



**UNIVERSIDAD DE GRANADA
E.T.S. INGENIERÍA INFORMÁTICA**

**Departamento de
Ciencias de la Computación
e Inteligencia Artificial**

TESIS DOCTORAL

**Desarrollo de Modelos para la Segmentación Difusa de
Imágenes en Color**

M^a Belén Prados Suárez

Granada, Junio de 2006

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: María belén Prados Suárez
D.L.: Gr. 1752 - 2006
ISBN: 978-84-338-4084-4



Desarrollo de Modelos para la Segmentación Difusa de Imágenes en Color

memoria que presenta

M^a Belén Prados Suárez

para optar al grado de

Doctor en Informática

Junio de 2006

DIRECTORES

Jesús Chamorro Martínez

Daniel Sánchez Fernández

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

E.T.S. INGENIERÍA INFORMÁTICA

UNIVERSIDAD DE GRANADA

La memoria titulada “Desarrollo de Modelos para la Segmentación Difusa de Imágenes en Color”, que presenta D^a. M^a Belén Prados Suárez para optar al grado de Doctor, ha sido realizada en el Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada bajo la dirección de los Doctores Jesús Chamorro Martínez y Daniel Sánchez Fernández.

Granada, Junio de 2006.

Los Directores

Fdo. Jesús Chamorro Martínez

Fdo. Daniel Sánchez Fernández

El Doctorando

Fdo. M^a Belén Prados Suárez

Índice general

1. Introducción	1
2. Antecedentes y Preliminares	9
2.1. Técnicas de Segmentación Precisas	10
2.2. Técnicas de Segmentación Difusas	21
2.3. Espacios de Color y Distancias	30
3. Semejanza y Conectividad entre Píxeles de una Imagen	49
3.1. Caracterización de Píxeles y Semejanza	50
3.1.1. Caracterización de un Píxel	50
3.1.2. Semejanza entre Píxeles	52
3.2. Conectividad entre Píxeles	54
3.2.1. Conectividad Basada en Caminos	56
3.2.2. Homogeneidad de un Camino	58
3.3. Medidas de Homogeneidad Basadas en Agregación de Semejanzas	60
3.3.1. Influencia de la Función de Agregación en la Homogeneidad	66
3.3.2. Influencia de los Espacios de Color en la Homogeneidad .	77
3.4. Conclusiones	92
4. Modelado Difuso de Regiones	95
4.1. Región Difusa	97

4.2.	Región Difusa y Medidas de Homogeneidad	102
4.2.1.	Tipos de regiones en imágenes reales	102
4.2.2.	Características de las Regiones Difusas	106
4.2.3.	Medidas de homogeneidad para cada tipo de región	121
4.3.	Estimación Automática de la Medida de Homogeneidad	125
4.3.1.	Caracterización del Entorno de una Semilla	126
4.3.2.	Determinación de λ a partir de M	143
4.4.	Aproximaciones Precisas de una Región Difusa	151
4.4.1.	Homogeneidad de un α -corte	154
4.4.2.	α -cortes Relevantes	155
4.4.3.	Ejemplos	157
4.5.	Resultados	166
4.5.1.	Regiones Difusas	166
4.5.2.	Aproximaciones Precisas	176
4.6.	Conclusiones	178
5.	Segmentación Difusa	187
5.1.	Metodología para Obtener una Segmentación Difusa	191
5.1.1.	Segmentación Inicial	192
5.1.2.	Selección de Píxeles Semilla	194
5.2.	Agrupamiento de Regiones	220
5.2.1.	Semejanza y Similitud entre Regiones Difusas	232
5.2.2.	Unión Jerárquica de Regiones Difusas	238
5.2.3.	Algoritmo para Calcular la Jerarquía	241
5.3.	Resultados	245
5.4.	Conclusiones	255
6.	Conclusiones y trabajos futuros	257
6.1.	Conclusiones	257
6.1.1.	Modelado difuso de regiones	258
6.1.2.	Segmentación difusa	259

6.2. Trabajos futuros	261
A. Conjuntos difusos y lógica difusa	265
A.1. Concepto de conjunto difuso	266
A.2. Operaciones básicas con conjuntos difusos	267
A.2.1. Operadores de intersección: <i>t</i> -normas	267
A.2.2. Operadores de unión: <i>t</i> -conormas	268
A.2.3. Operadores de complemento: negaciones	269
A.3. Representación de conjuntos difusos	270
A.4. Relaciones difusas	272
A.5. Teoría de la evidencia de Dempster/Shafer	274

Índice de figuras

1.1. Ejemplos de regiones no precisas.	4
2.1. Clasificación de las técnicas de segmentación.	11
2.2. Ejemplos de las dos principales categorías de segmentación difusa. A: Imagen original. B: Resultado de un agrupamiento por k-medias difuso. C: Resultado de una técnica basada en regiones.	25
2.3. <i>Espacios de color. A: Espacio RGB. B: Espacio YUV. C: Espacio YIQ. D: Plano XY del espacio de color CIE XYZ. E: Plano ab del espacio CIE Lab. F: Plano uv del espacio CIE Luv. G: Espacio de color HSI. H: Espacio HSL. I: Espacio HSV.</i>	33
2.4. <i>Zonas de cromaticidad del espacio HSI: Acromática en negro, semicromática en lila y cromática en azul.</i>	47
3.1. <i>Ejemplo de caminos óptimos. A: Imagen original. B: Caminos óptimos.</i>	59
3.2. <i>Representación gráfica de la ordenación existente entre las t-normas y el rango que abarca cada una. (En negro, el rango completo de las t-normas).</i>	64

- 3.3. *A: Degradado gaussiano de intensidad en una imagen de niveles de gris. B,C,D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino hasta el punto marcado con el cuadrado, para cada punto de la línea diagonal, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 68
- 3.4. *A: Degradado gaussiano de saturación en una imagen en color. B,C,D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino hasta el punto marcado con el cuadrado, para cada punto de la línea diagonal, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 69
- 3.5. *A: Degradado de saturación e intensidad en una imagen en color, simulando un haz de luz incidente en una superficie de color verde. B,C,D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino hasta el punto marcado con el cuadrado, para cada punto de la línea diagonal, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 70
- 3.6. *A: Ejemplo sintético de camino con variación brusca en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 78

3.7. *A: Ejemplo real de camino con variación brusca en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 79

3.8. *A: Ejemplo sintético de camino que en determinadas zonas presenta una variación suave en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 80

3.9. *A: Ejemplo real de camino que en determinadas zonas presenta una variación suave en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 81

3.10. *A: Ejemplo sintético de camino con variación gradual en las características de los píxeles, desde el principio hasta el final del mismo. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 82

- 3.11. *A: Ejemplo real de camino con variación gradual en las características de los píxeles, desde el principio hasta el final del mismo. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.* 83
- 3.12. *A: Gradiente de intensidad en niveles de Gris. B: Gradiente de intensidad en color. C: Gradiente de Saturación. A,B,C-1: Cada fila de la imagen es una repetición del camino estudiado. A,B,C-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A,B,C-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t-norma de Weber con $\lambda=0.8$* 87
- 3.13. *A: Gradiente de tono y saturación. B: Gradiente de tono e intensidad en color. C: Gradiente de saturación e intensidad. A,B,C-1: Cada fila de la imagen es una repetición del camino estudiado. A,B,C-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A,B,C-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t-norma de Weber con $\lambda=0.8$* 88
- 3.14. *A: Gradiente de tono, saturación e intensidad. A-1: Cada fila de la imagen es una repetición del camino estudiado. A-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t-norma de Weber con $\lambda=0.8$* 89

3.15. *A1: Variación de tono, saturación e intensidad. B1: Gradiente de tono e intensidad con un cambio de color de la zona acromática a la cromática. C1: Degradado de saturación e intensidad. A,B,C-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A,B,C-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t-norma de Weber con $\lambda=0.8$.* 91

4.1. *A: Imagen original (cada cuadro es un píxel). B1, B2, C1 y C2: Primera, segunda, novena y décima iteraciones del algoritmo 4, respectivamente. Las flechas apuntan en cada píxel a su predecesor en el camino a la semilla.* 101

4.2. *Diferentes tipos de regiones. A: Regiones precisas. B: Regiones imprecisas. C: Regiones de degradados. A-C 1: Ejemplos reales. A-C 2: Ejemplos sintéticos. A-C 3: Representación intuitiva de cómo varía el color en cada región: r = zona que seguro pertenece a la región verde, f = frontera, nr = zona que seguro no pertenece a la región verde.* 104

4.3. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Peppers'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.* 108

4.4. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Peppers'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.* 109

- 4.5. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Pimientos'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 110*
- 4.6. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Pimientos'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 111*
- 4.7. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'CelulasText'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in \{-0.9, -0.85\}$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 112*
- 4.8. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'CelulasText'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.85$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 113*
- 4.9. *Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'Halos de Inhibicion'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 114*

4.10. Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'Halos de Inhibicion'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 115

4.11. Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz. A: Imagen 'Brillo del Sol'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 116

4.12. Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz. A: Imagen 'Brillo del Sol'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 117

4.13. Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz y color. A: Imagen 'Cometa'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 118

4.14. Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz y color. A: Imagen 'Cometa'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t-norma de Frank con $s = 0.05$ y la t-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente. 119

- 4.15. *Esquema resumiendo los pasos seguidos para caracterizar el contorno de una región. Los números del 1 al 5 indican la numeración de los apartados. 128*
- 4.16. *Esquema resumiendo los pasos seguidos en el estudio de los caminos. 130*
- 4.17. *Resultados obtenidos para una región con el contorno bien definido. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino rojo con dirección 0° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección. . 132*
- 4.18. *Resultados obtenidos para una región con el contorno bien definido. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino azul con dirección 270° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección. . 138*
- 4.19. *Resultados obtenidos para una región con el contorno impreciso. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino cyan con dirección 180° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección. 139*

4.20. Resultados obtenidos para una región con el contorno impreciso. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino rojo con dirección 0° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección. 140

4.21. Resultados obtenidos para una región con un degradado de luz. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino naranja con dirección 45° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección. . 141

4.22. Resultados obtenidos para una región de tipo difuso. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino azul con dirección 270° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección. 142

4.23. Pasos seguidos para estimar automáticamente una medida de homogeneidad. 144

4.24. Evolución de las medidas de homogeneidad obtenidas con la t-norma de Weber y diferentes valores de λ , a lo largo de un camino de variación constante $K = \frac{1}{255}$ 147

- 4.25. *Ejemplos de degradados con una distancia constante de $K = 1/255$ entre píxeles consecutivos de una misma fila. A: Degradado de iluminación con H y S indefinidos, y $\Delta_I(c_{f,i}, c_{f,i+1}) = 1$. B: Degradado de saturación con $H = 180^\circ$, $I = 170$ y $\Delta_S(c_{f,i}, c_{f,i+1}) = 0.0068$. C: Degradado de tono con $S = 1$, $I = 85$ y $\Delta_H(c_{f,i}, c_{f,i+1}) = 1.22$ 148*
- 4.26. *Representación gráfica del conjunto, Ψ , de puntos (M^i, λ^i) , en color rojo. En verde, función $\mathcal{F}(M^i)$ aproximada. 149*
- 4.27. *Conjuntos difusos obtenidos con las medidas de homogeneidad dadas por la t -norma de Weber y el valor de λ indicado en la tabla 4.2. 159*
- 4.28. *Conjuntos difusos obtenidos con las medidas de homogeneidad dadas por la t -norma de Weber y el valor de λ indicado en la tabla 4.2. 160*
- 4.29. *Ejemplos de imágenes en las que puede haber varias aproximaciones precisas para una región difusa. A: Regiones con sombras. B: Solapamiento de regiones. C: Regiones con gradiente de luz en que la intensidad tiene un significado. D: Regiones en las que se estudian distintos niveles de expansión. 161*
- 4.30. *Selección automática de aproximaciones precisas para una región con contorno bien definido. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. E1-2: Aproximación precisas. F1-2: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original. 162*

- 4.31. *Selección automática de aproximaciones precisas para una región sintética con contorno bien definido. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. EI-2: Aproximación precisas. FI-2: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.* 163
- 4.32. *Selección automática de aproximaciones precisas para una región intermedia. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. EI-5: Aproximación precisas. FI-5: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.* 164
- 4.33. *Selección automática de aproximaciones precisas para una región de degradado. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. EI-4: Aproximación precisas. FI-4: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.* 165
- 4.34. *A: Región precisa. B: Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.90$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117].* 170

- 4.35. A: *Región precisa*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.92$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117]. 171*
- 4.36. A: *Región intermedia*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.81$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117]. 172*
- 4.37. A: *Región intermedia*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.32$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117]. 173*
- 4.38. A: *Región de degradado*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.39$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117]. 174*
- 4.39. A: *Región de degradado*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.34$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117]. 175*
- 4.40. A: *Región precisa*. B y C: *Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.34 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206,207,209,210,213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59]. 179*

4.41. A: *Región precisa. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206,207,209,210,213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].* 180

4.42. A: *Región intermedia. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.36 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206,207,209,210,213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].* 181

4.43. A: *Región intermedia. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.37 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206,207,209,210,213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].* 182

4.44. A: *Región de degradado. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.38 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206,207,209,210,213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].* 183

- 4.45. *A: Región de degradado. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.39 (B1), (2) la técnica de Foli-guet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59]. 184*
- 5.1. *Resultados del algoritmo 5.1.1 de segmentación difusa. A: Imagen original con cuadrados marcando las semillas. B1-2: Regio-nes difusas obtenidas para cada semilla. C: Composición de las regiones difusas en una sola imagen. 195*
- 5.2. *Resultados del algoritmo 5.1.1 de segmentación difusa. A: Imagen original con cuadrados marcando las semillas. B1-3: Regio-nes difusas obtenidas para cada semilla. C: Composición de las regiones difusas en una sola imagen. 196*
- 5.3. *Ejemplos de semillas mal situadas. A1, B1, C1: Imagen original con las semillas. A2, B2, C2: Resultado de una segmentación. A: Falta una semilla en una región. B: Hay varias semillas en la misma región. C: La semilla está mal situada. 198*
- 5.4. *Esquema resumiendo los pasos seguidos en este apartado. 200*
- 5.5. *Ejemplos de semillas en una imagen. Círculos azules: Semillas mejor situadas para representar la región a su alrededor. Cua-drados naranja: Semillas menos preferibles. 201*
- 5.6. *Semillas mejor situadas, marcadas con un cuadrado cyan. Línea blanca: Polígono formado al unir los puntos de \mathcal{V}_s en sentido con-trario a las agujas del reloj. Cuadrado amarillo: Posición de su centroide. Línea azul: Polígono convexo. 203*

5.7. *Semillas peor situadas, marcadas con un cuadrado cyan. Línea blanca: Polígono formado al unir los puntos de \mathcal{V}_s en sentido contrario a las agujas del reloj. Cuadrado amarillo: Posición de su centroide. Línea azul: Polígono convexo.* 204

5.8. *A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.* 221

5.9. *A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.* 222

5.10. *A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.* 223

5.11. *A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.* 224

5.12. *A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.* 225

5.13. *A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.* 226

5.14. *Distintos tipos de transición entre regiones. A: Transición suave entre regiones de diferente color. B: Cambio de color brusco entre regiones de color similar.* 233

5.15. *Esquema con los pasos a seguir para calcular la similitud entre regiones.* 234

5.16. *A: Cálculo de la medida de imprecisión en la transición entre dos regiones. B: Cálculo de la medida de parecido en las características de dos regiones.* 237

- 5.17. Unión de regiones difusas: \tilde{R}_s en verde, \tilde{R}_t en naranja y $\tilde{R}_s \cup \tilde{R}_t$ en azul. 241
- 5.18. Las imágenes A a C representan las semillas utilizadas en las figuras 5.19, 5.21 y 5.22, respectivamente. 245
- 5.19. Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido. 246
- 5.20. Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido. 247
- 5.21. Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido. 248
- 5.22. Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido. 249
- 5.23. A: Imagen con la sobre-siembra inicial. B: Resultado de la selección de semillas. C: Segmentación inicial con 47 regiones difusas. D1-3: Segmentación difusa correspondiente a los α -cortes 0.95 (D1), 0.84 (D2) y 0.73 (D3) de la jerarquía, en los que hay 38, 23 y 10 regiones difusas, respectivamente. Un cuadrado blanco marca, para cada región difusa, la posición de la semilla de una de las regiones que se han unido para formarla. 251

5.24. *A: Imagen con la sobre-siembra inicial. B: Resultado de la selección de semillas. C: Segmentación inicial con 28 regiones difusas. D1-3: Segmentación difusa correspondiente a los α -cortes 0.84 (D1), 0.79 (D2) y 0.61 (D3) de la jerarquía, en los que hay 21, 15 y 5 regiones difusas, respectivamente. 252*

5.25. *A: Imagen con la sobre-siembra inicial. B: Resultado de la selección de semillas. C: Segmentación inicial con 58 regiones difusas. D1-3: Segmentación difusa correspondiente a los α -cortes 0.91 (D1), 0.90 (D2) y 0.86 (D3) de la jerarquía, en los que hay 13, 9 y 4 regiones difusas, respectivamente. 253*

Índice de tablas

2.1. <i>Ángulo correspondiente a cada color básico, en la circunferencia de la componente H</i>	44
2.2. <i>Cálculo de las coordenadas HSI, HSL y HSV a partir del espacio RGB, con $M = \text{máx}\{R, G, B\}$ y $m = \text{mín}\{R, G, B\}$.</i> . . .	45
3.1. Funciones de agregación hacia las que se tiende según el parámetro de cada t -norma.	64
3.2. Variaciones de las componentes de color para generar los ejemplos de las figuras 3.12 a 3.14.	85
4.1. Modelo difuso que mejor representa las características de la región en torno a la semilla.	122
4.2. λ value obtained for each region.	151
5.1. Algunas medidas que se pueden tomar sobre un polígono para medir los criterios que determinan la bondad de una semilla.	209
5.2. <i>Magnitud de las medidas en la tabla 5.1, para cada una de las semillas en las figuras 5.6 y 5.7.</i>	210
5.3. Magnitud de distintas medidas de bondad para cada una de las semillas en la figura 5.5.	212
5.4. <i>Resultados de la aplicación del algoritmo 5.1.2 a las imágenes de las figuras 5.8 (A) a 5.13 (A).</i>	219

5.5. Comparación entre el tiempo requerido para segmentar las m semillas de la figura 5.8 (D), y la selección y segmentación de sus m' semillas.	220
5.6. Número de regiones que hay en los niveles de la jerarquía representados en las imágenes (C) y (D1 a D3) de las figuras 5.23 a 5.25.	254

Capítulo 1

Introducción

El contenido multimedia, y en particular las imágenes digitales, adquieren cada vez mayor importancia debido, entre otros, a los avances tecnológicos de los últimos años. Cada vez hay más demanda de entornos multimedia, tanto locales como accesibles a través de red, que incorporen el uso de información visual como medio de interacción con el usuario. Esto está provocando un gran crecimiento de las bases de datos de imágenes en campos como, por ejemplo, la investigación espacial, la medicina, las colecciones pictóricas o, a menor escala, los álbumes fotográficos de uso doméstico. Surge, por tanto, la necesidad de desarrollar nuevas técnicas que permitan manipular este tipo de información de una forma eficaz y sencilla. En este ámbito se engloban las técnicas de visión artificial, que tienen como objetivo el análisis y procesamiento de imágenes digitales.

Son muchos los elementos a analizar en una imagen, y muchos los problemas a afrontar en dicho análisis, tales como la eliminación de ruido, la compresión de imágenes, la localización y clasificación de objetos, o la extracción de propiedades 3D. Entre ellos, un papel destacado lo ocupan los métodos de segmentación automáticos, que tienen como finalidad la localización de diferentes regiones presentes en una imagen. El resultado de la segmentación suele ser un paso previo y fundamental en sistemas más amplios y complejos; por

ejemplo, en aplicaciones médicas, donde las técnicas de segmentación permiten identificar regiones correspondientes a algún tipo de lesión [5, 11, 16, 119, 122, 169, 219, 231, 249, 255, 279, 283, 287, 295, 323, 334, 336]; en aplicaciones militares, que traten de localizar ciertos tipos de instalaciones, armamento o vehículos [19, 20, 36, 72, 81, 84, 101, 123, 170, 201, 215, 234, 265, 324]; en sistemas de navegación de robots [7, 7, 27, 114, 147, 235, 239], en la identificación y clasificación de objetos [18, 89, 113, 163, 172, 191, 201, 254, 289, 320, 324], en los sistemas de seguridad basados en inspección visual [135, 303, 338, 358], o en la recuperación de información visual en grandes bases de datos de imágenes [14, 77, 88, 95, 99, 129, 175, 228, 237, 259, 273, 301].

Dado el papel que juega la segmentación en fases posteriores del análisis, es importante aclarar qué se entiende por segmentación y, en particular, qué es una región en una imagen. En general, la segmentación de imágenes se puede definir como *“el proceso de dividir una imagen en distintas regiones, pertenecientes a diferentes objetos, de forma que cada región cumpla cierto criterio de homogeneidad, si bien la unión de dos regiones adyacentes cualesquiera dejaría de cumplir dicho criterio”* [44, 47]. En esta definición juega un papel fundamental el concepto de región, cuya definición más extendida la describe como *“un conjunto de píxeles semejantes y conectados”*. La semejanza inducirá el tipo de homogeneidad que caracteriza a la región (p.e., si hablamos de semejanza en color, diremos que las regiones obtenidas son homogéneas en relación al color). Nótese que la segmentación no se preocupa de la identidad de los objetos; de hecho, es importante no confundir el problema de la segmentación de imágenes con la idea de *“detección de objetos”* (en muchos casos, el reconocimiento de objetos parte de los resultados previos de la segmentación).

En el capítulo 2 de esta memoria se presentan los distintos enfoques que, hasta ahora, se han desarrollado para dar solución al problema de la segmentación. Como se verá más adelante, la mayoría de las técnicas actuales dan como resultado una segmentación precisa en la que, dado un punto de la imagen, éste sólo puede pertenecer a una de las regiones [15, 23, 43, 66, 94, 195, 244, 272]. Sin embargo,

existen efectos en la imagen derivados de la iluminación, la superposición de objetos o los degradados de color, entre otros, que con esta definición de región no pueden ser representados adecuadamente.

En la figura 1.1 se observan algunos de estos casos, mostrándose imágenes con contornos imprecisos, regiones que se solapan, efectos de brillos y sombras, variaciones suaves de color, etc. Así, por ejemplo, la imagen 1.1(A) muestra dos regiones solapadas, una de ellas semitransparente, en las que, para todos los puntos situados en la zona de intersección, se podría considerar que pertenecen tanto a la región asociada al círculo rojo como a la del cuadrado amarillo. Sin embargo, una técnica de segmentación precisa diría que un punto de dicha zona pertenece sólo al círculo, o sólo al cuadrado o, en último caso, diría que es una región diferente de las anteriores. Otro caso es el mostrado en la imagen 1.1(B), correspondiente a una región cuyo contorno es impreciso. En este caso, no resulta evidente qué puntos de dicho contorno pertenecen al objeto y qué puntos pertenecen al fondo.

