Applied Soft Computing*, 2012.
- [17] I. Glöckner. DFS—an axiomatic approach to fuzzy quantification. Technical Report TR97-06, Technical Faculty, University Bielefeld, 1997.
- [18] I. Glöckner and A. Knoll. Fuzzy quantifiers: A natural language technique for data fusion. In *Proc. Fusion 2001*, 2001.
- [19] J. Gutiérrez-Ríos, L. Magdalena, and B. Bouchon-Meunier. Quantified statements and database fuzzy querying. In *Technologies for Constructing Intelligent Systems, Studies in Fuzziness and Soft Computing*, volume 89, pages 337–350. Springer Heidelberg, 2002.
- [20] J. Kacprzyk. Group decision-making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18(2):105–118, 1986.
- [21] J. Kacprzyk, M. Fedrizzi, and H. Nurmi. Group decision-making and consensus under fuzzy preferences and fuzzy majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 49(1):21–31, 1992.
- [22] J. Kacprzyk and C. Iwanski. Inductive learning from incomplete and imprecise examples. In *Uncertainty in Knowledge Bases*, pages 424–430. Springer-Verlag, 1991.
- [23] J. Kacprzyk, A. Wilbik, and S. Zadrozny. *Soft Methods for Integrated Uncertainty Modelling*, chapter A linguistic quantifier based aggregation for a human consistent summarization of time series, pages 183–190. 2006.
- [24] J. Kacprzyk, A. Wilbik, and S. Zadrozny. Linguistic summarization of time series using a fuzzy quantifier driven aggregation. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(12):1485–1499, 2008.
- [25] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. Fuzzy linguistic summaries in text categorization for human-consistent document-driven decision support systems. *Advances in Soft Computing*, 2, 2005.
- [26] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. Linguistic database summaries and their protoforms: towards natural language based knowledge discovery tools. *Information Sciences*, 173, 2005.
- [27] J. Kacprzyk, S. Zadrozny, and A. Ziolkowski. Fquery iii+: a “human - consistent” database querying system based on fuzzy logic with linguistic quantifiers. *Information Systems*, 14(6):443–453, 1989.

- [28] J. Kacprzyk and A. Ziolkwski. Database queries with fuzzy linguistic quantifiers. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 16(3):474–479, 1986.
- [29] E.L. Keenan and D. Westerståhl. Generalized quantifiers in linguistics and logic. In *Handbook of Logic and Language*, chapter 15, pages 837–893. Elsevier, 1997.
- [30] J. Llinas and D.L. Hall. *Handbook of Multisensor data fusion*, chapter Multisensor data fusion, pages 1–14. CRC Press, 2009.
- [31] J. Llinas, R. Nagi, D. Hall, and J. Lavery. A multidisciplinary university research initiative in hard and soft information fusion: overview, research strategies and initial results. In *Proc. FUSION 2010*, 2010.
- [32] D.E. Losada, F. Díaz-Hermida, A. Bugarín, and S. Barro. Experiments on using fuzzy quantified sentences in adhoc retrieval. volume 2, pages 1059–1066, Nicosia, Cyprus, 2004.
- [33] D.E. Losada, F. Díaz-Hermida, A. Bugarín, and S. Barro. Semi-fuzzy quantifiers for information retrieval. *Soft Computing in Web Information Retrieval: Models and Applications*, pages 195–220, 2006.
- [34] T. Lukasiewicz and U. Straccia. Managing uncertainty and vagueness in description logics for the semantic web. *Journal of Web Semantics*, 6(4):291–308, 2008.
- [35] M.J. Martín-Bautista, D. Sánchez, M.A. Vila, and H.L. Larsen. Measuring effectiveness in fuzzy information retrieval. In *Proc. FQAS 2000*, pages 396–402, 2000.
- [36] A. Mostowski. On a generalization of quantifiers. *Fundamenta Mathematicae*, 44:12–36, 1957.
- [37] A. Niewiadomski and O. Korczak. Methods of evaluating degrees of truth for linguistic summaries of data: A comparative analysis. In *Proc. ICAISC 2010*, pages 160–167, Zakopane, Poland, 2010.
- [38] M. Pereira-Fariña, J.C. Vidal-Aguiar, F. Díaz-Hermida, and A. Bugarín. A fuzzy syllogistic reasoning schema for generalized quantifiers. *Fuzzy Sets and Systems*, 2013.
- [39] D. Rasmussen. SummarySQL - a general purpose fuzzy query language. *Datalogiske Skrifter*, 75, 1997. University of Roskilde.
- [40] D. Rasmussen and R.R. Yager. SummarySQL - a fuzzy tool for data mining. *Intelligent Data Analysis*, 1:49–58, 1997.
- [41] N. Rescher. Plurality-quantification: Abstract. *Journal of Symbolic Logic*, 27:373–374, 1962.
- [42] D. Sánchez and A.G.B. Tettamanzi. Generalizing quantification in fuzzy description logics. In *Computational Intelligence, Theory and Applications*, volume 33, pages 397–411. 2005.
- [43] A. Wilbik, J.M. Keller, and G.L. Alexander. Linguistic summarization of sensor data for eldercare. In *SMC 2011*, pages 2595–2599, 2011.
- [44] R.R. Yager. A new approach to the summarization of data. *Information Sciences*, 28:69–86, 1982.
- [45] R.R. Yager. General multiple-objective decision functions and linguistically quantified statements. *International Journal of Man-Machine Studies*, 21:389–400, 1984.
- [46] R.R. Yager. Reasoning with fuzzy quantified statements: Part II. *Kybernetes*, 15:111–120, 1986.
- [47] R.R. Yager. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, 18(1):183–190, 1988.
- [48] R.R. Yager. Connectives and quantifiers in fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 40:39–76, 1991.
- [49] R.R. Yager. On linguistic summaries of data. In *Knowledge Discovery in Databases*, pages 347–363. AAAI/MIT Press, 1991.
- [50] R.R. Yager. Quantifier guided aggregation using OWA operators. *International Journal of Intelligent Systems*, 11:49–73, 1996.
- [51] L.A. Zadeh. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages. *Computing and Mathematics with Applications*, 9(1):149–184, 1983.
- [52] L.A. Zadeh. Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2):103–111, 1996.
- [53] L.A. Zadeh. From computing with numbers to computing with words - from manipulation of measurements to manipulation of perceptions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, 45(1):105–119, 1999.
- [54] L.A. Zadeh. Toward a generalized theory of uncertainty (GTU)-an outline. *Information Sciences*, 172:1–40, 2005.
- [55] S. Zadrozny and J. Kacprzyk. On the use of linguistic summaries for text categorization. In *Proc. IP-MU'2004*, volume 2, pages 1373–1380, 2004.