Todos estos efectos mostrados en la figura 1.1 no pueden ser modelados correctamente con una técnica de segmentación precisa. Para afrontar estos problemas, en los últimos años han surgido propuestas que obtienen modelos de región capaces de recoger la imprecisión inherentes a ellas. Un claro ejemplo son las técnicas basadas en Lógica Difusa (descritas en el capítulo 2 de esta memoria), que permiten, dado un pixel, asignarle grados de pertenencia a diferentes regiones [8, 11, 35, 145, 225, 241, 352]. Así, para el ejemplo de la imagen 1.1(A), una técnica de segmentación difusa diría que cualquier punto de la intersección pertenece tanto al círculo como al cuadrado, asignando grados de pertenencia positivos a ambas regiones. Nótese que estos modelos no sólo se adaptan a los efectos anteriormente mencionados (contornos imprecisos, regiones solapadas, etc.), sino que además ofrecen una representación más completa de estas regiones, permitiendo mantener toda la información disponible sobre ellas hasta las últimas etapas del procesamiento.

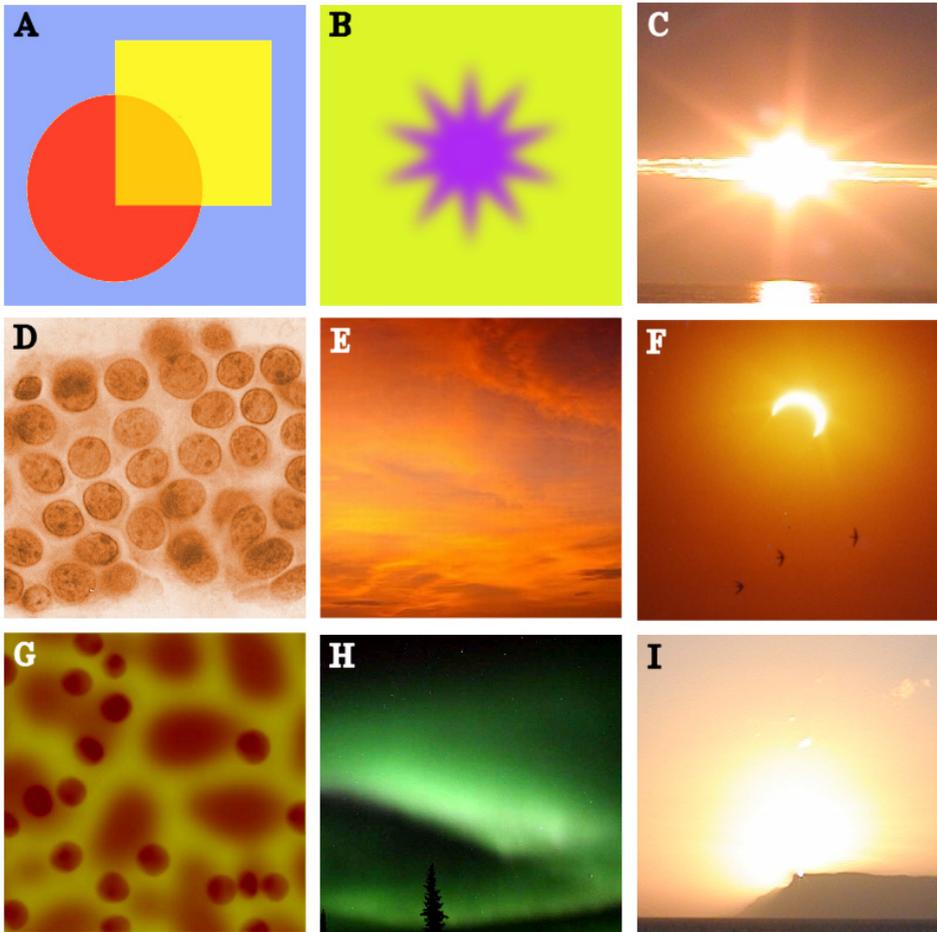


Figura 1.1: Ejemplos de regiones no precisas.

Como se ha indicado, las técnicas difusas permiten adaptarse y representar la imprecisión propias de una región; sin embargo, no todas ellas dan resultados acordes a nuestro concepto de región. Un ejemplo de ello son las técnicas de agrupamiento difuso que, si bien asignan grados de pertenencia, no modelan

una región como tal, sino como un agrupamiento difuso de píxeles [13, 55, 144, 168, 182, 221, 359]. Esto implica que, dada una agrupación, los puntos pertenecientes a ella no tienen por qué estar "conectados". Por ejemplo, si consideramos la imagen 1.1(C), una técnica de agrupamiento difuso nos diría que el brillo del sol y su reflejo en el mar corresponden a una misma región, cuando en realidad son dos regiones diferentes. Este mismo problema lo tendrían otras propuestas que aparecen en la literatura como, por ejemplo, las basadas en histogramas difusos [10, 105, 189, 261, 310] o en el uso de reglas difusas [75, 112, 149, 257, 308]. En general, todas estas técnicas adolecen de un mismo problema: no tienen en cuenta información sobre la topología de la imagen, sino que se limitan a agrupar los píxeles de acuerdo a sus características.

Si bien la mayoría de las técnicas de segmentación difusa que se encuentran en la literatura se engloban dentro de las técnicas de agrupamiento, en los últimos años han surgido nuevas propuestas que incorporan información topológica en el modelado de una región [60, 253, 271, 317]. Estas técnicas, a las que se suele denominar "basadas en caminos", parten de la idea de conectividad difusa para medir el grado de relación entre dos píxeles cualquiera de la imagen. Así, dado un punto representativo de la región (al que se denomina "semilla"), los métodos basados en caminos calculan el grado de pertenencia de un pixel a una región en base al grado de conectividad de dicho pixel al punto semilla.

No obstante, existen numerosos problemas abiertos en el ámbito de la segmentación difusa basada en caminos. En primer lugar, es necesario definir un criterio adecuado para medir el grado de conectividad entre píxeles; en este sentido, la mayoría de las propuestas agregan, mediante suma o máximo, el conjunto de distancias entre elementos consecutivos del camino. En este punto, se hace necesario un estudio más profundo sobre medidas de conectividad y, relacionadas con ellas, medidas de semejanza entre píxeles.

Otro aspecto a analizar en el ámbito de los modelos basados en caminos es cómo obtener, a partir de la conectividad, un modelo difuso de la región, es decir, un subconjunto difuso de píxeles que defina la región difusa. En este ámbito, un

problema no resuelto por las técnicas existentes es la adaptación de las medidas de conectividad al tipo de región modelada (hay que tener en cuenta que, para una imagen dada, se pueden encontrar regiones de muy diversa naturaleza: más o menos precisas, con más o menos variaciones en el color, etc).

Independientemente de la técnica utilizada para obtener el modelo asociado a una región, hay que tener presente que la segmentación de una imagen proporciona como resultado final un conjunto de regiones que, en el caso de las técnicas difusas, corresponde a un conjunto de subconjuntos difusos. En este punto, un aspecto a considerar es el nivel de detalle (o escala) con el que se analiza la imagen; suponiendo, por ejemplo, la imagen de un bosque con varios árboles: según el objetivo del análisis, puede que interese analizar elementos como las copas de los árboles o los troncos (poco detalle), o puede que queramos estudiar elementos de mayor detalle, como por ejemplo las ramas o incluso las hojas. Este aspecto influye a la hora de segmentar una imagen, pues un mayor nivel de detalle implicará mayor número de regiones. En general, la adaptación al nivel de “granularidad” con el que se analiza la imagen implica (i) un número pequeño de regiones de gran tamaño y poco homogéneas, si el nivel de detalle es bajo, o (ii) un número grande de regiones pequeñas y muy homogéneas, cuando la precisión y el nivel de detalle son altos.

Por tanto, dada una imagen será necesario determinar el número y localización de las regiones para un nivel de detalle dado. Para abordar este problema, en la literatura encontramos algunas propuestas para el caso de segmentaciones precisas, si bien la mayoría de ellas son técnicas sencillas basadas en la fusión de regiones [79, 133, 205, 211]. Para el caso de las segmentaciones difusas, sin embargo, el problema de la granularidad es una cuestión aún por resolver.

Objetivos

Teniendo presente todo lo anterior, el objetivo que abordamos en esta memoria es el desarrollo de una técnica de segmentación de imágenes que permita resolver

los dos principales problemas antes comentados: en primer lugar, obtener modelos de regiones que permitan representar la imprecisión existente, adaptándose a las características de las mismas; en segundo lugar, proporcionar segmentaciones a distintos niveles de granularidad. Para ello, planteamos el uso de técnicas de segmentación difusa basada en caminos. De forma más específica,

- Para obtener modelos capaces de adaptarse a las características de las regiones y recoger la imprecisión, se plantean los siguientes subobjetivos: (i) definir medidas de semejanza y conectividad difusas entre píxeles, y (ii) proporcionar un procedimiento de cálculo de la función de pertenencia que se adapte a las características de la región bajo estudio, mediante el uso de las medidas propuestas
- Para obtener segmentaciones a distintos niveles de granularidad, se plantea como objetivo el estudio de relaciones difusas de similitud entre regiones de una segmentación inicial. El uso de relaciones de similitud nos permitirá obtener una jerarquía anidada de segmentaciones difusas, estructura que permite representar los distintos niveles de granularidad y las segmentaciones correspondientes.

Estructura de la memoria

A continuación describiremos brevemente la organización por capítulos de esta memoria.

En el capítulo 2 se lleva a cabo una revisión de las técnicas de segmentación más relevantes aparecidas en la literatura, incluyendo en dicha revisión tanto técnicas precisas como difusas. Por otro lado, se describen las principales características de los espacios de color usados en esta memoria.

En el capítulo 3 se abordarán los conceptos de semejanza y conectividad en los que se basa la definición de región. Concretamente, se definirá una relación

de semejanza difusa entre píxeles que posteriormente se utilizará para definir la conectividad difusa.

En el capítulo 4 se modelará una región difusa a partir de la medida de conectividad definida en el capítulo anterior. Además, se mostrará como adaptar las medidas de conectividad en función del tipo de región modelada.

En el capítulo 5 se planteará el modelo general de segmentación difusa propuesto en esta memoria, partiendo de la definición de región difusa desarrollada en el capítulo anterior. Se abordará el problema de la siembra, inherente a las técnicas basadas en regiones, y se desarrollará una metodología para obtener una jerarquía anidada de segmentaciones difusas, cada una de las cuales corresponderá a un nivel de detalle diferente.

Finalmente, se expondrán las conclusiones y trabajos futuros en el capítulo 6. Adicionalmente, en el apéndice A se expondrán algunos conceptos básicos sobre Lógica Difusa.

Capítulo 2

Antecedentes y Preliminares

Al abordar el problema de la segmentación, es importante tener presente que el objetivo que persigue es extraer las *regiones* que hay en la imagen, no los *objetos* representados en ella [59, 185, 276]. Debido a la relación entre ambos términos, es habitual que se confundan. Sin embargo son nociones diferentes ya que las regiones sirven como punto de partida para reconstruir objetos, lo cual es una etapa posterior del procesamiento que requiere la aplicación del conocimiento. La detección de objetos es un ejemplo del gran número de aplicaciones que parten de los resultados de una segmentación para llevar a cabo un procesamiento de más alto nivel, como la recuperación, el análisis, la transmisión o la compresión de imágenes [15, 62, 92, 95, 98, 109, 119, 158, 160, 216] .

Esta es una de las razones por las que en los últimos treinta años se han desarrollado un gran número de técnicas de segmentación, con diferentes objetivos y campos de aplicación. Las primeras técnicas desarrolladas daban como resultado segmentaciones precisas (*crisp*) de imágenes en niveles de gris, habitualmente basadas en un proceso de umbralización [272], en las que cada píxel de la imagen pertenecía a una única región. Sin embargo, como se ha indicado en la introducción de esta memoria, existen diversos efectos en imágenes reales que son difíciles de tratar y representar para las técnicas de segmentación precisas. En palabras de

Priese et al. *la segmentación de imágenes se utiliza para obtener una representación simbólica, abstracta, de la imagen, la cual está íntimamente relacionada con la calidad de los posteriores análisis y procesamientos de la imagen* [258], por lo que dicha segmentación debe representar lo mejor posible la información que hay en la imagen.

A principios de 1981 Bezdek [17], Kandel [145] y Pal [244] comenzaron a aplicar la Lógica Difusa al reconocimiento de patrones. Más tarde, debido a la flexibilidad y capacidad de modelado y adaptación de los conjuntos y medidas difusas, esta tendencia se extendió a otros ámbitos del procesamiento de imágenes [50], entre ellos a las técnicas de segmentación. La posibilidad de obtener segmentaciones que representen mejor la imagen a través de la aplicación de la Lógica Difusa hizo que durante los años siguientes muchas de las técnicas precisas se extendieran al ámbito difuso [50, 309, 318].

En la sección 2.1 se describirán las características básicas de los distintos tipos de técnicas de segmentación precisa, mientras que en la sección 2.2 se estudiarán las propuestas difusas existentes en la literatura.

Una importante cuestión a decidir al abordar el problema de la segmentación, independientemente del tipo del que se trate, es la elección del conjunto de características e informaciones que se utilizarán para segmentar la imagen. Esta cuestión se abordará en la sección 2.3.

2.1. Técnicas de Segmentación Precisas

En la literatura se pueden encontrar diversas formas de clasificar las técnicas de segmentación (precisas) [15, 23, 43, 44, 91, 94, 195, 272], aunque la mayoría de ellas tiene una base común, que se resume en el esquema de la figura 2.1. En este esquema se distinguen tres categorías básicas: las técnicas de segmentación basadas en píxeles, las basadas en fronteras y las basadas en regiones. Existe una cuarta categoría que reúne las técnicas basadas en propiedades físicas, aunque no todos los autores la distinguen puesto que se basa en introducir, en las técnicas de

segmentación de las otras tres categorías, modelos sobre iluminación y reflexión basados en la superficie de los objetos.



Figura 2.1: Clasificación de las técnicas de segmentación.

La distinción entre las tres categorías básicas viene dada por la diferente forma que tienen de definir el proceso de segmentación y por el tipo de resultados que proporcionan:

- Para las técnicas basadas en píxeles la segmentación, según Moghaddamzadeh et al. [225], consiste en *agrupar los píxeles de una imagen en conjuntos homogéneos respecto a una o varias características.*
- Según Lucchese et al. [195], *la segmentación de imágenes es una operación de bajo nivel relativa a la partición de una imagen [...] mediante la localización de bordes o fronteras.*
- En cuanto a las técnicas basadas en regiones, para Cheng et al. [42, 44] *la segmentación de imágenes es el proceso de dividir una imagen en distintas*

regiones, pertenecientes a diferentes objetos, tales que cada región es homogénea pero si se unen dos regiones adyacentes cualesquiera dejan de ser homogéneas. La etapa de segmentación no se preocupa de la identidad de los objetos.

Intuitivamente, la noción de región representa la agrupación de un conjunto de píxeles que se parecen entre sí y que están relacionados o conectados formando una componente conexa. Esta idea se encuentra formalizada en diversas referencias [4, 103, 130, 203, 225, 256, 264, 264, 311], cuyas definiciones se pueden resumir del siguiente modo:

Definición 2.1 *Una región R_s de una imagen \mathcal{I} , es un conjunto de píxeles semejantes y conectados.*

De acuerdo a esta definición de región, el proceso de segmentación se define como sigue:

Definición 2.2 *La segmentación de una imagen se define como el proceso de particionar la imagen en subconjuntos de píxeles semejantes y conectados.*

De los tres tipos de técnicas, únicamente las basadas en regiones son acordes a esta definición y dan regiones como resultado. Las técnicas basadas en píxeles clasifican o agrupan los píxeles de la imagen de acuerdo a sus características, sin tener en cuenta relaciones espaciales. Al no contemplar la conectividad, los resultados que proporcionan son conjunto de píxeles parecidos pero que pueden estar dispersos en diferentes localizaciones de la imagen. Por su parte, las técnicas basadas en fronteras tratan de localizar los contornos de la región, pero no extraen la región propiamente. Para ello sería necesario un post-procesamiento de la imagen, o bien la utilización de una técnica híbrida que combine las propuestas de las basadas en regiones y las basadas en fronteras. Según esto, únicamente las basadas en regiones son acordes a esta definición y dan regiones como resultado, ya que a la hora de construir las regiones se van agrupando los píxeles próximos espacialmente y en sus características.

Técnicas basadas en píxeles

Algunas de las técnicas que se enmarcan dentro de esta categoría son las basadas en *umbralización*, que constituyen las primeras propuestas [240,272,335], que con el tiempo fueron evolucionando para aplicarse sobre *histogramas* de la imagen [46, 48, 105, 189, 190, 200, 269]. En muchas ocasiones, se utilizan los picos de estos histogramas para realizar un *agrupamiento* aunque en las propuestas más recientes se suelen aplicar *redes neuronales*. A continuación se comentan estos cuatro tipos de técnicas de segmentación.

- Las técnicas basadas en umbralización asumen que los píxeles cuyo valor (nivel de gris, color, textura,...) se encuentra dentro de un determinado rango pertenecen a la misma clase [86]. Estas técnicas resultan útiles cuando las imágenes sólo contienen dos componentes opuestos, por ejemplo al distinguir un objeto del fondo [272]; sin embargo, si existen más tipos de regiones en la imagen, no funcionan adecuadamente.
- Las primeras técnicas basadas en histogramas estaban pensadas para imágenes de niveles de gris [189], aunque hoy en día se aplican sobre otras características tales como la homogeneidad [48] o la entropía [176,308]. También existen versiones para imágenes en color [48,105,200,227,269] aunque, dado que la construcción y manipulación de un histograma 3D puede resultar muy compleja y costosa, suele ser necesario realizar un pre-procesamiento para reducir la dimensionalidad del color (o del conjunto de características utilizado). Una vez construido el histograma, estas técnicas realizan una umbralización o localizan los “picos” o “modas” más representativas del mismo. Un inconveniente de este tipo de técnicas es la pérdida de algunos de los objetos de la imagen, si estos son pequeños y no ocupan suficientes píxeles como para constituir un pico elevado en el histograma.
- Los algoritmos de agrupamiento o *Clustering* [6,74,173,174,221,224,248] parten de un conjunto de vectores iniciales de características (uno por cada

grupo o *cluster*) y van clasificando los píxeles de la imagen dentro de una de las categorías asociadas a dichos vectores. Cada píxel se asigna al grupo al que es más parecido, lo cual se traduce en asociarlo al grupo con cuyo centro tiene menor distancia. Normalmente son procesos iterativos en los que se refina la clasificación e incluso puede variar el número de grupos existentes. Dos cuestiones que deben resolver este tipo de técnicas son la determinación del número de grupos y la selección de una condición de parada. Los métodos de agrupamiento fueron los primeros en contar con una extensión al caso difuso, impulsada sobre todo por el ámbito de la medicina y el análisis de imágenes de resonancias magnéticas [1, 104, 152]. Dentro de esta categoría existen diferentes propuestas, entre las que destacan las siguientes:

- El algoritmo K-medias [138, 164, 331], que fue uno de los primeros en ser extendido al ámbito difuso, es muy utilizado en cuantización y compresión de datos. Este algoritmo consiste en, dado un conjunto de k vectores de características de los píxeles (*centroides*), clasificar éstos asignándolos al más próximo, y recalcular en cada iteración dichos centroides como la media de los vectores que se han asignado a su grupo.
 - El algoritmo ISODATA [67, 188, 305, 306] (técnica de análisis de datos iterativa auto-organizada), es otro algoritmo habitualmente utilizado para el agrupamiento, en el que en cada iteración, además de los centros de los grupos, también se actualizan los parámetros del algoritmo (el número deseado e inicial de grupos, los umbrales del número de píxeles para la eliminación y división grupos, así como de distancia entre ellos, y el número máximo de mezclas en cada iteración y de iteraciones).
- Las redes neuronales [83] son frecuentemente utilizadas en problemas de clasificación y agrupamiento debido a su capacidad de procesamiento pa-

ralelo, ya que exploran simultáneamente un conjunto de hipótesis. Al estar formadas por un conjunto de nodos y enlaces ponderados, constituyen un sistema complejo de interdependencias, que proporcionan una no linealidad capaz de modelar funciones muy generales. Poseen el inconveniente del elevado tiempo de entrenamiento de la red. Sin embargo, una vez entrenada, la clasificación es rápida. Esto hace que sean adecuadas para aplicarlas a tipos concretos de imágenes, para los que se pueda entrenar la red, pero no tanto cuando las imágenes son de variada naturaleza. Entre las redes neuronales destacan:

- Las redes neuronales de Hopfield [34, 124, 274, 356]. El problema de la segmentación en este tipo de técnicas se traduce en minimizar la función de energía de la red, a partir de la cual se construye ésta. Suelen requerir un análisis previo del histograma, a partir del cual se obtiene una segmentación poco refinada de la imagen y se determina tanto la estructura como la inicialización de la red.
- Los mapas auto-organizados (SOM) [74, 134, 190]. Este tipo de mapas proyectan el espacio de entrada en prototipos de grids regulares de pequeña dimensión que se utilizan para visualizar y explorar las propiedades de los datos. Entre ellos, destaca el SOM de características de Kohonen [190, 345], muy utilizado para el agrupamiento, especialmente para resolver problemas de sobre-segmentación (cuando se tiene un número excesivo de regiones), para los que indica qué regiones se han de unir, a partir de la información de color en la imagen y de la sobre-segmentación. Una variante de ellos son los mapas lineales locales (LLM). La ventaja de los SOM es que suelen ser más rápidas que otras redes.

Como se comentó anteriormente, el principal inconveniente de las técnicas basadas en agrupamiento es que no proporcionan regiones sino conjunto de píxeles similares. Al no tener en cuenta las relaciones espaciales entre los datos, la

incertidumbre espacial es máxima pudiendo tener dispersos en la imagen píxeles de un mismo grupo.

Técnicas basadas en Fronteras

Estas técnicas se caracterizan porque proporcionan contornos bien definidos y trabajan bien cuando las regiones a ambos lados del contorno tienen características muy diferentes. Sin embargo, esta condición no se suele dar en imágenes reales. Si además las regiones tienen similar color y diferente textura las fronteras raramente llegan a cerrarse. Los métodos de segmentación basados en contornos se pueden agrupar en dos categorías, distinguidas por Davis et al. [66]: las técnicas locales y las globales. Dentro de esta clasificación no se consideran los modelos deformables, que comenzaron a ser utilizados en segmentación posteriormente. Las características de cada uno de estos tipos de técnicas son las siguientes:

- Las técnicas locales de detección de bordes suelen calcular el gradiente mediante máscaras de diferenciales con el fin de detectar y seguir el contorno de las regiones. En este tipo de técnicas la decisión sobre si un píxel o un grupo de píxeles pertenece a una frontera o no, es independiente del hecho de que otro píxel o grupo de píxeles pertenezcan a la misma. El principal problema de estas técnicas reside en la elección de los pesos que conforman la máscara, puesto que los operadores de cálculo del gradiente de este tipo (Roberts, Sobel, Prewitt, Laplaciana) necesitan que haya un cambio grande en las características de los píxeles adyacentes, lo que da lugar a que generalmente sólo detecten bordes abruptos. Además, como el cálculo se realiza sobre pequeñas ventanas, son métodos muy sensibles al ruido. Otra opción es utilizar un filtro paso alta en el dominio de las frecuencias utilizando el operador de Fourier, ya que las altas frecuencias están asociadas a cambios bruscos como los de las fronteras.
- Las técnicas globales de detección de fronteras se basan en la búsqueda de heurísticas y en la programación dinámica o en campos de Markov. Suelen

suavizar la información del tono y luego la combinan con la información de los contornos extraídos en niveles de gris, obteniendo un mapa de fronteras que descarta los efectos derivados de la iluminación. En general, en estas técnicas el resultado sobre la pertenencia a una frontera en un punto dado es dependiente de los píxeles vecinos de éste.

- Los modelos deformables (*snake*) [56, 183, 223, 312] son otra aproximación para la localización de los contornos, basada en la definición de polígonos cuyos lados son splines, lo que permite obtener formas más redondeadas. Cuanto menor sea el lado del polígono, más anguloso será el vértice y mediante otros parámetros se incorporan otras informaciones sobre la región a que se está ajustando. El inconveniente es que estas técnicas requieren ser ajustadas para cada región o cada tipo de imagen y además, dado que todos los puntos se ajustan a la vez mediante una técnica de minimización, es posible que no todos los puntos se ajusten adecuadamente [59].

Como indican Cheng et al. [44], este tipo de técnicas no puede segmentar la imagen por sí mismas aunque proporciona información muy útil sobre sus contornos, que suele ser utilizada en combinación con otras técnicas de segmentación. Además, la salida que proporcionan los detectores de fronteras en muchos casos sólo proporciona candidatos a bordes de las regiones, debido a que las fronteras suelen ser discontinuas o sobre-detectadas [86]. Esto hace que suelen requerir un post-procesamiento y que se suelen utilizar en combinación con otras técnicas, habitualmente basadas en regiones. Otro inconveniente al que han de enfrentarse las técnicas de segmentación basadas en fronteras es la incertidumbre. Ésta surge tanto si se enfoca el método como un problema de filtrado como si se considera un problema de estimación estadística. En ambos casos al diseñar el algoritmo entran en conflicto la inmunidad al ruido y la necesidad de localización, debido a que ambos requerimientos, según el principio de la incertidumbre del análisis de la señal, son contradictorios: al incrementar la inmunidad al ruido, se realiza un mayor promedio espacial y, por tanto, se reduce la localización espacial.

Técnicas basadas en Regiones

Los métodos de segmentación basados en regiones son los que proporcionan regiones acordes a la definición 2.1, ya que incorporan información sobre la topología de la imagen, entendiendo por tal la noción introducida en 1990 por Khalimsky et al. [153–157]. Según Khalimsky et al. una imagen digital está asociada a un espacio topológico, en el que los píxeles se pueden considerar nodos de un grafo y sus adyacencias los arcos del mismo.

Las técnicas de segmentación basadas en regiones [4, 53, 103, 130, 225, 264] parten de la suposición de la existencia de un elemento (píxel o región) representativo de la región que se pretende segmentar: la *semilla*. De forma muy general, lo que hacen es estudiar aquellos elementos topológicamente conectados con la semilla -entendiendo por tales los que estén en su entorno o con los que exista un arco, según el caso - y fusionar con ella aquellos que cumplan una determinada condición de homogeneidad. Este proceso se repite con la nueva región obtenida, hasta obtener el resultado. Habitualmente se sigue un un criterio de homogeneidad o uniformidad del color, aunque hay casos en que esta homogeneidad viene dada por otro tipo de criterios [86, 141, 264]. La metodología basada en regiones suele funcionar mejor que las demás cuando se enfrenta a texturas aunque puede dar lugar a una sobre-segmentación. Además, estos métodos suelen verse menos afectados por el ruido que la mayoría de las otras técnicas. Este tipo de técnicas es una de las más ampliamente utilizadas ya que incorporan tanto la información de las características de los píxeles como de sus relaciones espaciales.

Dentro de las técnicas basadas en regiones se encuentran tres grandes grupos: las de partición y/o fusión, las de crecimiento de regiones y las morfológicas:

- Las técnicas de fusión y/o división son técnicas de naturaleza jerárquica que construyen una segmentación de la imagen mediante una estrategia bottom-up o top-down, respectivamente:
 - La segmentación de imágenes por partición (*split*) [246, 340] parte de un conjunto de regiones grandes y heterogéneas (en principio, la ima-

gen entera), que se van dividiendo hasta obtener subregiones más pequeñas y homogéneas. Esta técnica no suele utilizarse de forma independiente, debido a que las regiones que ofrece como resultado tienen un contorno claramente cuadrado. Esto se debe a que la formación de subregiones se suele hacer dividiendo de forma iterativa y en un número fijo de cuadrados aquellas regiones que no cumplen el criterio de homogeneidad. En consecuencia, el resultado que se obtiene no corresponde con la forma que suelen tener los objetos en las imágenes naturales. Además, tiende a perder las regiones pequeñas, quedando estas incluidas en regiones mayores, y hay que tener en cuenta que este método da lugar a un número elevado de regiones ya que una vez se ha dividido una región en varias partes, no hay ningún proceso de fusión que permita agrupar en una, aquellas regiones adyacentes que sean homogéneas entre sí.

- En los métodos de segmentación por fusión de regiones (*merge*) [64, 212, 278] se toma como punto de partida un conjunto de pequeñas regiones homogéneas, que se van uniendo sucesivamente siempre y cuando sean adyacentes y tras la unión se obtenga una región mayor que siga cumpliendo la condición de uniformidad que se impone como guía del proceso. Normalmente, comienzan considerando cada píxel de la imagen como una región independiente y van agrupando píxeles vecinos en regiones de similar color. Si bien estos métodos suelen mejorar los contornos obtenidos con las técnicas de segmentación por partición, pues las regiones finales tienen fronteras menos cuadradas, presentan casi los mismos inconvenientes que dicha técnica.
- La fusión y división de regiones consideran simultáneamente la posibilidad de unir regiones adyacentes y homogéneas y la de dividir aquellas que resulten poco homogéneas. De esta forma, se combinan las ventajas de ambas técnicas y se reducen sus inconvenientes. Con esta metodología el resultado final ofrece un menor número de regio-

nes que en los otros dos casos, y sus contornos son considerablemente más suaves y realistas que los de las imágenes obtenidas con ambas técnicas por separado.

- Entre las técnicas morfológicas de segmentación [76, 166, 251] el exponente más representativo es la segmentación por inundación o *watershed*. Esta técnica se suele aplicar sobre el gradiente de una imagen, viendo dicho gradiente como una topografía de fronteras (cumbres o montañas) y regiones (valles). Este algoritmo simula un proceso de inundación en el que el agua comienza a fluir por las semillas y continúa extendiéndose hasta que encuentra una frontera (montaña) que le impide seguir su expansión. De esta forma, el agua procedente de dos valles contiguos no se mezcla. Este método tiene la ventaja de que proporciona fronteras cerradas entre las regiones, lo cual supone un avance con respecto a las técnicas basadas en fronteras. Sin embargo, sus resultados suelen corresponder a una sobre-segmentación de la imagen.
- El crecimiento de regiones (*region growing*) [4, 103, 130, 225, 264] consiste en tomar como punto de partida un conjunto de semillas ubicadas en diferentes localizaciones de la imagen e ir haciendo crecer estas semillas según un criterio de homogeneidad. Cada semilla dará lugar a una única región en la imagen, por lo que el número de regiones que haya en la imagen final vendrá determinado por el número de semillas que se tenga al inicio. La técnica de crecimiento de regiones se caracteriza porque suele ser robusta frente al ruido en las imágenes y rápida en cuanto a su ejecución. Además, no requiere parámetros precisos. A estas propiedades hay que añadir que las regiones que ofrece como resultado suelen tener contornos parecidos a los reales y, además no favorece la obtención de regiones con un determinado tamaño. Otra ventaja importante de los métodos de crecimiento de regiones es que permiten incorporar fácilmente información sobre la topología de la imagen [110], y las relaciones espaciales entre los píxeles que integran cada región. Sin embargo, poseen un inconveniente, dado que sus resulta-

dos dependen de la posición en que se sitúen las semillas inicialmente, lo que hace que esta etapa de inicialización adquiera gran relevancia. En las versiones crisp de este algoritmo el resultado también suele ser dependiente del orden en que se procesan las regiones, lo cual implica que diferentes ordenaciones en el análisis de las regiones producen como resultado distintas segmentaciones.

Las técnicas comentadas en esta sección permiten obtener una segmentación de la imagen, ya sea de forma directa, como en el caso de las técnicas basadas en regiones, o mediante un post-procesamiento que permita transformar la información obtenida sobre agrupamientos o fronteras en regiones acordes a la definición 2.1. Sin embargo, las limitaciones de los dispositivos de captura de imágenes y la discretización que llevan a cabo, fenómenos naturales como transparencias, brillos, sombras, cambios graduales de color e, incluso, la propia naturaleza de los objetos representados, hacen que la imprecisión esté presente en la mayoría de las imágenes reales, y las técnicas comentadas en este apartado no son capaces de tratar y representar esta imprecisión [23, 43, 44, 244, 297].

2.2. Técnicas de Segmentación Difusas

A la hora de detectar las regiones en una imagen, el problema de la imprecisión se manifiesta, por ejemplo, en que no siempre van a estar bien definidos los límites de dichas regiones. Es habitual encontrar regiones que se solapan, contornos borrosos, transiciones suaves entre regiones diferentes, zonas con cambios graduales en el color o en la iluminación, y otros casos en los que, dado un punto de una imagen, no es fácil determinar a qué región pertenece. Lo ideal en esos casos sería poder decir que el píxel pertenece a todas ellas, pero con un grado diferente a cada una. Resolver esta cuestión fue uno de los motivos que impulsó la aplicación de técnicas difusas a diferentes problemas del entorno de las imágenes [297].

El principal objetivo de las técnicas difusas de procesamiento y análisis de imágenes es poder representar, modelar, y tratar esta imprecisión de la forma más

realista posible. En el caso de la segmentación el objetivo que persiguen es, al igual que las técnicas clásicas, extraer las regiones presentes en una imagen, pero enriqueciendo el resultado aportando un modelo de representación de regiones que permitan trabajar con esta imprecisión: los conjuntos difusos (ver apéndice A).

La aplicación de la lógica difusa al problema de la segmentación es relativamente reciente ya que, aunque las primeras publicaciones en este campo son de 1993 y 1994 [32, 55], su mayor auge se alcanzó a principios de este siglo [44, 50, 309]. Desde entonces hasta ahora se han propuesto un gran número de técnicas de segmentación difusa que, basándose en las técnicas de segmentación precisa, enfocan este proceso desde perspectivas diferentes, viéndolo como un problema de clasificación o de formación de regiones conexas. Al igual que sucedía entonces, las técnicas basadas en clasificación difusa agrupan los píxeles de acuerdo a sus características, sin considerar las relaciones espaciales entre ellos. Las técnicas difusas basadas en regiones, en cambio, sí tienen en cuenta la información sobre la topología de la imagen. [59, 60, 139, 184, 232, 276, 298, 304], dando como resultado *regiones difusas*.

Extendiendo al ámbito difuso la noción de región precisa dada por la definición 2.1, se llega a la siguiente definición de región difusa:

Definición 2.3 *Una región difusa es un subconjunto difuso de píxeles semejantes y conectados, tal que cada píxel de la imagen tiene un determinado grado de pertenencia a dicho subconjunto.*

Partiendo de esta definición la segmentación difusa de una imagen se puede describir, según Foliguet et al [253], como *un conjunto de regiones difusas cuyos soportes están incluidos en el conjunto de píxeles de la imagen*. De un modo más formal, y extendiendo al campo difuso la definición 2.2:

Definición 2.4 *Una segmentación difusa de una imagen es un conjunto de regiones difusas, que a su vez son subconjuntos de píxeles semejantes y conectados, tal*

que cada píxel de la imagen tiene un determinado grado de pertenencia a dicho subconjunto.

Al igual que sucedía en el caso preciso, son las técnicas de segmentación difusa basada en regiones las que proporcionan un resultado acorde a esta definición. Como se verá a continuación, las técnicas basadas en agrupamiento difuso o en detección difusa de fronteras, para proporcionar una segmentación difusa así, han de combinarse con otras técnicas basadas en grafos, redes neuronales u otras metodologías que permitan considerar la topología de la imagen.

Técnicas difusas basadas en píxeles

Las técnicas de segmentación difusa basadas en píxeles tienen su origen en los algoritmos de agrupamiento, en cuya versión difusa se asigna a cada píxel un grado de pertenencia a cada grupo [68, 100, 238, 316, 341]. En el caso difuso no está tan clara la división entre diferentes técnicas basadas en píxeles (histogramas, agrupamiento y redes neuronales), ya que habitualmente se combinan las tres, utilizando histogramas o redes neuronales difusas para obtener de forma no supervisada los centroides que sirven de entrada a los algoritmos de agrupamiento difuso [83].

Entre las técnicas de clasificación y agrupamiento difuso, destaca el algoritmo de K-medias difuso (*Fuzzy C-means*) [211, 226, 342] en el que, de modo similar a su antecedente preciso, se define un conjunto de k centros de referencia y se clasifican los píxeles de la imagen asignándolos a cada grupo con un determinado grado, que se calcula a partir de una medida de distancia. Este proceso se repite de forma iterativa, actualizando los centros de los grupos hasta que se alcanza una condición de parada. Las principales aportaciones en este grupo se centran en la elección del conjunto de centroides de partida y la medida de la distancia entre los puntos a clasificar.

- En lo que se refiere a la elección del conjunto de centroides de partida, normalmente se realiza mediante el estudio de histogramas y la localización

de picos en los mismos. Estos histogramas suelen basarse en la información de color [105, 269], aunque también existen versiones que trabajan sobre otras características de la imagen, como los basados en niveles de gris [116], la homogeneidad [48], o el gradiente [54]. A partir de las modas detectadas en estos histogramas, se obtienen los grupos calculando el grado de pertenencia de cada píxel de la imagen a cada moda del histograma [105]. También existen propuestas basadas en algoritmos competitivos para determinar de forma no supervisada el número de grupos [24, 93]. Muchos de ellos se basan en la utilización de sistemas neuronales difusos [5, 85, 148, 233, 285, 356], también llamados redes neuronales ponderadas, como es el caso de la propuesta de Muhammed et al. [233]. En ella se incorpora información topológica a la primera etapa del proceso de agrupamiento mediante una red neuronal ponderada que representa la imagen y cuyos pesos se calculan a partir de las densidades locales. Sobre ella se aplica un algoritmo de *watershed* para seleccionar el conjunto inicial de centroides, que servirán de entrada al proceso de agrupamiento difuso.

- Respecto a la medida de la distancia entre los puntos a clasificar, existe un gran número de propuestas ya que las medidas se suelen adaptar al tipo de imagen y a la información que se desea extraer. Un ejemplo de ello son las numerosas medidas definidas en el entorno de la imagen médica, [54, 111, 182] para imágenes de resonancias magnéticas (MR, MRA), cardiografías, angiogramas o mamografías.

Aunque son numerosas las aplicaciones de estas técnicas [52], presentan varios inconvenientes, ya que suelen ser muy sensibles a pequeñas variaciones locales y no es fácil determinar el número de centros, además del elevado coste computacional que suele tener el proceso completo y que se hace excesivo cuando el conjunto de datos es muy grande.

Además, desde el punto de vista de la segmentación tienen el inconveniente de no proporcionar regiones difusas como resultado sino, como se observa en la figura 2.2, conjuntos difusos de colores en los que el grado de pertenencia indica

el grado de parecido con el centroide. Suponiendo que en esta figura se quiere representar la región blanca en el centro de la imagen 2.2 (A) (marcada con un cuadrado azul), con un algoritmo de agrupamiento difuso se obtendría un resultado como el de la imagen 2.2 (B) en la que el blanco indica máxima pertenencia y el negro pertenencia 0. Esta técnica, al agrupar los píxeles de similar color, daría como resultado que el reflejo en el mar, en la parte central inferior de la imagen, también pertenece al brillo del sol, y además, con un alto grado. Con una técnica que incorpore la información sobre la topología de la imagen y la conectividad entre píxeles el resultado que se obtendría mostraría que realmente se trata de dos regiones diferentes de la imagen, como muestra la imagen 2.2 (C) en la que, al no formar parte de una misma componente conexas, el reflejo del sol tiene un grado de pertenencia muy bajo a la región del sol.

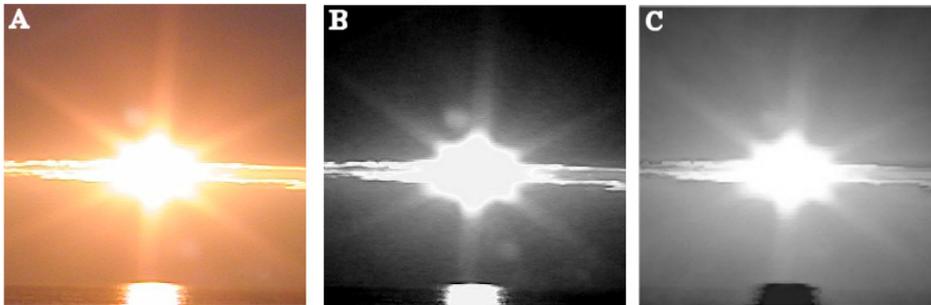


Figura 2.2: Ejemplos de las dos principales categorías de segmentación difusa. A: Imagen original. B: Resultado de un agrupamiento por k-medias difuso. C: Resultado de una técnica basada en regiones.

Ejemplos como este muestran la necesidad de tener en cuenta la conectividad en el cálculo de regiones difusas, dando lugar a técnicas híbridas, que tratan de complementar los algoritmos de agrupamiento con un pre o post-procesamiento que les permita detectar regiones conexas. Algunos ejemplos son las propuestas basadas en la detección de componentes conexas o en la teoría de grafos [63],

en la incorporación de información sobre los contornos presentes en la imagen [1, 14, 303, 344] o en la combinación con una técnica basada en regiones como el watershed [38, 208, 212]. Otra opción es enfocar el problema desde un principio desde la perspectiva de la conectividad, que es precisamente la idea que fundamenta las técnicas basadas en regiones.

Técnicas de segmentación difusa basadas en fronteras

Así como las técnicas precisas basadas en píxeles y las basadas en regiones han sido ampliamente extendidas al ámbito difuso, las basadas en regiones tienen pocas versiones difusas. Entre las más relevantes destacan las de García-Barroso et al. [102], que proponen una medida basada en el argumento del vector gradiente para calcular el grado en que un píxel se puede considerar una frontera y la de Suri et al. [302], en la que se utilizan modelos deformables difusos para determinar las fronteras entre la materia blanca y la gris en imágenes de resonancias magnéticas.

Técnicas de segmentación difusa basadas en regiones

Las técnicas de segmentación difusa basadas en regiones, tales como las de fusión de regiones [212], el *watershed* [252, 253] o las basadas en grafos [210] resuelven el inconveniente de la falta de conexión entre regiones que se da en las técnicas de agrupamiento difuso, introduciendo información sobre la topología de la imagen en el cálculo de las regiones. Estas técnicas calculan el grado de pertenencia de un elemento a la región asociada a la semilla según la medida en que cumplan las condiciones de homogeneidad y proximidad topológica respecto a ella o a la región formada hasta ese momento.

Al igual que sucede con la selección del número de centroides en las técnicas de agrupamiento, un inconveniente inherente a las técnicas basadas en regiones, tanto precisas como difusas, es la selección de los puntos semilla. En la literatura la mayoría de las propuestas suelen realizar una sobre-siembra colocando las semillas en los mínimos locales del gradiente [29, 253, 262], aunque hay algunas

técnicas que trabajan con determinados tipos de imágenes y utilizan el conocimiento previo para realizar la siembra [109, 314, 323, 326], o aplican una técnica no supervisada para su ubicación [86, 130].

Al igual que sucede con las técnicas difusas basadas en píxeles, también en este caso es muy habitual encontrar combinaciones de las distintas técnicas difusas basadas en regiones:

- La mayor parte de los algoritmos de fusión de regiones difusas que se encuentran en la literatura, aparecen en combinación con técnicas de watershed [61, 207, 212] o de crecimiento de regiones [2], en las que se realiza un post-procesamiento [64, 79] que ejecuta un proceso de fusión para resolver los posibles problemas derivados de una sobre-siembra. La filosofía que se sigue en estos casos es la misma que en la versión precisa, ya que se suele definir un criterio de homogeneidad entre regiones, utilizado para unir de forma iterativa aquellas regiones adyacentes que verifiquen dicho criterio [37]. La principal diferencia con respecto a las técnicas de fusión precisas se encuentra en que las regiones unidas son difusas, siendo necesario extender las medidas de homogeneidad y adyacencia al ámbito difuso. Un ejemplo es la propuesta de Hongwei et al. [121] en la que se utiliza una medida de similitud difusa como criterio de homogeneidad. Esta medida se calcula a partir de un grado de parecido entre las regiones y de semejanza entre sus fronteras, y se ve ponderada a lo largo del proceso de fusión de regiones. También existen propuestas como la de Del Amo et al. [68], que aplican un proceso de fusión de regiones a los resultados de un algoritmo de agrupamiento difuso con el fin de obtener regiones difusas topológicamente conexas.
- En lo que se refiere a las técnicas morfológicas, como se vio en el caso preciso suelen dar como resultado una sobre-segmentación que hace que suelen ir acompañadas de una post-procesamiento en el que se realiza una unión de regiones. Al igual que en el caso preciso, el algoritmo de *watershed* es uno de sus principales representantes, aunque existen otras propuestas en

la literatura como las de Sobrevilla et al. [231, 295, 296] en las que, para detectar determinados tipos de células (sanguíneas, óseas o corneales), se utilizan elementos estructurales difusos cuya forma y estructura se define de acuerdo al tipo de célula. En lo que se refiere a la versión difusa del algoritmo de *watershed*, la filosofía de funcionamiento es similar a su versión precisa, salvo por que durante el proceso de inundación se asigna a cada píxel un grado de pertenencia a cada región. Las propuestas en la literatura difieren principalmente en la forma de calcular este grado de pertenencia. En el caso de Foliguet et al. [252, 253] se utiliza una medida basada en la distancia espacial y en color respecto a la semilla, mientras que en otras propuestas como la de Makrogiannis et al. [212, 213] se lleva a cabo un proceso previo de agrupamiento de los colores en la imagen y se obtiene el grado de pertenencia a partir del parecido entre el color del píxel y el del centroide del grupo al que pertenece la semilla.

- Respecto a las técnicas de segmentación difusa basadas en regiones [46, 127, 271, 360] realizan, para cada semilla, un proceso de crecimiento completo en el que se extiende la semilla hasta ocupar toda la imagen. Estas versiones difusas del algoritmo resuelven el problema de la secuencialidad que sufren sus versiones precisas, ya que de este modo el resultado no depende del orden en que se procesen las regiones. Una de las primeras propuestas en la literatura es la de Moghaddamzadeh et al. [225], que en 1997 apuntó el problema de la asignación de un píxel a una región cuando existe imprecisión, y propuso dos algoritmos para resolverlo, combinando la detección de fronteras y el crecimiento de regiones. En estos algoritmos se utilizan dos criterios difusos para calcular el grado de pertenencia de un píxel a una región: uno que indique el grado de parecido y otro lo gradual que es el cambio de color. Estos grados se combinan para obtener un “grado de lejanía” con el que calcular las regiones difusas. Desde entonces hasta ahora se han desarrollado diversas propuestas cuyas aportaciones se centran en la definición de la función de pertenencia a las regiones incorporando

distintos tipos de informaciones sobre adyacencia o afinidad [61, 325]. Un ejemplo es la medida definida por Carvalho et al. [35, 117] en la que se mide el grado de pertenencia utilizando una función exponencial de la media de las características de los píxeles en la región y un valor de aislamiento *isolation* asociado al píxel. Este valor se obtiene como la menor de las diferencias de las características del píxel con las de cada píxel de su entorno. Recientemente han tenido cierto impulso las técnicas basadas en caminos, que calculan el grado de pertenencia de un píxel a una región mediante el cálculo de una medida a lo largo del camino [271, 304, 317].

Otra propuesta es la de Demirci et al. [71], que define un conjunto de etiquetas asociadas a cada una de las componentes de color *RGB* y calcula el grado de pertenencia del píxel a cada una de ellas; luego compara estos valores con los grados de pertenencia del píxel semilla a cada una de las etiquetas, obteniendo así un grado de pertenencia a la región. Fan et al. [86] y Xiaoyan et al. [64] también utilizan etiquetas para obtener el grado de pertenencia a la región, en el primer caso sobre la orientación del gradiente en el espacio de color *YUV* y en el segundo sobre la magnitud de las distancias en cada una de las componentes de color del espacio *HSI*.

También hay referencias basadas en reglas de asociación [149, 150, 257, 270] que, aplicando el algoritmo genérico de segmentación basada en reglas, permiten detectar estructuras en la imagen que se repiten con frecuencia, por lo que suelen utilizarse cuando las imágenes poseen texturas. Existen otras propuestas como la de Xiaoyan Dai et al. [65] o la de Araújo et al. [9] Este último estudia el 4-entorno del píxel y comprueba que su distancia en niveles de gris respecto a la región esté por debajo de un umbral y, con esta información aplica un conjunto de reglas para determinar el grado de pertenencia. Yuchou et al. [39, 348] definen un mapa de homogeneidad calculando la homogeneidad de cada píxel con sus vecinos y, sobre él construyen un retículo de Fibonacci.

Gracias a las técnicas de segmentación difusa se cuenta con una metodología

para tratar la imprecisión en las regiones. Sin embargo, estas propuestas no aprovechan toda la capacidad de adaptación que ofrecen los conjuntos difusos, ya que segmentan todas las regiones de la imagen del mismo modo, independientemente de sus características y de la imprecisión de cada una de ellas. Este es uno de los problemas que se abordará en esta memoria, con el fin de obtener una segmentación difusa de la imagen, adaptada a las particularidades de cada región en ella.

2.3. Espacios de Color y Distancias

En segmentación de imágenes una importante cuestión a decidir es el conjunto de informaciones que se utilizarán para representar las características de los píxeles en la imagen. Las primeras técnicas de segmentación que se desarrollaron, utilizaban información sobre la intensidad de los píxeles, ya que la mayoría de las imágenes eran de niveles de gris [23, 55, 94, 110, 199, 220, 244]. Hoy en día son numerosas las propuestas en la literatura que siguen trabajando sólo con la información de intensidad [5, 198, 283, 292, 293, 323, 352, 354], especialmente en imágenes médicas. Más tarde, en torno a 1980, comenzaron a desarrollarse métodos que permitieran segmentar imágenes en color [25, 39, 42, 85, 187, 196, 236, 240, 242, 341, 342], escogiendo para ello un espacio de color adecuado, según las características de la imagen o el tipo de procesamiento que se fuera a aplicar. Conforme ha ido aumentando la capacidad de cómputo de los ordenadores, se han ido seleccionando otras características más complejas que permitieran segmentar texturas [288, 351], y considerar otras informaciones relativas a las orientaciones y fronteras [82] en el entorno del píxel, la entropía [45, 129, 174, 308], la homogeneidad con el entorno [46, 48, 141, 146, 319] o información fractal [202, 203]. Todas estas informaciones se calculan a partir de la información sobre la intensidad y el color de los píxeles en la imagen y suelen tener como objetivo segmentar un determinado tipo de región o de imágenes.

Dado que la mayoría de las técnicas de segmentación utilizan la información

de color, ya sea de forma directa o para el cálculo de otras características, en esta sección se analizarán los diferentes espacios de color habitualmente utilizados en segmentación [42], junto con la métrica definida en cada uno de ellos para comparar dos colores dados.

El origen de los diferentes espacios de color se encuentra en la teoría tri-estímulo, según la cual los órganos visuales son sensibles a tres longitudes de onda diferentes, correspondientes a la luz roja (a 564 nm), verde (a 533 nm) y azul (a 437 nm). El cerebro humano percibe estos estímulos a través de los sensores en la retina y los interpreta proporcionando un código de color con tres atributos básicos: el tono, que indica a cuál de estos estímulos o combinación de ellos se parece el color percibido, el colorido (saturación, croma), que indica la pureza del color (si se trata de un color pastel o puro) y la luminosidad o intensidad, que indica lo claro u oscuro que se percibe el color. Los diferentes espacios de color son distintos modelos que especifican cómo se representa la información de color en términos de valores de intensidad; es decir, cómo se obtiene ese código de color.

Algunos de los espacios de color como el *HSI*, el *HSV* o el *HLS*, se basan en describir los tres atributos antes mencionados, mientras que otros, como el *CIE Lab*, tienen su origen en la carta de colores desarrollada por Munsell en 1915. Este Atlas se divide en 100 páginas correspondientes a diferentes colores perceptuales, ordenados según las tres propiedades básicas del color. En procesamiento de imágenes uno de los espacios de color más utilizados es el *RGB*, ya que es en este formato en el que se almacenan las imágenes. A partir de él, según Cheng et al. [43], los espacios de color se pueden dividir en tres categorías básicas:

- Espacios obtenidos a partir de *RGB* mediante una transformación lineal, como el *YIQ*, el *YUV* o la transformación de Karhunen-Loeve [240].
- Espacios obtenidos mediante transformaciones no lineales, como el *HSI*, el *HSL* y el *HSV*.
- Espacios CIE, derivados del estándar propuesto por la Comisión Interna-

cional de Luz y Color en 1931, como el *CIE XYZ*, el *CIE Lab* y el *CIE Luv*.

En la figura 2.3 se muestra una representación de cada uno de estos espacios, cuyas características y forma de cálculo se comentan a continuación, así como la métrica definida en cada uno de ellos.

Espacio de color *RGB*

El modelo *RGB* es el más utilizado en informática gráfica y en tratamiento de imágenes digitales. Está basado en la teoría "tri-estímulo" de Wyszecki, según la cual un color puede ser representado mediante tres componentes cuyos valores indican la intensidad en cada uno de los colores primarios. Los colores primarios son los correspondientes a los tres tipos de conos presentes en el ojo humano, sensibles a la longitud de onda roja, a la verde y a la azul. Según cuáles sean los colores primarios elegidos, se pueden obtener diferentes versiones del espacio *RGB*, como son la *EBU RGB* (*European Broadcasting Union*) y *FCC RGB* (*Federal Communication Commission*). Estos espacios de color se basan en los valores tri-estímulo de los fósforos de los tubos de rayos catódicos. Los blancos que se toman como referencia son el D65 en el caso del *EBU RGB* y el C en el caso del *FCC RGB*.

Independientemente de cuáles sean los colores primarios de referencia, las coordenadas *RGB* se representan en forma de una tripleta (R_i, G_i, B_i) que da las coordenadas en un sistema de color con tres ejes *R*, *G* y *B*- ortogonales entre sí, proporcionando al modelo de color la forma de un espacio cúbico cartesiano, mostrado en la figura 2.3 (A). Según las leyes de colorimetría: 1) cualquier color puede ser generado a partir de una combinación de estos y la combinación de los tres es única; 2) si dos colores son equivalentes, también lo seguirán siendo después de multiplicarlos o dividirlos por el mismo número, y 3) la luminosidad de una mezcla de colores es igual a la suma de las luminosidades de cada color.

Las componentes *RGB* varían en el rango $[0, 255]$, aunque existe una versión normalizada de este espacio, llamada *rgb* o *Nrgb* (*normalized RGB*), en la que

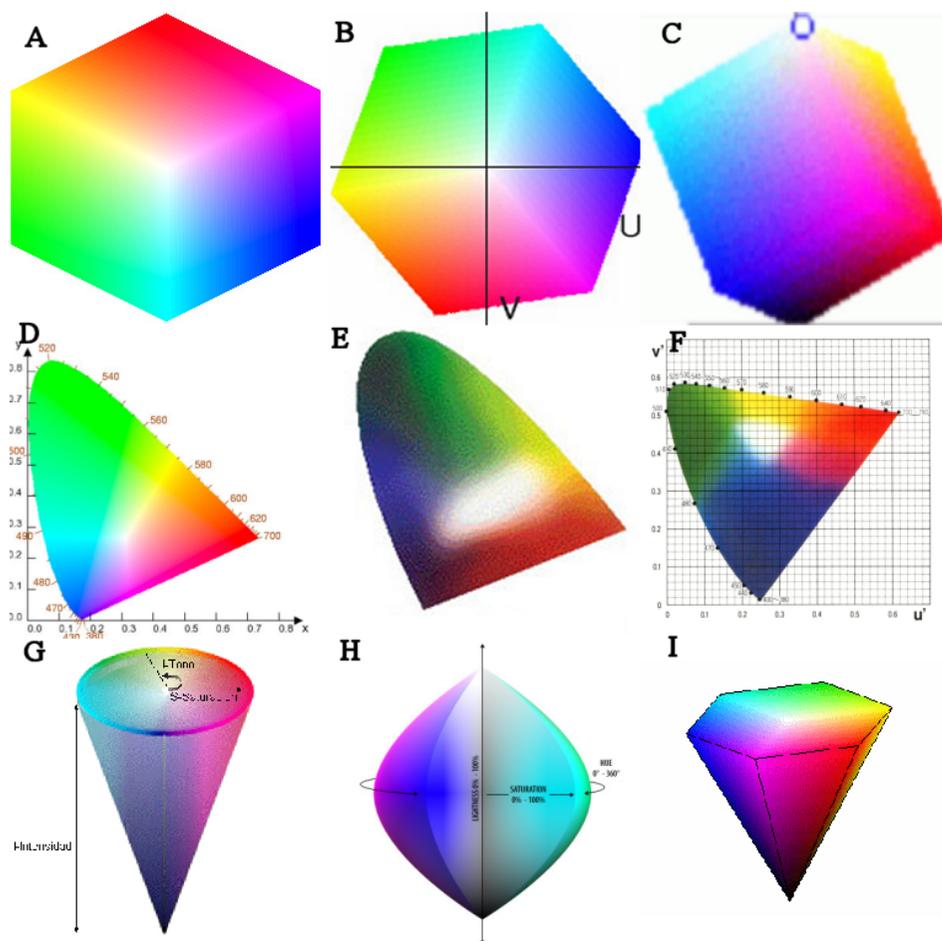


Figura 2.3: *Espacios de color. A: Espacio RGB. B: Espacio YUV. C: Espacio YIQ. D: Plano XY del espacio de color CIE XYZ. E: Plano ab del espacio CIE Lab. F: Plano uv del espacio CIE Luv. G: Espacio de color HSI. H: Espacio HSL. I: Espacio HSV.*

su rango es $[0, 1]$. Los niveles de gris en este espacio se encuentra representados a lo largo del eje diagonal desde el origen $[0, 0, 0]$, que representa el negro, hasta el punto $[255, 255, 255]$, que corresponde al blanco. Al estar en el eje diagonal, estos niveles de intensidad o luminosidad se caracterizan porque tienen igual aportación de las tres componentes. Los coordenadas $[0, 255, 255]$, $[255, 0, 255]$ y $[255, 255, 0]$ corresponden a los colores cyan, magenta y amarillo, respectivamente.

La medida de distancia utilizada en este espacio habitualmente [15, 23, 43, 83, 94, 195, 244] es la distancia euclídea. Dados dos colores $c_i = (R_i, G_i, B_i)$ y $c_j = (R_j, G_j, B_j)$, su expresión es la siguiente:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \sqrt{\Delta R(c_i, c_j)^2 + \Delta G(c_i, c_j)^2 + \Delta B(c_i, c_j)^2} \quad (2.1)$$

donde $\Delta R(c_i, c_j) = |R_i - R_j|$, $\Delta G(c_i, c_j) = |G_i - G_j|$ y $\Delta B(c_i, c_j) = |B_i - B_j|$. Existen algunos autores que utilizan una versión normalizada de esta distancia, que viene dada por la siguiente expresión:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \frac{\sqrt{\Delta R(c_i, c_j)^2 + \Delta G(c_i, c_j)^2 + \Delta B(c_i, c_j)^2}}{\sqrt{3}} \quad (2.2)$$

donde $\Delta R(c_i, c_j) = \frac{|R_i - R_j|}{255}$, $\Delta G(c_i, c_j) = \frac{|G_i - G_j|}{255}$ y $\Delta B(c_i, c_j) = \frac{|B_i - B_j|}{255}$.

Una de las características más importantes de este modelo es que las coordenadas en los demás espacios de color se pueden calcular a partir de las coordenadas en RGB . Además, es uno de los espacios de color más ampliamente utilizado debido a su relación directa con el mundo físico y tiene la ventaja de que no requiere ningún tipo de preprocesamiento, ya que las imágenes de color suelen ser adquiridas en este formato, puesto que las cámaras CCD con las que se obtienen las imágenes tienen tres sensores, uno para cada una de estas tres componentes de color.

Sin embargo, presenta tres inconvenientes [43, 59, 139, 184, 276]. Por una parte, no todos los colores visibles son representables en este espacio. Por otra parte sus componentes están muy correladas, por lo que es un espacio muy sensible a

los cambios de luz, a la dirección de observación, la orientación de la superficie, los brillos y a la dirección, la intensidad y el color de la fuente de iluminación, así como a la inter-reflexión entre objetos. Esto hace que no sea muy adecuado de cara a la segmentación de escenas. Finalmente la medida de distancia en RGB no representa las diferencias de color en una escala uniforme; es decir, la medida de distancia no es perceptualmente representativa.

Espacio de color YUV

El espacio de color YUV [43, 59, 139, 184, 276] es el estándar utilizado para la transmisión de televisión en Europa. Se trata de un modelo definido a partir de una transformación lineal del espacio RGB , siendo también un sistema con tres ejes ortogonales entre sí con la misma forma que el RGB , pero cambiando su orientación de forma que los colores cambian de posición, según se observa en la figura 2.3 (B).

En este espacio de color se separa la información de luminosidad de la de cromaticidad (o crominancia). De esta forma la componente Y contiene la información sobre la intensidad, representando la información monocromática del color, mientras que las componentes U y V contienen la información sobre la cromaticidad (tono y saturación).

El rango en el que varían estas componentes depende del número de bits utilizados para codificarlas. Un esquema de codificación habitual es el 4 : 2 : 2 según el cual, del número total de píxeles, la mitad se utilizan para codificar la luminosidad y la otra mitad para la cromaticidad, de tal forma que una cuarta parte de los bits representan la componente U y la otra cuarta parte la V .

Para realizar la conversión entre las coordenadas YUV y RGB se utilizan las siguientes ecuaciones [43], donde se asume que las componentes RGB están normalizadas:

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.147 & -0.289 & -0.437 \\ 0.615 & -0.515 & -0.100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.000 & -0.000 & 1.1389 \\ 1.0004 & -0.3938 & -0.5805 \\ 0.9980 & 2.0279 & -0.0005 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Dados dos colores en este espacio $c_i = (Y_i, U_i, V_i)$ y $c_j = (Y_j, U_j, V_j)$, la métrica que se suele utilizar es la distancia euclídea:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \sqrt{\Delta Y(c_i, c_j)^2 + \Delta U(c_i, c_j)^2 + \Delta V(c_i, c_j)^2} \quad (2.5)$$

donde $\Delta Y(c_i, c_j) = |Y_i - Y_j|$, $\Delta U(c_i, c_j) = |U_i - U_j|$ y $\Delta V(c_i, c_j) = |V_i - V_j|$.

Los motivos por los que se suele utilizar este espacio en la transmisión del color en televisión están relacionados con la compresión de esta información, ya que con este espacio el número de bits necesarios para enviar la información de color se ve bastante reducido. Como consecuencia, el número de colores que se puede representar también queda en un rango reducido, que da lugar a que no todos los colores que se pueden distinguir en una pantalla de ordenador se puedan ver en televisión. Hasta hace poco, este espacio, junto con el YIQ , eran los únicos lo suficientemente rápidos como para permitir el procesamiento de imágenes en tiempo real.

Espacio de color YIQ

Este espacio es muy similar al YUV , ya que se trata del estándar utilizado en Estados Unidos para la transmisión de televisión. Al igual que él, el espacio YIQ es una transformación lineal del RGB, (2.3 (C)), por lo que las propiedades de ambos (YUV e YIQ) son las mismas [43, 59, 139, 184, 276].

El color se codifica también separando la información acromática de la información cromática, de modo que Y es la componente que indica el grado de

luminosidad del color, mientras I y Q contienen información sobre el tono y la saturación. Al igual que en YUV , en YIQ el rango de estas componentes depende del número de bits utilizados para codificarlas. La forma de obtener su valor a partir de las coordenadas RGB y viceversa, viene dada por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.528 & 0.311 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0031 & 0.9548 & 0.6179 \\ 0.9968 & -0.2707 & -0.6448 \\ 1.0085 & -1.1105 & 1.6996 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Al igual que en el espacio YUV , la métrica utilizada es la distancia euclídea, calculada a partir de los colores $c_i = (Y_i, I_i, Q_i)$ y $c_j = (Y_j, I_j, Q_j)$ del siguiente modo:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \sqrt{\Delta Y(c_i, c_j)^2 + \Delta I(c_i, c_j)^2 + \Delta Q(c_i, c_j)^2} \quad (2.8)$$

donde $\Delta Y(c_i, c_j) = |Y_i - Y_j|$, $\Delta I(c_i, c_j) = |I_i - I_j|$ y $\Delta Q(c_i, c_j) = |Q_i - Q_j|$.

Tanto en este espacio como en el YUV , al separar la información acromática de la cromática, se reduce en parte la correlación entre sus componentes. En segmentación se suelen utilizar estos espacios cuando se trata de una técnica basada en fronteras, que en su mayoría se encuentran presentes en la componente de luminosidad. Estos dos espacios, YUV y YIQ , respecto a los que se verán a continuación, tienen una forma de cálculo más sencilla debido a que son transformaciones lineales del espacio RGB , por lo que suelen utilizarse en sistemas que requieran velocidad de cómputo.

Espacio de color XYZ

Uno de los inconvenientes del espacio RGB es que es dependiente de los sensores utilizados, de las longitudes de onda utilizadas como iluminantes primarios. Esta es la causa de que no todos los colores percibidos puedan ser representados en RGB ya que, al fijar tres colores primarios, no es posible obtener todos los colores visibles como mezcla aditiva de ellos. Por este motivo en 1931 la CIE diseñó el espacio de color $CIE XYZ$ (o XYZ). En la figura 2.3 (D) se muestra un corte del espacio correspondiente a un plano XY , basado también en la teoría tri-estímulo, en el que se fijan tres estímulos de color imaginarios [43, 59, 139, 184, 276]. Desde entonces, este es el espacio de color utilizado en colorimetría.

En este sistema la componente Y representa la intensidad del color, por lo que su valor es directamente proporcional a la luminosidad de la mezcla aditiva, mientras que las otras dos componentes recogen la información cromática. Las tres componentes son positivas para todos los posibles estímulos reales, y se obtienen a partir del espacio RGB mediante una transformación lineal. Sin embargo, existen numerosas transformaciones posibles, ya que dependen de los colores primarios elegidos y del blanco de referencia. Una de las transformaciones más utilizada entre los espacios RGB y XYZ es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.490 & 0.177 & 0.000 \\ 0.310 & 0.812 & 0.010 \\ 0.200 & 0.011 & 0.990 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La conversión contraria se realiza del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3649 & -0.5156 & 0.0052 \\ -0.8971 & 1.4273 & -0.0144 \\ -0.4678 & 0.0883 & 1.0092 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

En ambas expresiones los coeficientes utilizados para su cálculo se seleccionaron de tal forma que para los niveles de gris (estímulos con igual intensidad en

cada longitud de onda) se cumpliera que las tres componentes toman el mismo valor: $X = Y = Z$.

En este espacio, al igual que en los anteriores, la métrica utilizada es la distancia euclídea. Dados los colores $c_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ y $c_j = (X_j, Y_j, Z_j)$:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \sqrt{\Delta X(c_i, c_j)^2 + \Delta Y(c_i, c_j)^2 + \Delta Z(c_i, c_j)^2} \quad (2.11)$$

donde $\Delta X(c_i, c_j) = |X_i - X_j|$, $\Delta Y(c_i, c_j) = |Y_i - Y_j|$ y $\Delta Z(c_i, c_j) = |Z_i - Z_j|$.

Este espacio de color no suele ser utilizado en procesamiento de imágenes de forma directa, sino que se utiliza como intermediario en la definición de otros sistemas de color perceptualmente uniformes como el *CIE Lab*. Además, las componentes de este espacio están correladas por lo que, al igual que el espacio RGB, es una representación sensible a la dirección de observación, a la orientación de la superficie del objeto, a los brillos, a la dirección, intensidad y el color de la fuente de iluminación y a las inter-reflexiones entre objetos.

Espacio de color CIE Lab

El espacio de color CIE Lab [43, 59, 139, 184, 276] fue desarrollado tomando como base el sistema de color definido por Munsell. La necesidad de este espacio viene dada por las carencias de los espacios de color definidos en base a la teoría tri-estimulus, como el RGB. Estos espacios no son fácilmente interpretables en términos de las tres dimensiones psicológicas del color, el tono, el brillo y la saturación. Además, los espacios como el XYZ no son perceptualmente uniformes, pues las distancias entre colores no se perciben de igual forma en todo el espacio.

En el intento de conseguir un espacio perceptualmente uniforme surge el espacio *CIE La*b** (o *CIE Lab*) en 1976, que sí cumple esta condición ya que cualquier variación en el valor de una componente se percibe igualmente a lo largo de todo el rango de dicha componente.

Los tres ejes de este espacio, ortogonales entre sí, forman una superficie esférica, representada en la figura 2.3 (E). El significado de las componentes que dan la información cromática viene dado por la forma en que el sistema visual humano

percibe el color. Los humanos poseen dos tipos de células “oponentes” que perciben el contraste entre colores opuestos. De este modo, el ojo humano posee un tipo de células cuyos pigmentos reaccionan dado el contraste entre la intensidad en la longitud de onda del tono color rojo y la del verde de la luz percibida, y otras que se activan para dar la diferencia entre la intensidad en la longitud de onda del tono amarillo respecto al azul. De este modo:

- L: Contiene la información de intensidad. Se trata de un eje vertical en el que se encuentran localizados todos los niveles de gris, que van desde el negro ($L = 0$) hasta el blanco ($L = 100$). Los tonos acromáticos (niveles de gris) se caracterizan porque para todos ellos las otras dos componentes (a y b) son iguales ($a = b$).
- a: Es el eje que representa la información sobre el grado de rojo, en el extremo positivo (+a), y de verde (en el extremo negativo) (-a). El rango de esta componente se ha fijado experimentalmente, dándole un valor máximo de 500.
- b: Este último eje indica el grado de contraste entre la información de color amarillo (+b) y la de tono azul (-b) del color. Las componentes a y b son las que proporcionan la información cromática (tono y saturación) del color. Al igual que ocurría con la componente a, el valor de b se ha determinado experimentalmente, fijando su límite en 200.

Con el objetivo de imitar el sistema visual humano, la relación entre las tres componentes deja de ser lineal (como ocurría en RGB, XYZ,...) y pasa a ser logarítmica, que es el tipo de respuesta del ojo humano. Así, para obtener las coordenadas CIE Lab de un color a partir de un color dado en coordenadas RGB hay que hacer dos transformaciones: primero de RGB a XYZ (Ecuación 2.9) y, a continuación, de XYZ a CIE Lab. Para realizar esta última transformación, hay que normalizar el color dado en el espacio XYZ, de modo que las coordenadas resultantes en CIE Lab sean independientes del color de la iluminación. Para lograr

esto, la normalización se hace utilizando un color blanco como referencia, cuyas coordenadas son (X_n, Y_n, Z_n) . Uno de los blancos de referencia más comunes es el D65, cuyas coordenadas en el espacio XYZ son (95.05, 100.0, 108.88). Teniendo esto presente, las ecuaciones de transformación del espacio XYZ al CIE Lab son las siguientes:

$$L = 116 \cdot f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - 16 \quad (2.12)$$

$$a = 500 \cdot \left[f\left(\frac{X}{X_n}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) \right] \quad (2.13)$$

$$b = 200 \cdot \left[f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) \right] \quad (2.14)$$

donde:

- (X, Y, Z) son las coordenadas del color expresadas en el espacio XYZ.
- (X_n, Y_n, Z_n) son las coordenadas del blanco tomado como referencia (en la mayoría de los casos se utiliza D65).
- La función $f(x)$ se obtiene según sigue:

$$f(x) = \begin{cases} x^{1/3} & \text{si } x > 0.008856 \\ 7.787 \cdot x + \frac{16}{116} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.15)$$

Dados $c_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ y $c_j = (X_j, Y_j, Z_j)$, la distancia euclídea en este espacio, que es la que habitualmente se utiliza, viene dada por la ecuación 2.16.

$$\Delta C(c_i, c_j) = \sqrt{\Delta L(c_i, c_j)^2 + \Delta a(c_i, c_j)^2 + \Delta b(c_i, c_j)^2} \quad (2.16)$$

donde $\Delta L(c_i, c_j) = |L_i - L_j|$, $\Delta a(c_i, c_j) = |a_i - a_j|$ y $\Delta b(c_i, c_j) = |b_i - b_j|$.

Entre las características de este espacio destaca el hecho de que se trata de un espacio perceptualmente correcto: la distancia Euclídea entre dos puntos del espacio reproduce adecuadamente la diferencia entre los colores representados por

dichos puntos. Otras características del espacio CIE Lab se deben a que sea una transformación no lineal del XYZ, lo cual hace que CIE Lab sea sensible a los mismos efectos que el sistema XYZ, salvo al color de la iluminación (puesto que los valores XYZ se normalizan por un blanco de referencia), al cual es teóricamente invariante. A pesar de esta sensibilidad, este espacio suele dar buenos resultados en segmentación de imágenes.

Espacio de color CIE Luv

El espacio de color CIE $L^*u^*v^*$ (o CIE Luv) se diseñó, al igual que el CIE Lab, con el objetivo de que fuera perceptualmente correcto, de tal modo que la distancia Euclídea entre dos puntos del espacio fuera representativa de la distancia perceptual entre ellos. Se suele utilizar en aplicaciones que trabajan con mezclas aditivas de luz, como pantallas en color, televisión e iluminación.

La información de las componentes de este espacio (Figura 2.3 (F)) es similar a la del espacio CIE Lab.

Este espacio se obtiene a partir de una transformación proyectiva de los valores tristímulus, XYZ , o de las coordenadas de cromaticidad, xyz . Al igual que CIE Lab parte de las coordenadas de un blanco de referencia, con el fin de hacer este espacio independiente del color de la fuente de iluminación. Las coordenadas del blanco de referencia (u'_w, v'_w) se obtienen a partir de las coordenadas XYZ de dicho blanco y de los valores de cromaticidad del mismo ([43, 59, 139, 184, 276]). Estos valores (u'_w, v'_w) se obtienen tal y como se indica a continuación.

$$u' = \frac{4 \cdot X}{X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z} = \frac{4 \cdot x}{-2 \cdot x + 12 \cdot y + 3} \quad (2.17)$$

$$v' = \frac{9 \cdot Y}{X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z} = \frac{9 \cdot y}{-2 \cdot x + 12 \cdot y + 3} \quad (2.18)$$

Las expresiones que permiten obtener las coordenadas CIE Luv de un color a partir de su representación en el espacio XYZ son las siguientes.

$$L^* = 116 \cdot f \left(\frac{Y}{Y_n} \right) - 16 \quad (2.19)$$

$$u^* = 13 \cdot L^* \cdot (u' - u'_w) \quad (2.20)$$

$$v^* = 13 \cdot L^* \cdot (v' - v'_w) \quad (2.21)$$

En este espacio la distancia euclídea, que es perceptualmente representativa, se obtiene según indica la Ecuación 2.22.

$$\Delta C(c_i, c_j) = \sqrt{\Delta L(c_i, c_j)^2 + \Delta u(c_i, c_j)^2 + \Delta v(c_i, c_j)^2} \quad (2.22)$$

donde $\Delta L(c_i, c_j) = |L_i - L_j|$, $\Delta u(c_i, c_j) = |u_i - u_j|$ y $\Delta v(c_i, c_j) = |v_i - v_j|$.

Entre las características básicas de este espacio de color destaca que los valores de distancias euclídeas que se obtienen en este espacio son del mismo orden que las presentes en el álbum de colores de Munsell. Además, este espacio de color solventa los problemas de los espacios basados en la teoría tristímulus, ya que CIE Luv es invariante frente al color de la iluminación (está normalizado con respecto a un blanco de referencia) y a la dirección e intensidad de la fuente de iluminación, así como a la dirección de observación y a la orientación de la superficie del objeto. Otras características son la menor influencia de las sombras en este espacio, en comparación con el RGB, y su mayor sensibilidad a los brillos y a las inter-reflexiones entre objetos. Finalmente, este espacio se suele utilizar en técnicas de segmentación de imágenes por agrupamiento. También se suele utilizar en algoritmos de reconocimiento y localización de objetos bidimensionales sobre un fondo dado.

Espacios de color *HSI*, *HSL* y *HSV*

Los espacios definidos hasta ahora permiten representar la información de color, aunque lo hacen de un modo difícil de interpretar. El espacio de color *HSI*, al igual que el *HSL* (en la figura 2.3 (H)) y el *HSV* (en la figura 2.3 (I)), surgió con el objetivo de ser un espacio intuitivo en el que resultara sencillo comprender la información de color dada por sus componentes. Para ello sus tres componentes corresponden a las tres atributos del color, el tono, la pureza y la luminosidad.

Color	Ángulo
Rojo	0° y 360°
Amarillo	60°
Verde	120°
Cyan	180°
Azul	240°
Magenta	300°

Tabla 2.1: *Ángulo correspondiente a cada color básico, en la circunferencia de la componente H*

Este modelo de representación del color está formado por dos ejes perpendiculares y una circunferencia, que constituyen un cono como el de la Figura 2.3 (G). El significado de las componentes *HSI* es el siguiente:

- H: Esta componente representa el tono (*hue*), indicando cuál es el estímulo (o combinación de estímulos cromáticos) percibido. Su valor varía entre 0 y 360 grados, o entre 0 y 2π radianes, según el sistema en el que se trabaje. Su valor expresa un ángulo dentro de la circunferencia, que contiene todos los posibles tonos. Cada ángulo representa un color, siguiendo una gradación en la que los colores básicos se encuentran separados de 60 en 60 grados, y están distribuidos según se indica en la tabla 2.1
- S: Es la componente de saturación que indica el grado de pureza del color. Se representa mediante un segmento que parte del centro de la circunferencia hacia su exterior y cuya longitud, que varía entre 0 y 1, indica la cantidad de color de la mezcla. Un color es más puro cuanto más saturado sea; es decir cuanto más próximo al borde del círculo esté. De esta forma, los colores espectrales puros se encuentran en el contorno de la circunferencia mientras que los colores poco saturados, los “pasteles”, se encuentran próximos al centro debido a que tienen más mezcla de otros tonos. El caso extremo es

el color blanco, formado por la unión de todos los colores y cuya saturación es 0 (está justo en el centro del círculo). Esta componente, junto con el tono, aportan toda la información sobre la cromaticidad.

- I: Es la componente monocromática que da la información sobre la intensidad o luminosidad del color. Se trata de un eje vertical y perpendicular a la circunferencia y al eje de saturación en el que se encuentran todos los niveles de gris, desde el negro (de intensidad 0), hasta el blanco (de intensidad 255).

La obtención a partir de *RGB* de las coordenadas de color en los espacio *HSI*, *HSL* y *HSV* se muestra en la tabla 2.2. Estas son algunas de las posibilidades, ya que se pueden encontrar diferentes versiones de estos espacios. Romaní et al. [267] han realizado un profundo estudio de otras versiones del espacio *HSI*, como las dos de Yagi, la de Tenenbaum y la de Smith.

Espacio	Tono	Saturación	Intensidad
HSI	$\gamma = \arccos \frac{(R-G)+(R-B)}{2 \cdot \sqrt{(R-G)^2+(R-B) \cdot (G-B)}}$ $H = \begin{cases} \gamma & \text{si } B < G \\ 2 \cdot \pi - \gamma & \text{en otro caso} \end{cases}$	$S = 1 - \frac{m}{T}$	$I = \frac{(R+G+B)}{3}$
HSL	$H = \arctan' \left(\frac{\sqrt{3} \cdot (G-B)}{2 \cdot R - G - B} \right)$	$S = \frac{M-m}{255}$	$L = \frac{M+m}{2}$
HSV	$H = \arctan' \left(\frac{\sqrt{3} \cdot (G-B)}{2 \cdot R - G - B} \right)$	$S = \frac{M-m}{M}$	$V = M$

Tabla 2.2: Cálculo de las coordenadas *HSI*, *HSL* y *HSV* a partir del espacio *RGB*, con $M = \max\{R, G, B\}$ y $m = \min\{R, G, B\}$.

Este espacio de color presenta un problema, debido a la indefinición del tono cuando la intensidad o la saturación son bajas, y a la de la saturación cuando la intensidad es pequeña. Debido a ello, se han realizado diversos estudios, que van desde la utilización de factores para resolver esta imprecisión [68, 107, 230, 266, 268, 291] hasta la definición de diferentes zonas de cromaticidad [95–98, 196]. En esta memoria, se distinguirán tres zonas de cromaticidad, distinguidas en la figura 2.3(G):

- Una zona acromática en la que el valor de la saturación y el del tono no están definidos. Esta región se encuentra en el subcono gris en la parte inferior del cono HSI , donde la intensidad es tan pequeña que es imposible (o no tiene relevancia) dar la longitud del vector de saturación o el ángulo del tono. Esto ocurre sobre todo en el vértice inferior del cono, donde la intensidad vale cero.
- Un zona semicromática donde la componente de saturación sí está definida pero la de tono no. Esta región tiene forma de cilindro centrado en el eje de las intensidades. En esta región la saturación es tan pequeña que la percepción del color va a ser la misma independientemente del ángulo que se de. Esta situación llega al extremo cuando la saturación vale 0. En este caso nos encontramos en el eje de niveles de gris y el vector que define el ángulo tiene longitud 0, por lo que el color carece de información de tono.
- Finalmente, hay una zona cromática donde las tres componentes está definidas, que es la que queda por encima del subcono acromático y por fuera del cilindro semicromático.

En esta memoria proponemos delimitar estas zonas de cromaticidad mediante umbrales, T_I para la intensidad y T_s para la saturación de modo que dado un color $c_i = [H_i, S_i, I_i]$ será *acromático* si $I_i \leq T_I$ (zona negra en la figura 2.4), *semicromático* si $I_i > T_I$ y $S_i \leq T_s$ (zona lila en la figura 2.4), y *cromático* en otro caso (zona azul de la figura 2.4). Experimentalmente se ha comprobado que dos valores adecuados para estos umbrales son $T_I = 85$ and $T_s = 0.2$.

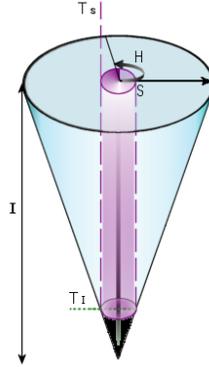


Figura 2.4: Zonas de cromaticidad del espacio HSI: Acromática en negro, semi-cromática en lila y cromática en azul.

Partiendo de estas zonas de cromaticidad, proponemos usar la siguiente medida de distancia en HSI para tener en cuenta tanto la circularidad de la componente H como las zonas de cromaticidad definidas:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \begin{cases} \Delta I & \text{Si } c_i \text{ o } c_j \text{ son acromáticos} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\Delta I^2 + \Delta S^2 + \Delta H^2} & \text{Si } c_i \text{ y } c_j \text{ son cromáticos} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\Delta I^2 + \Delta S^2} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.23)$$

donde, por simplicidad, se han omitido los parámetros (c_i, c_j) en la notación de las distancias $\Delta H(c_i, c_j)$, $\Delta S(c_i, c_j)$ and $\Delta I(c_i, c_j)$, que se definen del siguiente modo:

$$\Delta H(c_i, c_j) = \begin{cases} \frac{|H_i - H_j|}{\pi} & \text{si } |H_i - H_j| \leq \pi \\ \frac{\pi - |H_i - H_j|}{\pi} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\Delta S(c_i, c_j) = |S_i - S_j| \quad (2.25)$$

$$\Delta I(c_i, c_j) = \frac{|I_i - I_j|}{255} \quad (2.26)$$

Este espacio se caracteriza por ser intuitivo, aunque no sea representativo desde el punto de vista de la percepción, ya que el cálculo de la componente de intensidad no se hace teniendo en cuenta el modo en que los humanos perciben la luz, mientras que en otros espacios como el XYZ o el CIE Lab si se ponderaba la intervención de los colores primarios en el cálculo de la intensidad de acuerdo al sistema de percepción del color humano.

Pese a este inconveniente, posee varias ventajas desde el punto de vista de la segmentación. En primer lugar, al separar la información de la intensidad de la información cromática, permite aislar los efectos derivados de la iluminación como los brillos y las sombras, que quedan reflejados sólo en la componente I . En segundo lugar, la saturación es invariante con respecto a la dirección e intensidad de la fuente de iluminación, así como a la orientación de la superficie. Además, el tono es la componente más invariante, ya que no se ve afectada por brillos ni sombras, ni por la dirección de observación, así como tampoco por la orientación de la superficie ni por la dirección e intensidad de la fuente de iluminación.

Otros espacios de color $I_1 I_2 I_3$

Existen otros espacios como el desarrollado en 1980 por Ohta et al. [240], que realizaron de forma sistemática experimentos sobre segmentación de regiones, con el fin de determinar un conjunto efectivo de características de color. En cada paso de un algoritmo recursivo de división de regiones se calculan las nuevas características mediante la transformación de RGB de Karhunen-Loeve. Comparando este espacio con otros siete espacios de color (RGB , YIQ , HSI , $Nrgb$, $CIE XYZ$, $CIE Lab$ y $CIE Luv$) se llegó a la conclusión de que este espacio era más efectivo en términos de calidad de la segmentación y de complejidad computacional de la transformación [43, 240].

Capítulo 3

Semejanza y Conectividad entre Píxeles de una Imagen

Como se vio en la introducción de esta memoria, uno de nuestros objetivos es modelar las regiones presentes en una imagen. Para ello, es necesario tener presente la definición de una región dada entonces, según la cual una región es un conjunto de píxeles *semejantes* y *conectados*.

El objetivo de este capítulo es abordar ambos conceptos, comenzando por especificar qué se entiende por semejanza y cómo se puede calcular para, en base a ella, definir una medida de la conectividad entre píxeles. En lo que a la semejanza se refiere, se extenderá su interpretación precisa (*crisp*), según la cuál se ve reducida a la igualdad, a una versión difusa que permita obtener un *grado de parecido* entre píxeles, resolviendo las limitaciones que, como se verá más adelante, tiene la igualdad. De modo similar, también se extenderá la noción clásica de conectividad, habitualmente limitada a la idea de adyacencia, introduciendo el concepto de

conectividad difusa como una forma de relacionar dos píxeles cualesquiera de la imagen, mediante la incorporación de información sobre la topología de la imagen y el parecido entre píxeles.

Con este propósito, en la sección 3.1 se indicará cómo se caracterizan los píxeles de una imagen en esta memoria y, sobre esta caracterización, se definirá una relación de semejanza difusa entre píxeles que, en la sección 3.2, se utilizará para definir la conectividad difusa entre dos píxeles, analizando la influencia de los diferentes factores que pueden afectarle. Esta conectividad se basa en la agregación de semejanzas, por lo que en la sección 3.3 se verán diferentes funciones para realizar esta agregación. Finalmente, en la sección 3.4 se resumirán las conclusiones de esta propuesta.

3.1. Caracterización de Píxeles y Semejanza

En todo proceso de análisis de imágenes, dos de los pasos iniciales de mayor relevancia son la selección del conjunto de informaciones con las que se va a caracterizar un píxel y la definición de una medida que permita comparar dos píxeles dados, a partir de dichas informaciones.

En esta sección, se abordarán ambas cuestiones comenzando, en el apartado 3.1.1, con la caracterización de un píxel y continuando, en el apartado 3.1.2, con la definición de una medida de semejanza entre píxeles.

3.1.1. Caracterización de un Píxel

Un paso previo a la definición de una medida de semejanza entre dos píxeles es la especificación de las características sobre las que se va a evaluar. En la literatura se pueden encontrar muy diversas caracterizaciones de los píxeles de la imagen, según el tipo de aplicación en que se vayan a utilizar. Así, por ejemplo, en imágenes médicas habitualmente se utiliza como única característica el

nivel de intensidad [9, 61, 299, 325], mientras que cuando el objetivo último es una caracterización de la imagen completa para recuperación en bases de datos o el análisis de imágenes aéreas se suele utilizar el color [15, 86, 151] en distintos espacios como RGB [6, 99, 173, 225], si se trata de aplicaciones que no requieren demasiada precisión, o CIE Lab [48, 200, 340] o HSI (en sus diferentes versiones) [64, 126, 126, 180, 221, 307] si se trata de aplicaciones que requieren distinguir información cromática de información sobre iluminación. Menos habitual es utilizar caracterizaciones más complejas que combinan información de diferentes espacios, como en [167] que utiliza los espacios RGB y CIE Lab, o que proponen sus propios espacios de color, adaptados al tipo de imagen y de aplicación [236, 240].

Hay otras alternativas, como caracterizar un píxel mediante el valor de una medida del parecido o la diferencia con su entorno, como son la homogeneidad [46, 71, 348] o el gradiente [262], respectivamente. En los últimos tiempos, se ha comenzado a caracterizar también texturas, utilizando diferentes conjuntos de valores estadísticos [178, 294], que en ciertos casos pueden llegar al centenar [288]. Algunas de las publicaciones más recientes, combinan ambos tipos de información, caracterizando los píxeles mediante color y textura [41, 65, 179, 329].

Como es habitual entre estas propuestas, el conjunto de informaciones relativas a un píxel se representará mediante un *vector de características* \vec{f}_p ,

$$\vec{f}_p = [f_p^1, f_p^2, \dots, f_p^n] \quad (3.1)$$

donde $f_p^i \in \mathbb{R}$, con $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, es una medida numérica sobre cualquier característica relevante que se pueda obtener para p . En esta memoria, se considera la información referente al color del píxel, con lo que el vector contiene la magnitud de cada una de las tres componentes de uno de los espacios tridimensionales vistos en los antecedentes de esta memoria. En la mayoría de los casos, se tomarán las componentes del espacio *HSI*, siendo $\vec{f}_p = [H_p, S_p, I_p]$, aunque

algunos experimentos también se han realizado utilizando el espacio RGB , con $\vec{f}_p = [R_p, G_p, B_p]$, y el $CIE Lab$, con $\vec{f}_p = [L_p, a_p, b_p]$, con el fin de comparar los resultados obtenidos en diferentes espacios de color.

Aunque en esta memoria los vectores de características sólo contienen la información de las componentes de un espacio de color, podrían contener otras informaciones numéricas como las componentes de varios espacios de color, valores estadísticos que describan texturas, magnitud del gradiente, información sobre la homogeneidad o grados de pertenencia a conjuntos difusos sobre orientaciones, colores dominantes o a etiquetas lingüísticas. La métrica definida sobre los vectores, dependerá de las características que contengan en cada caso.

3.1.2. Semejanza entre Píxeles

Una vez caracterizados los píxeles de una imagen, se pueden establecer diferentes formas para compararlos. La más simple de ellas, es la que proporcionaría una medida de igualdad, que se limitaría a indicar si dos píxeles dados son iguales o no. Esta igualdad se puede interpretar como una medida precisa de la semejanza entre ellos. Sin embargo, la igualdad no puede contemplar los diferentes grados de parecido que puede haber entre los píxeles de una imagen; por ejemplo, en el caso del color, tanto un rojo claro como un rojo oscuro y un azul son colores distintos, aunque los rojos son más parecidos entre sí que con respecto al azul. Ejemplos como este muestran la necesidad de definir una medida de semejanza que permita contemplar estos diferentes grados de parecido.

En la literatura reciente existen propuestas para medir la semejanza mediante grados de parecido entre píxeles, que van desde la *similitud* o la *homogeneidad* basadas en reglas [64, 71], que dan un grado de pertenencia a una etiqueta lingüística sobre el parecido, hasta la *homogeneidad* de los píxeles comparados [65] o de sus entornos [39, 225], pasando por las medidas de *matching* de píxeles de propósito específico desarrolladas para imágenes médicas de niveles de gris [118]. Junto a

estas alternativas, se encuentran las relaciones de semejanza difusas (ver apéndice A), extensamente utilizadas en otros ámbitos, y que de forma natural y sencilla permiten calcular un grado de parecido permitiendo, además, acceder al amplio conjunto de herramientas de la Lógica Difusa.

La propuesta presentada en esta memoria se enmarca dentro del conjunto de técnicas basadas en el uso de semejanzas difusas: definimos la relación de semejanza difusa entre vectores de características como el subconjunto difuso \mathcal{FR} de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$, cuya función de pertenencia,

$$\mathcal{FR} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1]$$

verifica las propiedades reflexiva y transitiva: dados dos vectores de características \vec{f}_1 y \vec{f}_2 , $\mathcal{FR}(\vec{f}_1, \vec{f}_1) = 1$ y $\mathcal{FR}(\vec{f}_1, \vec{f}_2) = \mathcal{FR}(\vec{f}_2, \vec{f}_1)$.

La forma en que se calcula la semejanza entre vectores de características, depende de los vectores concretos que se estén utilizando.

Puesto que esta memoria se centra en el color, definimos la semejanza difusa entre dos vectores de características f_p and f_q correspondientes a los píxeles p y q de una image \mathcal{I} a partir de la distancia de color, ΔC , definida en el espacio correspondiente, del siguiente modo:

$$\mathcal{FR}(\vec{f}_p, \vec{f}_q) = 1 - \Delta C(\vec{f}_p, \vec{f}_q) \quad (3.2)$$

En el caso de la caracterización con las componentes del espacio *RGB* o el *CIE Lab*, la distancia ΔC , viene dada por las ecuaciones 2.2 y 2.16 definidas en la sección 2.3. Para el espacio *HSI* la distancia de color debe tener en cuenta la información sobre la zona de cromaticidad donde se encuentran los colores comparados. Es por ello que, de acuerdo con las tres zonas de cromaticidad distinguidas entonces, proponemos utilizar la siguiente función por partes, para calcular la distancia entre dos colores, c_i y c_j , expresados en coordenadas *HSI*:

$$\Delta C(c_i, c_j) = \begin{cases} \Delta I & \text{Si } c_i \text{ o } c_j \text{ son acromáticos} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\Delta I^2 + \Delta S^2 + \Delta H^2} & \text{Si } c_i \text{ y } c_j \text{ son cromáticos} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\Delta I^2 + \Delta S^2} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.3)$$

donde, por simplicidad, se han omitido los parámetros (c_i, c_j) en la notación de las distancias ΔH , ΔS and ΔI definidas en la sección 2.3. Hay que destacar que $\Delta C(c_1, c_2) \in [0, 1]$.

Para calcular la semejanza entre dos píxeles en el caso concreto de la caracterización con las coordenadas HSI , $\vec{f}_{p_i} = c_i$ y $\vec{f}_{p_j} = c_j$.

3.2. Conectividad entre Píxeles

La relación de semejanza definida en la sección anterior, permite determinar en qué grado se parecen las características de dos píxeles dados, lo cual es suficiente para una técnica de agrupamiento (*clustering*), que no requiere información sobre la relación espacial entre los píxeles clasificados. Sin embargo, como es sabido, en segmentación una región también es un conjunto de píxeles conectados, lo que requiere incorporar información sobre la topología de la imagen.

Tradicionalmente, la noción de conectividad que se ha aplicado está ligada al concepto de *adyacencia o vecindad*, de modo que únicamente estaban conectados (y todos en igual medida) los píxeles adyacentes entre sí, considerando una conectividad nula para el resto. Habitualmente, esta adyacencia viene dada por el 4 o el 8-entorno de un punto, en imágenes $2D$, y el 26-entorno del mismo en imágenes tridimensionales y video.

Sin embargo, esta visión de la conectividad no se adapta a la idea intuitiva de que dos elementos están conectados si hay *algo* que los une y se encuentran conectados en mayor o menor medida en función de las características de lo que los

une. Según esto, la conectividad entendida como adyacencia presenta dos grandes carencias: por una parte, está limitada a los píxeles del entorno de uno dado; por otra parte, considera a todos relacionados en igual medida, sin tener en cuenta sus características. Para solucionar estas limitaciones, algunos autores han realizado propuestas encaminadas a utilizar medidas que combinen información sobre la proximidad espacial y un grado de parecido de los píxeles [225, 253, 348], o a incorporar información sobre la topología de la imagen y las características de los píxeles [115, 120].

En este marco, surgen las técnicas basadas en caminos [30, 56, 110, 304, 317], que interpretan una imagen como un grafo [12, 108, 220, 275, 311] en el que cada píxel es un nodo y en el que todos los píxeles se encuentran conectados entre sí mediante los caminos formados por los arcos del grafo, extendiendo la conectividad más allá de la simple adyacencia. Mediante estos caminos, se incorpora información sobre la topología de la imagen, obteniendo conjuntos de píxeles conectados. Para ello, la mayoría de las propuestas [30, 115, 120, 253] asignan pesos a cada uno de los arcos del grafo, y obtienen la conectividad entre dos puntos dados a partir del *mejor* de los caminos que los une. En estas propuestas, hay dos puntos clave:

- Cómo obtener los pesos de los arcos.
- Cómo valorar los caminos.

En la sección 3.2.1 se realizará una propuesta para abordar cada una de estas dos cuestiones. Dicha propuesta requiere formalizar el concepto de camino para, posteriormente, establecer una medida que permita valorarlo. De forma intuitiva, se puede decir que un camino, está formado por la secuencia de arcos seguida para llegar de un píxel a otro. De un modo más preciso,

Definición 3.1 *Dados dos píxeles, p y q , se define el camino que los une, π_{pq} como la secuencia*

$$\pi_{pq} = (r_1, r_2, \dots, r_k) \quad (3.4)$$

donde $k \geq 1$, tal que $r_1 = p$, $r_k = q$ y r_i está conectado con $r_{i+1} \forall i \in \{1, \dots, k-1\}$.

Ligado a este concepto de camino, se encuentra el conjunto de píxeles que lo forman, que se notará $\mathcal{P}(\pi_{pq})$, y el conjunto de todos los posibles caminos que unen dos puntos cualesquiera, p, q , a través de los píxeles de la imagen, al que se notará Π_{pq} .

Un conjunto dado puede formar parte de un camino de mayor longitud. Esta idea se representa mediante la noción de subcamino:

Definición 3.2 *Dado un camino $\pi_{pq} = \{r_1, r_2, \dots, r_i, r_{i+1}, \dots, r_{j-1}, r_j, \dots, r_n\}$, se define el subcamino que conecta los píxeles s y t , π_{pq}^{st} , como la secuencia $\pi_{pq}^{st} = \{r_i, r_{i+1}, \dots, r_{j-1}, r_j\}$ tal que, $r_i = s$ y $r_j = t$.*

A partir de un camino desde el píxel p hasta q , se puede obtener un camino desde q hasta p , con sólo recorrer los mismos píxeles en sentido contrario. Esta idea es la que se recoge en la definición del camino inverso:

Definición 3.3 *Dado un camino, $\pi_{pq} \in \Pi_{pq}$ tal que $\pi_{pq} = \{r_1, \dots, r_n\}$, se define el camino inverso, $\pi_{pq}^{-1} = \{r_n, \dots, r_1\}$, con $\pi_{pq}^{-1} \in \Pi_{qp}$, como el camino formado por la misma secuencia de píxeles recorrida desde el final al principio.*

3.2.1. Conectividad Basada en Caminos

Tal y como se indicó anteriormente, las propuestas que incorporan información topológica a la noción de conectividad, basándose en una interpretación de la imagen como un grafo, han de abordar dos cuestiones: por una parte se ha de

decidir cómo se realizará la asignación de pesos a los arcos que unen píxeles adyacentes; por otra parte, hay que establecer un criterio que permita evaluar un camino.

En esta sección se realizará una propuesta para abordar cada una de estas cuestiones, comenzando por calcular los pesos de los arcos utilizando la medida de semejanza difusa obtenida en el apartado anterior. En concreto, dados dos píxeles adyacentes p y q , el peso del arco que los une será el valor de la semejanza entre ellos, $\mathcal{PR}(p, q)$.

Respecto a la valoración de un camino, el objetivo es obtener una medida de su *bondad*. Atendiendo a las definiciones anteriores, en las que un camino es una secuencia de arcos, y dado que estos arcos están ponderados, una forma natural de valorar cada camino es mediante la agregación de los pesos de los arcos que lo forman, obteniendo así una medida de su peso total o *bondad*, definida como:

Definición 3.4 *Se define la Bondad de un camino, $\mathcal{B}(\pi_{pq})$, como la agregación de las semejanzas entre pares de píxeles adyacentes, según la ecuación*

$$\mathcal{B}(\pi_{pq}) = \text{Aggr}(\text{ReSet}(\pi_{pq})), \quad (3.5)$$

donde *ReSet* es la siguiente bolsa (multiset) de valores:

$$\text{ReSet}(\pi_{pq}) = \{\mathcal{PR}(r_k, r_{k+1}) \mid r_k, r_{k+1} \in \mathcal{P}(\pi_{pq})\}$$

y *Aggr* es una función de agregación que debe cumplir ciertas características que se comentarán más adelante.

Puesto que en una imagen dados dos píxeles cualesquiera siempre están conectados entre sí, puesto que siempre existe un camino que los une, es necesario contar con una medida que permita distinguir diferentes grados de conectividad, en función de los caminos que los unen y sus características. Una forma habitual de hacerlo es a partir del mejor de estos caminos [61, 117, 245, 253, 325, 346],

entendiendo por tal el que optimiza la medida con la que se valoran los caminos. Surge así el concepto de camino óptimo, definido como aquél de mayor bondad:

Definición 3.5 *El camino óptimo entre p y q es:*

$$\hat{\pi}_{pq} = \underset{\pi_{pq} \in \Pi_{pq}}{\operatorname{argmax}} \{ \mathcal{B}(\pi_{pq}) \} \quad (3.6)$$

A partir de este camino óptimo, es inmediato obtener una medida del *grado de conectividad*, que indique el grado en que dos píxeles pertenecen a un mismo grupo topológicamente conectado y con características similares, utilizando la valoración obtenida para dicho camino, según la siguiente definición:

Definición 3.6 *El grado de conectividad entre dos puntos de la imagen, $p, q \in \mathcal{I}$, se define como la bondad del camino óptimo que los une,*

$$\operatorname{conn}(p, q) = \mathcal{B}(\hat{\pi}_{pq}) \quad (3.7)$$

En la figura 3.1 (A) se muestra una imagen en la que, para el punto marcado con una cruz verde, se observan en la imagen (B) algunos de los caminos óptimos desde él hasta cada uno de los puntos destacados en la imagen (A) con un cuadrado azul. Como se puede apreciar, los caminos óptimos discurren por zonas de píxeles muy parecidos entre sí (zonas *homogéneas*), evitando cruzar fronteras, que implicarían una baja semejanza entre píxeles consecutivos del camino. Hay que destacar el hecho de que, dado uno de estos caminos, todos los subcaminos en él también son óptimos.

3.2.2. Homogeneidad de un Camino

En el apartado anterior, se definió la conectividad entre dos píxeles a partir de la bondad del camino óptimo que los une, calculando ésta como la agregación

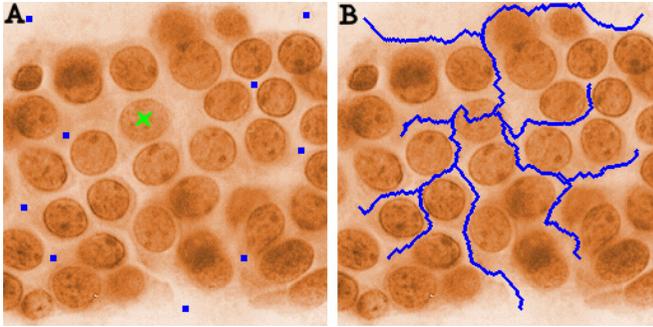


Figura 3.1: *Ejemplo de caminos óptimos. A: Imagen original. B: Caminos óptimos.*

de los pesos de los arcos entre píxeles consecutivos. Esta definición, fácilmente comprensible desde el punto de vista de la Teoría de Grafos, requiere una semántica y una interpretación que permitan aplicar una metodología basada en caminos al problema de la segmentación de imágenes. En concreto, es necesario saber qué significa la agregación de los pesos de los arcos de un camino; es decir, qué es lo que se está midiendo al calcular la bondad del camino.

Es por ello, que en esta sección se tratará de dotar a la medida de bondad definida en la ecuación 3.5 de una interpretación más intuitiva y cercana al problema de la segmentación de imágenes, en términos de *homogeneidad*.

El concepto de *homogeneidad* es ampliamente utilizado en distintos ámbitos y niveles del procesamiento y análisis de imágenes [46,48,141,146,319], por lo que en cada caso se define de forma diferente. A pesar de que no existe una definición única y ampliamente aceptada, en la mayoría de los casos existe un rasgo común, que se puede resumir del siguiente modo: *Un conjunto de elementos es homogéneo en la medida en que todos sus elementos se parecen entre sí.*

Aplicando esta definición sobre un camino, y en el caso concreto en que los pesos asignados sean las semejanzas entre píxeles, una agregación adecuada de

semejanzas, que de información del grado en que los píxeles consecutivos del camino se parecen entre sí, se puede ver como una medida de la homogeneidad del camino, si se emplea una medida de agregación acorde.

Según la función de agregación elegida para la ecuación 3.5, se puede obtener diferentes medidas de homogeneidad, cada una de las cuales podrá dar en un grado de homogeneidad diferente para un mismo camino, como se mostrará en la sección 3.3. Gracias a ello, esta interpretación de la bondad de un camino como una medida de su homogeneidad, facilita la obtención de regiones (conjuntos de píxeles semejantes y conectados) y permite, como se verá en los capítulos 4 y 5, adaptarse a las características individuales de cada región de la imagen.

En adelante, nos referiremos a la medida de bondad de un camino, $\mathcal{B}(\pi_{pq})$, que aparece en las ecuaciones 3.5 a 3.7, como la medida de homogeneidad del camino, $homo(\pi_{pq})$.

3.3. Medidas de Homogeneidad Basadas en Agregación de Semejanzas

Mediante la ecuación 3.5, la medida de homogeneidad del camino se define de forma general como la agregación de las semejanzas entre píxeles consecutivos del camino, sin embargo, no se ha concretado cómo se debe realizar la agregación, ya que existe una gran variedad de funciones de agregación, ni qué condiciones debe cumplir la medida de homogeneidad. Es por ello que, en esta sección se concretarán las características que debe tener dicha medida, fijando un conjunto minimal de propiedades que debe verificar para, en base a ello, seleccionar funciones de agregación que permitan calcularla ajustándose a dichas propiedades.

Dado un camino, $\pi_{pq} = \{r_1 \dots r_n\}$, se busca una medida, $homo(\pi_{pq})$, que indique el grado en que los pares de píxeles consecutivos del camino π_{pq} se parecen entre sí. De cara a posteriores propuestas presentes en esta memoria, es impor-

tante que esta medida se encuentre acotada, por lo que proponemos que tenga su recorrido en el intervalo $[0, 1]$, con lo que la homogeneidad del camino debe ser una función de la forma $homo : \Pi_{pq} \rightarrow [0, 1]$. Además, esta medida debe verificar un conjunto de propiedades. Nosotros proponemos que entre ellas esté presente el siguiente conjunto minimal:

1. Sea $\pi_{pq} = \{p, q\}$ un camino consistente en dos píxeles adyacentes. Entonces, $homo(\pi_{pq}) = \mathcal{PR}(p, q)$. Como consecuencia inmediata, si $\pi_{pp} = \{p, p\}$, entonces $homo(\pi_{pq}) = 1$.
2. La homogeneidad de un camino debería ser menor o igual que la semejanza entre píxeles consecutivos del camino: $homo(\pi_{pq}) \leq \min\{ReSet(\pi_{pq})\}$. La razón subyacente de esta propiedad es que un camino es completamente homogéneo si *todos* los posibles pares de píxeles consecutivos son semejantes. Por tanto, la homogeneidad de un camino tiene un límite superior, dado por el valor de semejanza entre pares de píxeles consecutivos.
3. Monotonía: $homo(\pi_{pq}^{rs}) \geq homo(\pi_{pq})$. Con esta propiedad se recoge la idea intuitiva de que al agregar valores, la homogeneidad debe disminuir.
4. Sean π_{pq} y $\pi_{p'q'}$ dos caminos tales que $ReSet(\pi_{pq}) = ReSet(\pi_{p'q'})$, la magnitud de la homogeneidad no debería depender del orden en que se agreguen los valores, sino de la magnitud de éstos. Entonces, $homo(\pi_{pq}) = homo(\pi_{p'q'})$. En particular, $homo(\pi_{pq}) = homo(\pi_{pq}^{-1})$.

Según la noción de homogeneidad anteriormente vista, *todos* los píxeles de un camino deben ser parecidos entre sí para que el camino sea homogéneo, lo cual implica que la función *Aggr* elegida debe ser acorde con esta idea.

En el ámbito de la Lógica Difusa, la idea de que *todos* los elementos de un conjunto deban verificar una propiedad dada, conduce de forma directa a pensar

en conjunciones difusas. Dentro de ellas, un conjunto de funciones que de modo natural encajan con esta idea, son las *t-normas* que, como se puede ver en el apéndice A y en [161], son funciones de la forma $i : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que verifican las propiedades de monotonía, conmutatividad, asociatividad, además de la propiedad de contorno, según la cual cualquier valor en $[0, 1]$ agregado con 1 nos da ese mismo valor. Utilizando las *t-normas*, la función de agregación *Aggr* se concreta del siguiente modo:

$$Aggr(ReSet(\pi_{pq})) = \bigwedge ReSet(\pi_{pq}) \quad (3.8)$$

donde \bigwedge es una *t-norma*. Es trivial demostrar que las *t-normas* satisfacen todas las propiedades requeridas.

Existen numerosos tipos de *t-normas*, algunas de las cuales son paramétricas, proporcionando una función de agregación diferente para cada valor del parámetro. En este trabajo, se ha optado por estudiar los siguientes operadores y las funciones de agregación que se obtienen a partir de ellos:

- Mínimo o Intersección Estándar.
- Producto Algebraico $I_A(a, b) = ab$.
- Diferencia Acotada $I_B(a, b) = \max(0, a + b - 1)$.
- *t-norma* paramétrica de Dubois-Prade:

$$I_{DP}(a, b) = \frac{ab}{\max(a, b, \alpha)} \quad (3.9)$$

con $\alpha \in [0, 1]$.

- *t-norma* paramétrica de Frank:

$$I_F(a, b) = \log_s \left(1 + \frac{(s^a - 1)(s^b - 1)}{s - 1} \right) \quad (3.10)$$

con $s > 0, s \neq 1$.

- t -norma paramétrica de Weber:

$$I_W(a, b) = \text{máx} \left(0, \frac{a + b + \lambda ab - 1}{1 + \lambda} \right) \quad (3.11)$$

con $\lambda > -1$.

Las tres primeras t -normas, a pesar de ser casos particulares de las tres últimas, se han elegido por ser muy conocidas y habituales, y por sus propiedades. La elección de los tres últimos operadores (las t -normas paramétricas de Dubois-Prade, Weber y Frank) se debe, principalmente, a tres razones: en primer lugar, al ser paramétricas, nos permiten estudiar diferentes alternativas de agregación con sólo utilizar diferentes valores en sus parámetros. Además, su cómputo implica operaciones más sencillas, que las de otras t -normas como las de Dombi o Schweizer y Sklar, lo que implica un menor tiempo de ejecución. Finalmente, teniendo en cuenta la propiedad de ordenación de las t -normas (ver apéndice A), entre las tres cubren un amplio rango, como se puede apreciar a la vista de la tabla 3.1.

En dicha tabla se muestra, para cada t -norma, hacia qué función de agregación converge según el valor al que tienda su parámetro. Como se ve en ella, las funciones de agregación obtenidas con distintos valores del parámetros de $I_{DP}(a, b)$ van desde el mínimo, $\min(a, b)$, hasta el producto algebraico, $I_A(a, b)$; las funciones de agregación obtenidas con diferentes λ en la t -norma de Weber, $I_W(a, b)$, varían desde el producto algebraico hasta $I_B(a, b)$; y la t -norma de Frank, $I_F(a, b)$, nos da funciones de agregación entre el mínimo y la diferencia acotada, $I_B(a, b)$.

En la figura 3.2 se observa un esquema que muestra de forma más intuitiva qué rango de funciones de agregación cubre cada una de las t -normas. En dicho esquema, la línea negra representa el conjunto de todas las intersecciones difusas, que va desde I_{min} , la más estricta, hasta la menos estricta, que es el mínimo. $I_{min}(a, b)$ denota la intersección drástica, que únicamente vale 1 cuando a o b valen 1, siendo 0 en el resto de los casos.

T-Norma	Rango del parámetro	$\alpha, s, \lambda \rightarrow 0$	$\alpha, s, \lambda \rightarrow \pm 1$	$\alpha, s, \lambda \rightarrow \pm \infty$
Dubois y Prade	$\alpha \in [0, 1]$	$\min(a, b)$	$a * b$ si $\alpha = 1$	
Frank	$s > 0$ y $s \neq 1$	$\min(a, b)$	$a * b$ si $s \rightarrow 1$	$\max(0, a + b - 1)$ si $s \rightarrow \infty$
Weber	$\lambda > -1$	$\max(0, a + b - 1)$	$\frac{I_{\min}(a, b)}{2}$ si $\lambda \rightarrow -1$ $\frac{\max(0, a+b-1)}{2}$ si $\lambda \rightarrow 1$	$a * b$

Tabla 3.1: Funciones de agregación hacia las que se tiende según el parámetro de cada t -norma.

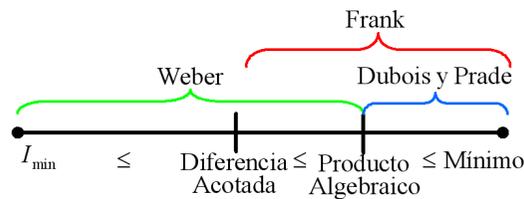


Figura 3.2: Representación gráfica de la ordenación existente entre las t -normas y el rango que abarca cada una. (En negro, el rango completo de las t -normas).

Cada función de agregación dará lugar a una medida de homogeneidad diferente, pues la magnitud de la homogeneidad de un camino dado, depende de cómo se agreguen las semejanzas entre los pares de píxeles consecutivos que lo forman. A la vista de la gran variedad de funciones de agregación que existe, surgen algunas cuestiones tales como:

- Qué tienen en común las medidas de homogeneidad obtenidas y qué características particulares presentan según la forma en que se calculen.
- Si se pueden agrupar o no las medidas de homogeneidad, distinguiendo comportamientos básicos.

- Si es así, qué funciones de agregación dan lugar a medidas con cada tipo de comportamiento.
- Qué significado e implicaciones tiene la elección de la función de agregación, según la medida de homogeneidad a la que da lugar, y para qué se puede aplicar.

Para responder a estas cuestiones, se podría plantear un experimento en el que, dado un camino, se mide la magnitud de su homogeneidad calculando ésta con distintas funciones de agregación. Sin embargo, de esta forma sólo se obtiene un valor para comparar las medidas de homogeneidad, siendo las conclusiones del estudio muy dependientes del camino elegido. Una forma de evitar este problema es viendo cómo evoluciona la magnitud de la homogeneidad a lo largo del camino; es decir, analizando qué sucede cada vez que se añade un píxel al camino, cada vez que se agrega un nuevo valor de semejanza. Esta idea es la que se sigue en los experimentos planteados en la sección 3.3.1, cuyo objetivo es responder a las cuestiones anteriores.

Además, puesto que en dicha sección se utiliza como referencia el espacio de color *HSI*, en la sección 3.3.2 se realiza un estudio cuyo fin es determinar qué influencia tiene la elección del espacio de color en los resultados obtenidos; es decir, en la magnitud de la homogeneidad del camino. También pretende analizar de qué modo se puede aprovechar esta influencia y si hay algún caso en que uno de los espacios sea más adecuado. Por otra parte, este estudio también permitirá comprobar que las conclusiones obtenidas en el anterior, son válidas para cualquier medida de semejanza que cumpla las condiciones fijadas en el apartado 3.1.2.

3.3.1. Influencia de la Función de Agregación en la Homogeneidad

En este apartado se realizará un estudio sobre las t -normas propuestas al principio de la sección 3.3, con un triple objetivo: por una parte, determinar qué características poseen las medidas de homogeneidad que se obtienen con diferentes ejemplos de función de agregación; por otra parte, ver si estas medidas presentan comportamientos comunes que permitan distinguir diferentes tipos y, finalmente, comprobar para las t -normas paramétricas, qué valores de sus parámetros corresponden a cada clase de comportamiento. Al finalizar este estudio, se extraerán conclusiones sobre el significado y la implicación que tiene la elección de la función de agregación y la correspondiente medida de homogeneidad.

El experimento que se plantea consiste en fijar un camino, π_{pq} , con una variación conocida en las características de los píxeles consecutivos, y estudiar la evolución de la homogeneidad a lo largo de él. Para ello, se calcula en cada punto del camino, $r \in \mathcal{P}(\pi_{pq})$, la magnitud de la homogeneidad del subcamino entre dicho punto y el primero, π_{pq}^{pr} . Lo que se esperaría obtener en todos los casos, son valores de homogeneidad cada vez menores, siendo diferente, según la función de agregación escogida, el ritmo de decrecimiento.

De un modo más preciso, se ha construido un camino con una variación gaussiana desde un color hasta otro, ya que en una imagen esto correspondería a diferentes efectos de iluminación [131] o a gradientes de color, como muestran las imágenes (A) de las figuras 3.3 a 3.5. En ellas, se ha escogido el camino que comienza en el punto marcado con un cuadrado y cruza el degradado, tal y como indica la línea de color cyan. Para cada punto de la línea, $i \in \{0..255\}$, se ha calculado el grado de homogeneidad del camino que lo une al origen; es decir, el valor de la homogeneidad del subcamino desde el punto $(0, 0)$ hasta el (i, i) .

En cada uno de los ejemplos en las figuras 3.3 a 3.5, se ha calculado la magnitud de la homogeneidad utilizando las funciones de agregación que se obtienen con diferentes valores en el parámetro de las t -normas estudiadas, en caso de te-

nerlo. De este modo, se han obtenido las gráficas de las imágenes B, C y D de dichas figuras, donde la homogeneidad se ha calculado con el mínimo, la diferencia acotada y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha \in \{0.1, 0.995, 0.997, 0.999, 1\}$, en el caso de las gráficas en las imágenes 3.3 a 3.5 (B); con la t -norma de Frank con $s \in \{0.0005, 0.005, 0.05, 0.5, 5, 50, 500, 5000\}$ en las imágenes 3.3 a 3.5 (C) y con la t -norma de Weber con $\lambda \in \{-0.99, -0.9, -0.8, -0.6, -0.4, -0.2, 0, 1, 10, 100000\}$, en las gráficas 3.3 a 3.5 (C). En todas ellas, se muestra en el eje horizontal, la posición del punto (i, i) en la línea cyan marcada en las imágenes 3.3 a 3.5 (A); mientras que en el eje vertical, se encuentra el valor de homogeneidad del camino entre ese punto y el $(0, 0)$.

El ejemplo mostrado en la figura 3.3 (A) es un degradado gaussiano generado sobre la intensidad en una imagen de niveles de gris. Con este ejemplo, se representa la variación que produce un haz de luz blanca incidiendo en una superficie blanca. Un degradado como este corresponde a un cambio gradual a lo largo del eje central del cono HSI , donde la saturación es 0 y el tono está indefinido.

El degradado de la figura 3.4 (A) es un degradado gaussiano generado sobre la componente de saturación, en el espacio HSI , simulando una suave variación de un color puro a un color “pastel”.

El tercer ejemplo, en la figura 3.5 (A), es un degradado gaussiano generado sobre las componentes de saturación e intensidad en el espacio HSI , simulando la variación que se produce cuando un haz de luz incide en una superficie homogénea de color verde.

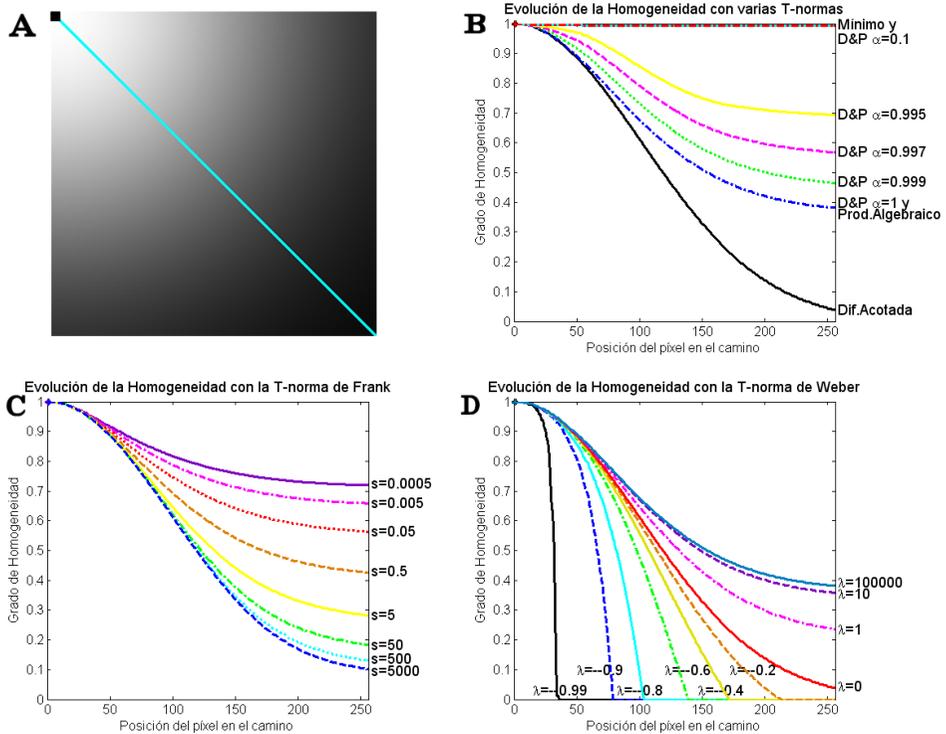


Figura 3.3: A: Degradado gaussiano de intensidad en una imagen de niveles de gris. B,C,D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino hasta el punto marcado con el cuadrado, para cada punto de la línea diagonal, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t -norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t -norma de Frank, en C y con la t -norma de Weber, en la imagen D.

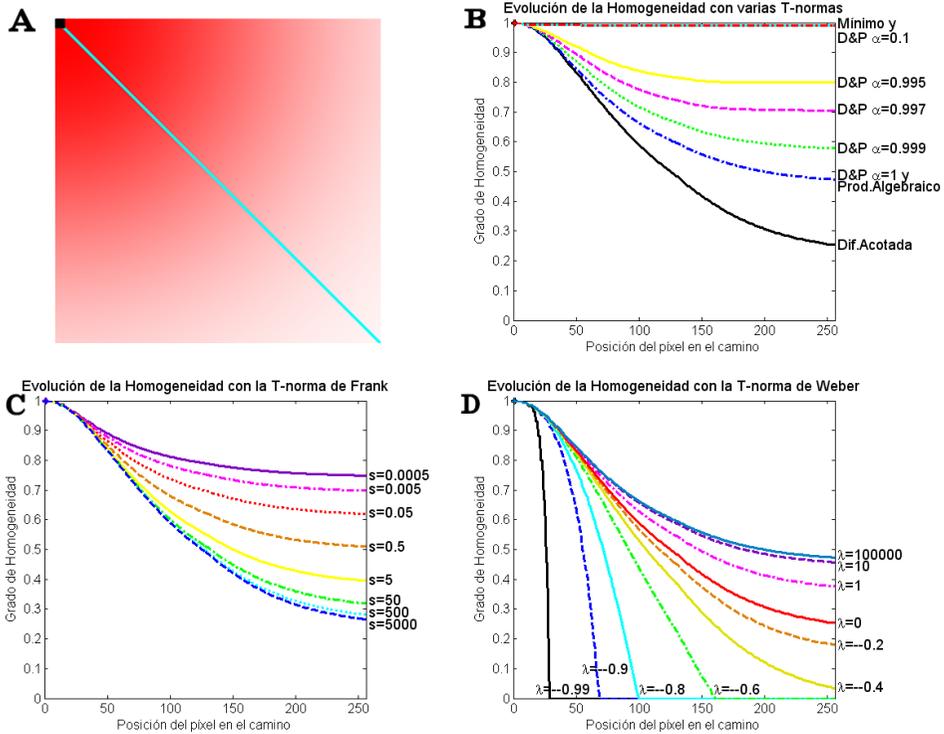


Figura 3.4: A: Degradado gaussiano de saturación en una imagen en color. B,C,D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino hasta el punto marcado con el cuadrado, para cada punto de la línea diagonal, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.

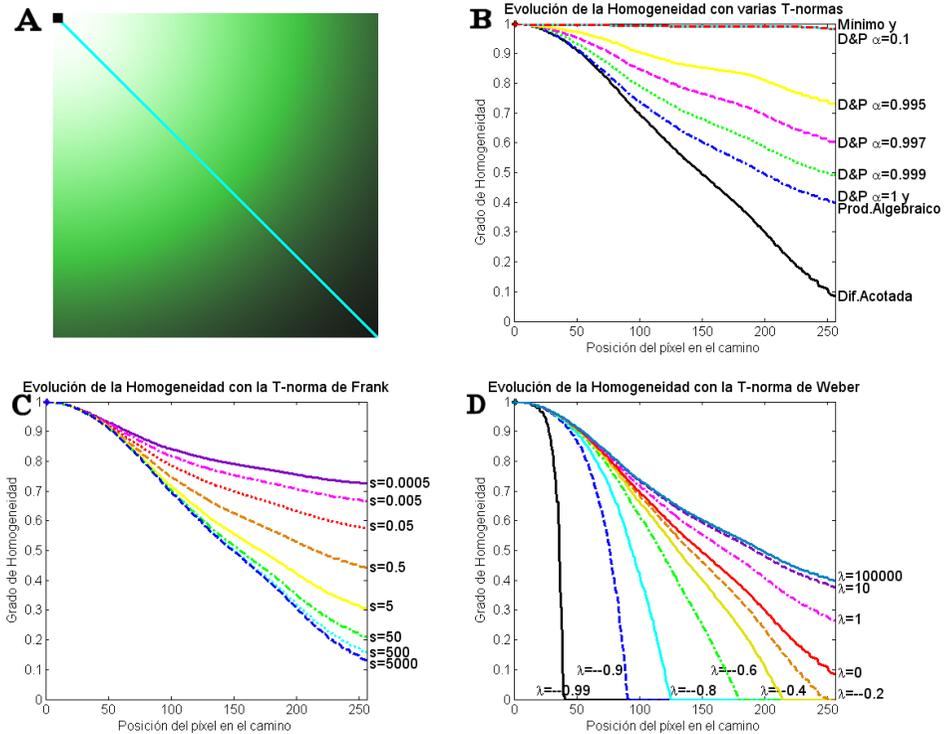


Figura 3.5: A: Degradado de saturación e intensidad en una imagen en color, simulando un haz de luz incidente en una superficie de color verde. B,C,D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino hasta el punto marcado con el cuadrado, para cada punto de la línea diagonal, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.

Características de las medidas de homogeneidad

Observando las gráficas en estas tres figuras, se puede ver que la medida de homogeneidad decrece al agregar las semejanzas, independientemente de la función de agregación con la que se calcule. Donde sí influye la función de agregación elegida es en la forma en que evoluciona la homogeneidad, que decrece a diferente ritmo según cómo se calcule. Este ritmo es más lento cuando se utilizan funciones como el mínimo, que cuando la agregación se realiza con funciones como la diferencia acotada o la t -norma de Weber con $\lambda = -0.9$. También, se puede apreciar cómo las medidas de homogeneidad cubren un *amplio rango* de comportamientos según la función de agregación elegida, reflejando la propiedad de *ordenación* existente entre las t -normas elegidas para el estudio.

En esta variedad de comportamientos se pueden distinguir dos situaciones extremas: una de ellas viene dada por la medida obtenida con el mínimo, mientras que la otra se da con la t -norma de Weber cuando $\lambda \rightarrow -1$. Entre ambas, hay un amplio rango de medidas de homogeneidad cuyo caso intermedio puede ser representado por la medida calculada con la diferencia acotada.

Comportamiento de las medidas de homogeneidad: Casos básicos

Las características que presentan las medidas de homogeneidad cuando la función de agregación se aproxima a uno de estos tres casos, se pueden resumir del siguiente modo:

- En el caso de las medidas de homogeneidad similares a la obtenida con el mínimo o la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.995$ (líneas roja y amarilla respectivamente en las imágenes 3.3 a 3.5 (B)) se aprecian puntos de *saturación*. Estos puntos, son aquellos a partir de los cuales la homogeneidad del camino toma valor constante, aunque las semejanzas agregadas no

sean 1, lo que da lugar a que no se pueda apreciar la variación en las características de los píxeles. Esto sucede, por ejemplo, en la parte final del camino en la figura 3.3. Con este tipo de evolución, el rango real de valores de homogeneidad queda reducido a una pequeña parte del rango teórico, siendo difícil que la homogeneidad llegue a valer 0. Un ejemplo de ello es el caso del mínimo, en el que la homogeneidad varía en el intervalo $(0.9, 1]$.

- En el caso intermedio, las medidas de homogeneidad con una evolución similar a la obtenida con la diferencia acotada, pintada en negro en la figura 3.3 (B), muestran un decrecimiento suave, a un ritmo similar al de la variación con la que se construyó el camino. Esto permite apreciar cómo varían las semejanzas, ya que decrecen a mayor ritmo cuando éstas son pequeñas, y disminuyen de forma más suave cuando las semejanzas son altas, sin presentar puntos de saturación. Algunas medidas de este tipo son las que se obtienen utilizando como función de agregación la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha > 0.999$, la t -norma de Frank con $s > 0.5$ y la de Weber con $\lambda \geq 0$. Una ventaja de las medidas próximas a la diferencia acotada es que tienden a cubrir todo el rango de posibles valores de homogeneidad.
- El otro caso extremo, corresponde a medidas similares a las obtenidas con la t -norma de Weber con $\lambda < 0$. La evolución de la homogeneidad en estos casos muestra un decrecimiento muy rápido, recorriendo todo el rango teórico de la homogeneidad. Como se ve en la figura 3.3 (D), estas medidas suelen tomar valor 0 antes de llegar al final del camino, siendo constantes a partir del punto en que se anulan, con lo que no permiten apreciar cómo evolucionan las características de los píxeles a partir de dicho punto.

Funciones de agregación que dan cada tipo de comportamiento

La siguiente cuestión a resolver es qué funciones de agregación permiten obtener medidas con cada tipo de comportamiento. En el caso de las t -normas paramétricas estudiadas, esto implica ver qué valores de sus respectivos parámetros dan lugar a medidas con cada tipo de evolución, lo cual se puede deducir a partir de la tabla 3.1 y de las gráficas en las figuras 3.3 a 3.5:

- En el caso de la t -norma de Dubois y Prade, en las gráficas B de dichas figuras, las medidas de homogeneidad varían entre la dada por el producto algebraico, que se obtiene cuando $\alpha = 1$, y la que se calcula con el mínimo, cuando $\alpha = 0$. Entre ambos valores, desde 1 hacia 0, las medidas de homogeneidad obtenidas van disminuyendo cada vez a menor ritmo, siendo destacable el hecho de que para $\alpha > 0.1$ prácticamente coinciden con el mínimo, lo que significa que el 90 % de ellas se saturan, y en mayor medida cuanto menor sea α .
- Las funciones de agregación que se obtienen con la t -norma de Frank, en la imagen C de las figuras que nos ocupan, dan medidas de homogeneidad que varían entre la calculada con el mínimo y la que se obtiene con la diferencia acotada. Si s tiende hacia uno de los valores extremos, 0 o ∞ , las medidas de homogeneidad convergen hacia el mínimo o la diferencia acotada respectivamente, mientras que para valores entre 10^{-3} y 10^3 , sí se pueden apreciar diferentes ritmos de decrecimiento en la evolución de la homogeneidad, que se aproximan hacia el de la medida calculada con el producto algebraico cuando $s \rightarrow 1$.
- Con distintos valores del parámetro de la t -norma de Weber, el rango de funciones de agregación que se obtienen varía entre el producto algebraico e $I_{min}(a, b)$. Es por ello que para $\lambda > 1$, las medidas de homogeneidad

obtenidas tienen una evolución cada vez más parecida entre sí, pues convergen hacia la medida obtenida con el producto algebraico, mientras que si $\lambda \rightarrow 0$, las medidas de homogeneidad decrecen cada vez a un ritmo mayor, mostrando una evolución similar a la de medida de la diferencia acotada, que es la que se obtiene cuando $\lambda = 0$. En la gráfica D en las figuras 3.3 a 3.5, destaca la función de color negro, que se calcula fijando $\lambda = -0.99$. El drástico decrecimiento que muestra dicha función se acentúa cuanto más próximo a -1 se encuentra el valor de λ . Cabe destacar que, pese a que el rango teórico de λ es $(-1, \infty)$, se puede considerar que el rango en el que realmente se obtienen medidas de homogeneidad con comportamientos diferentes es el $(-1, 1]$.

Influencia de la elección de la función de agregación: Interpretación

La siguiente cuestión que se plantea, es en qué se traduce, qué implica y cómo se puede utilizar esta variedad de comportamientos.

Dado que la homogeneidad mide la semejanza entre pares de píxeles consecutivos, los diferentes ritmos de decrecimiento de las medidas de homogeneidad, van a corresponder a distintos *grados de sensibilidad* a la variación en las características de los píxeles.

Supongamos un camino π_{pq} y un píxel, $r_i \in \mathcal{P}(\pi_{pq})$, con una pequeña diferencia de color respecto a su predecesor en el camino, r_{i-1} . La semejanza entre ambos píxeles será alta pero menor que 1. Si se compara la homogeneidad del subcamino hasta r_i con la del subcamino hasta su predecesor, se puede ver la influencia que tiene en su magnitud el agregar su semejanza, según la función de agregación elegida:

- Si se utiliza una medida de homogeneidad similar a la calculada con la t -norma de Weber con $\lambda = -0.9$, la homogeneidad del subcamino hasta

r_i será apreciablemente menor, en comparación con otras medidas, que la del subcamino hasta su predecesor. Esto se debe al rápido decrecimiento de esta medida, lo que significa que la magnitud de la homogeneidad se ve muy afectada por el pequeño cambio en las características de dichos píxeles.

- Si, en cambio, la medida de homogeneidad se calcula con una función de agregación próxima a la diferencia acotada, ambos subcaminos tendrán una magnitud de homogeneidad muy similar; lo cual indica que esta medida es menos sensible a la variación del color entre los píxeles r_{i-1} y r_i .
- En un caso extremo, la homogeneidad de los dos subcaminos podría coincidir si la función de agregación con la que se calcula es del tipo del mínimo, y en el subcamino hasta r_{i-1} hay dos píxeles consecutivos con un cambio de color mayor que el que se da entre él y r_i .

La conclusión que se puede extraer de esto, es que las distintas medidas de homogeneidad ofrecen diferentes grados de sensibilidad a la variación en las características de los píxeles, siendo más *estrictas* o *sensibles* las que se calculan con funciones de agregación que tienden hacia $I_{min}(a, b)$, mientras que cuando la función elegida tiende hacia la diferencia acotada las medidas de homogeneidad obtenidas son más *suaves* o *tolerantes*, llegando al extremo con las medidas obtenidas con funciones como el mínimo, que llegan a *saturarse*.

Otros ejemplos

Los ejemplos de las figuras 3.3 a 3.5 son casos sencillos que permiten extraer conclusiones sobre las medidas de homogeneidad. Para verificarlas, se han buscado otros ejemplos, tanto sintéticos como reales, algunos de los cuales se muestran en las figuras 3.6 a 3.11. En ellos se ha repetido el experimento planteado al principio de la sección, sobre caminos sintéticos y reales con diferentes características.

De este modo, se puede comprobar la validez de las conclusiones extraídas hasta ahora, independientemente de la dispersión de los valores agregados (del tipo de camino), a la vez que se muestra de forma visual cómo influyen los grados de sensibilidad ofrecidos por las distintas medidas de homogeneidad, cuando se aplican sobre caminos en la imagen, permitiendo vislumbrar y sentar las bases de su aplicación en la segmentación de imágenes.

En dichos ejemplos, se han distinguido tres tipos de camino. Por una parte, en las figuras 3.6 y 3.7, aquellos en los que los píxeles consecutivos son muy similares entre sí, hasta un punto en el que se produce una variación brusca de sus características. Por otra parte, en las figuras 3.8 y 3.9, se muestra la evolución de la homogeneidad sobre caminos similares a éstos, pero en los que la variación que se produce es más suave. Finalmente, en las figuras 3.10 y 3.11, hay una variación lenta, progresiva y suave en las características de los píxeles a lo largo de todo el camino.

En todos los casos, para cada punto (i, j) de la línea marcada en la imagen (A) de dichas figuras, se ha calculado la homogeneidad del subcamino que lo une al punto (i, o) , donde o es el punto más a la izquierda del camino, el de menor coordenada j , entre los píxeles del camino (en la mayoría de los casos, $o = 0$).

Como era de esperar, en el primer ejemplo de caminos (en las figuras 3.6 y 3.7), la homogeneidad es constante hasta alcanzar el punto de variación en las características de los píxeles el r_i comentado antes que intuitivamente correspondería a una frontera precisa y bien definida. En ese punto, se aprecia el descenso brusco en la magnitud de la homogeneidad, siendo éste mayor para las medidas de homogeneidad *estrictas* o *sensibles* (en la imagen D) que para las *suaves* (en las imágenes B, C y D) como la dada por la diferencia acotada. En medidas similares a la obtenida con el mínimo (en la imagen B), se aprecia cómo al saturarse, hay variaciones en las características de los píxeles (*fronteras*), que no se ven reflejadas con un descenso en la magnitud de la homogeneidad.

En el caso del camino con variación suave de las figuras 3.8 y 3.9, en los puntos donde cambian las características de los píxeles, la homogeneidad disminuye de forma progresiva y lenta, a mayor ritmo en las medidas más *sensibles*, como la calculada con la *t*-norma de Weber con $\lambda = -0.9$, que en las más *suaves*. Este ejemplo se puede relacionar con la presencia de una *frontera imprecisa* en una imagen.

Finalmente, en el tercer tipo de camino mostrado en las figuras 3.10 y 3.11, la variación gradual en las características de los píxeles se traduce en un decrecimiento progresivo en la magnitud de la homogeneidad, desde el principio hasta el final del camino. Como se aprecia en la figura 3.10, en los puntos en que hay un cambio en la forma en que varían las características de los píxeles, la medida de homogeneidad muestra un punto de inflexión, a partir del cual comienza un cambio en su evolución, acusado en mayor o menor medida según la sensibilidad de la medida. Este tipo de caminos puede aparecer en imágenes reales en las que haya gradientes de color o efectos de iluminación que producen una atenuación del color o la intensidad.

3.3.2. Influencia de los Espacios de Color en la Homogeneidad

El estudio de la sección anterior se ha realizado a partir de una caracterización de los píxeles en el espacio *HSI*, sobre la cual se han calculado las semejanzas. Si se cambiara de espacio de color, la métrica entre vectores de características sería distinta y la magnitud de las semejanzas agregadas cambiaría, influyendo así en la homogeneidad. La cuestión es cómo es esta influencia y qué implica desde el punto de vista de la homogeneidad. Esto, en definitiva, se traduce en determinar qué diferencia hay entre utilizar uno u otro espacio de color y en qué casos puede ser más adecuado uno de ellos.

Para resolver estas cuestiones, en esta sección se tratará de determinar, entre los espacios *RGB*, *HSI* y *CIE Lab*, cuál se ve más afectado por los cambios de

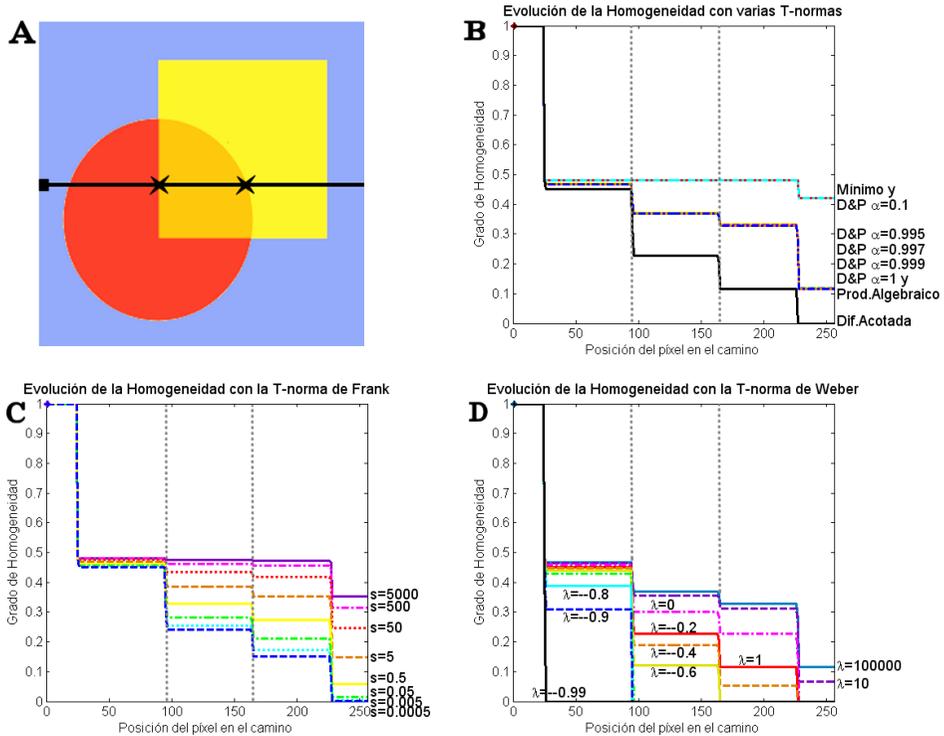


Figura 3.6: A: Ejemplo sintético de camino con variación brusca en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.

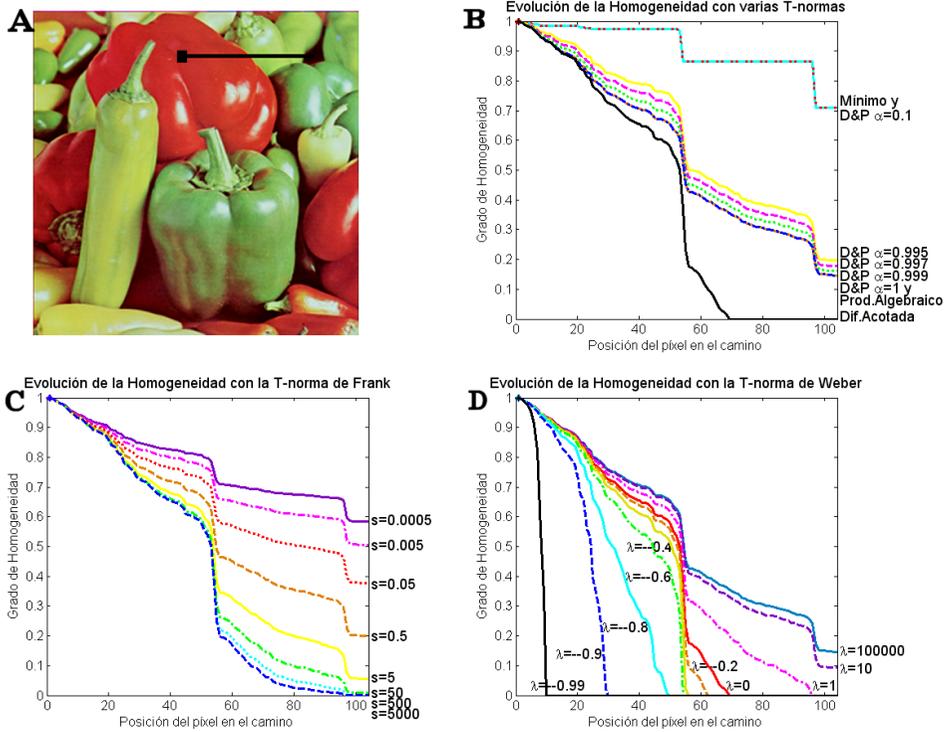


Figura 3.7: A: Ejemplo real de camino con variación brusca en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.

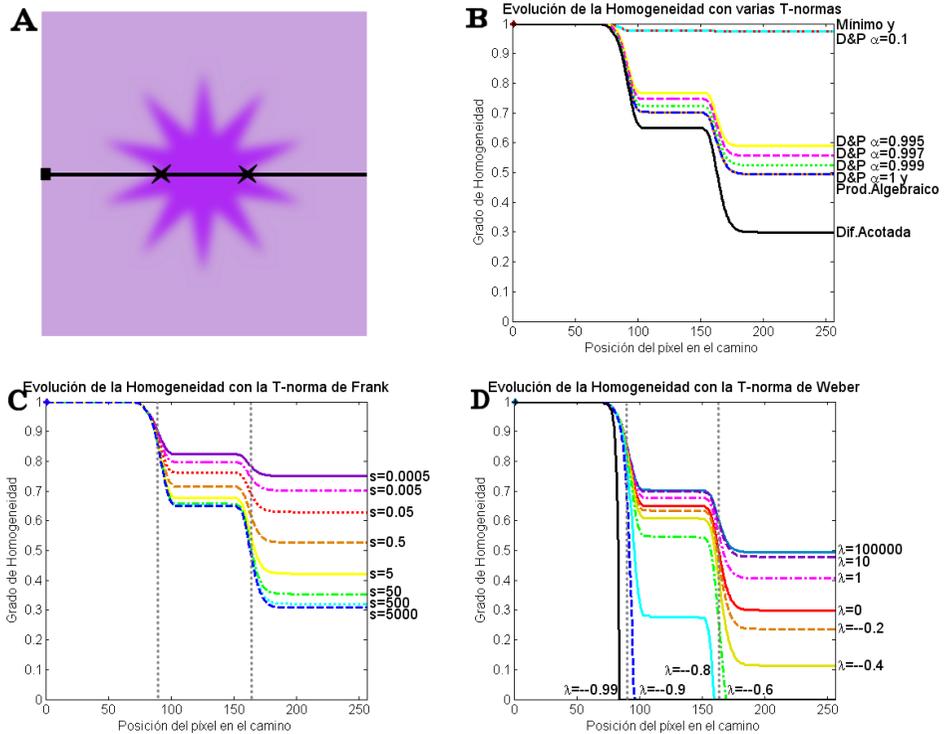


Figura 3.8: A: Ejemplo sintético de camino que en determinadas zonas presenta una variación suave en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t -norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t -norma de Frank, en C y con la t -norma de Weber, en la imagen D.

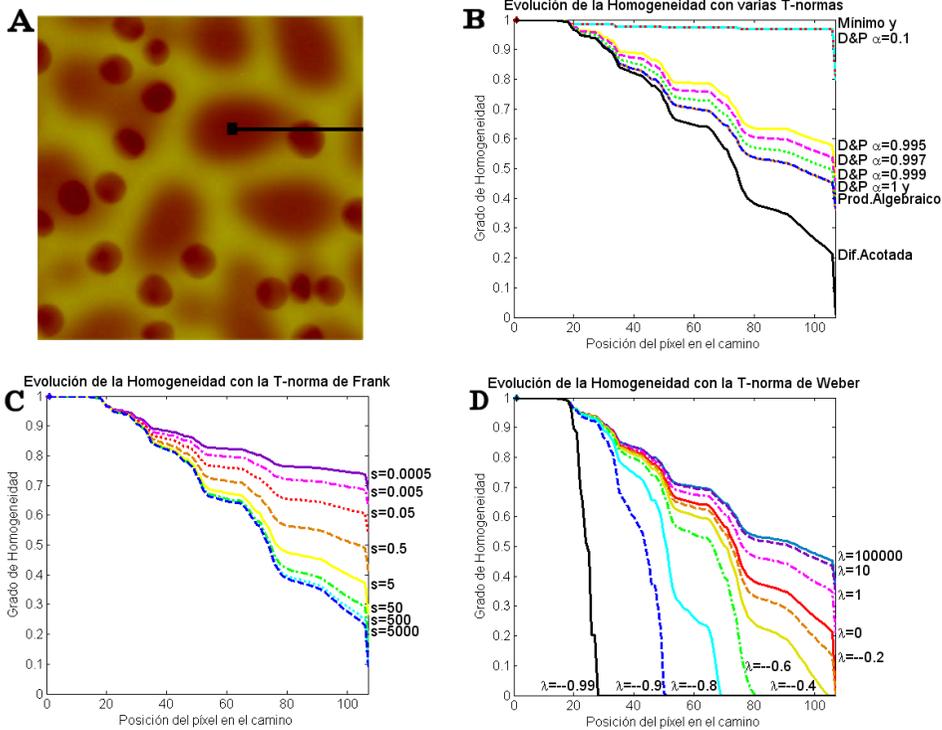


Figura 3.9: A: Ejemplo real de camino que en determinadas zonas presenta una variación suave en las características de los píxeles. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.

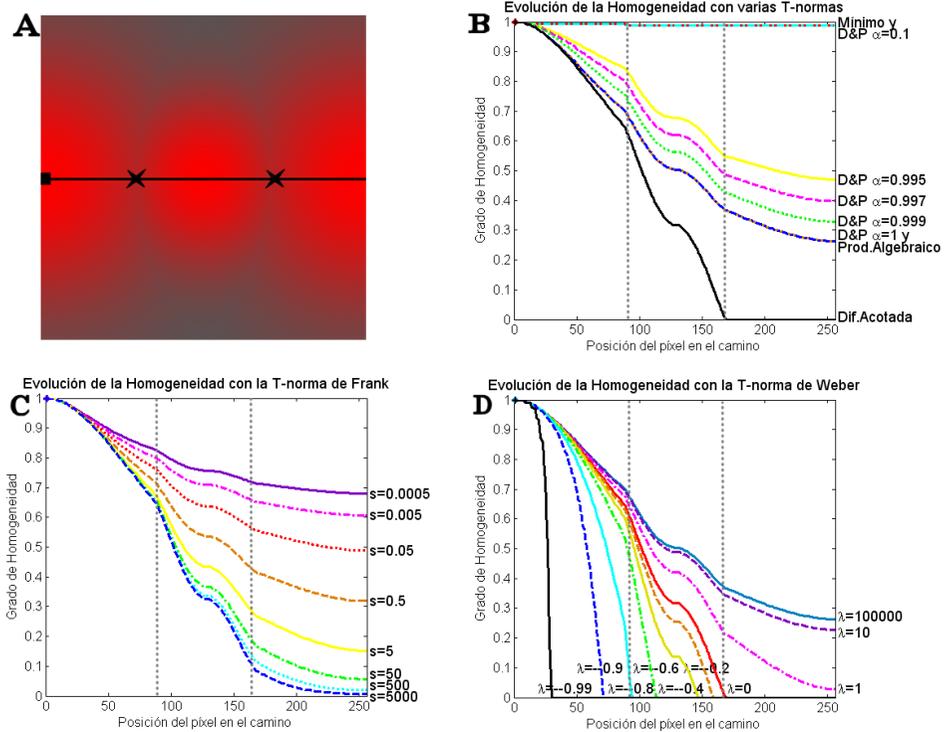


Figura 3.10: *A: Ejemplo sintético de camino con variación gradual en las características de los píxeles, desde el principio hasta el final del mismo. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.*

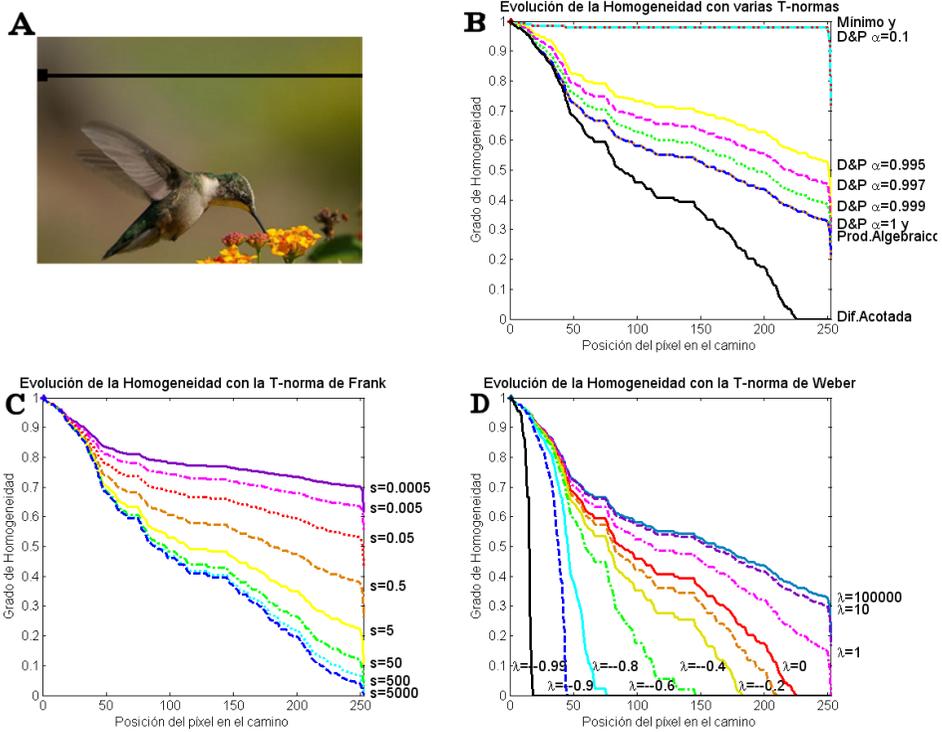


Figura 3.11: A: Ejemplo real de camino con variación gradual en las características de los píxeles, desde el principio hasta el final del mismo. B, C, D: Magnitud de la homogeneidad del subcamino desde cada punto de la línea horizontal hasta el punto marcado con el cuadrado, calculada con el mínimo, la diferencia acotada, el producto algebraico y la t-norma de Dubois y Prade, en la imagen B, con la t-norma de Frank, en C y con la t-norma de Weber, en la imagen D.

color, y a qué tipo de variaciones es más sensible cada uno de ellos.

El experimento propuesto consiste en estudiar la evolución de la homogeneidad a lo largo de un camino con pequeños cambios de color en los píxeles consecutivos. Según la magnitud de la homogeneidad del camino, el ritmo de decrecimiento y el tipo de evolución que tenga en cada espacio, se podrá saber a qué clase de cambios es más sensible cada uno de ellos: cuanto más sensible sea un determinado espacio a un tipo de cambio, más rápido decrecerá la homogeneidad.

Los ejemplos elegidos para el experimento, en las figuras 3.12 a 3.14, son gradientes lineales en las componentes HSI, tanto en las componentes de tono, saturación e intensidad, como en combinaciones de ellas.

Puesto que sería difícil ver los colores del camino si se pintara una sola línea, se han generado las imágenes 1 de estas figuras, de tamaño $M \times N$, repitiendo en cada fila los colores a lo largo del camino. Dada una fila cualquiera, $i \in \{1..M\}$, se ha medido la homogeneidad del subcamino desde el punto $(i, 0)$ hasta el (i, j) , con $j \in \{1..N\}$. La homogeneidad se calcula utilizando la diferencia acotada y la t -norma de Weber con $\lambda = -0.8$, para comprobar que las conclusiones extraídas son válidas para diferentes medidas de homogeneidad.

En la tabla 3.2 se resume la variación que se ha aplicado sobre cada componente para generar los ejemplos de las figuras 3.12 a 3.14. Aunque la definición del tono y su distancia en HSI sea en radianes, en la tabla se ha utilizado su expresión en grados, por ser más intuitiva.

En la figura 3.12, se muestran ejemplos en los que sólo varía una de las tres componentes HSI . En las imágenes (A,B)-1 hay un gradiente de intensidad: en niveles de gris, en la imagen A1, y en presencia de información cromática, en la imagen B1. La imagen C1 muestra un gradiente de saturación. Pese a que en el espacio HSI es posible crear un gradiente de color en el que sólo varíe la componente de tono, este tipo de variación no es representable en el espacio RGB

(ver [267] y sección 2.3), por lo que queda fuera de este estudio.

Imagen	Componentes que Cambian	Rangos de Variación	Razones de Variación
3.12 (A)-1	I	[255, 0]	-1
3.12 (B)-1	I	[180, 1, 170] [180, 1, 0]	[0, 0, -1]
3.12 (C)-1	S	[180, 1, 85] [180, 0, 85]	[0, -0.01, 0]
3.13 (A)-1	HS	[180, 1.0, 85] [240, 0.5, 85]	[1, $\frac{-1}{61}$, 0]
3.13 (B)-1	G en RGB (HI)	[0, 255, 255] [0, 0, 255]	[0, -1, 0]
3.13 (C)-1	SI	[180, 1.0, 170] [180, 0.15, 0]	[0, $\frac{-1}{171}$, -1]
3.14 (A)-1	HSI	[180, 1, 85] [-, -, 0]	[0.7, -0.012, -1]

Tabla 3.2: Variaciones de las componentes de color para generar los ejemplos de las figuras 3.12 a 3.14.

Sí se incluye, en cambio, degradados de color en los que el tono varía junto con otra componente, como se puede apreciar en la figura 3.13. Las imágenes (A,B,C)-1 muestran gradientes de tono y saturación, tono e intensidad y saturación e intensidad, respectivamente. En la imagen B1 el cambio de color ha sido generado en el espacio RGB, para evitar obtener colores no representables en él. Este gradiente es equivalente a una variación en HSI desde [180, 1, 170] hasta [240, 1, 85].

Finalmente, en la figura 3.14, se muestra un degradado de las tres componentes *HSI*, desde el cyan puro poco intenso, $[180, 1, 85]$, hasta el negro, $[-, -, 0]$, pasando por un azul poco saturado y oscuro, $[210, 0.5, 42]$. Los incrementos en cada una de las tres componentes se han escogido de modo que el degradado sea representable en *RGB*.

Influencia del espacio de color

A partir de estos ejemplos, se puede apreciar que los distintos espacios muestran diferentes evoluciones en la homogeneidad, lo que indica que cada uno tiene un grado de sensibilidad diferente a los cambios de color. En la mayoría de los casos, existe una *ordenación* entre los espacios, en lo que a su sensibilidad a los cambios de color se refiere.

Según esta ordenación, el espacio más sensible es el *HSI*, ya que en él la homogeneidad decrece más rápido. Esto se puede apreciar observando la línea verde de las gráficas 2 y 3 de las imágenes 3.12, 3.13 (A, C) y 3.14 (A). En una situación intermedia se encuentra el espacio *RGB*, mientras que *CIE Lab* muestra el decrecimiento más lento y, por tanto, menor sensibilidad a los cambios en las características de los píxeles.

Esta ordenación tiene dos excepciones. La primera, en los cambios de tono e intensidad, como el de la imagen 3.13(B), en la que la homogeneidad calculada en *CIE Lab* muestra una mayor tasa de decrecimiento. La segunda, se da en los casos en que sólo varía la intensidad, en presencia de información cromática, como en la imagen 3.12 (B), en los que el espacio *RGB* es el más sensible.

Particularidades de cada espacio

Según muestran otros estudios sobre espacios de color [15, 44], no se puede decir que ninguno de ellos sea mejor para la segmentación en general; aunque

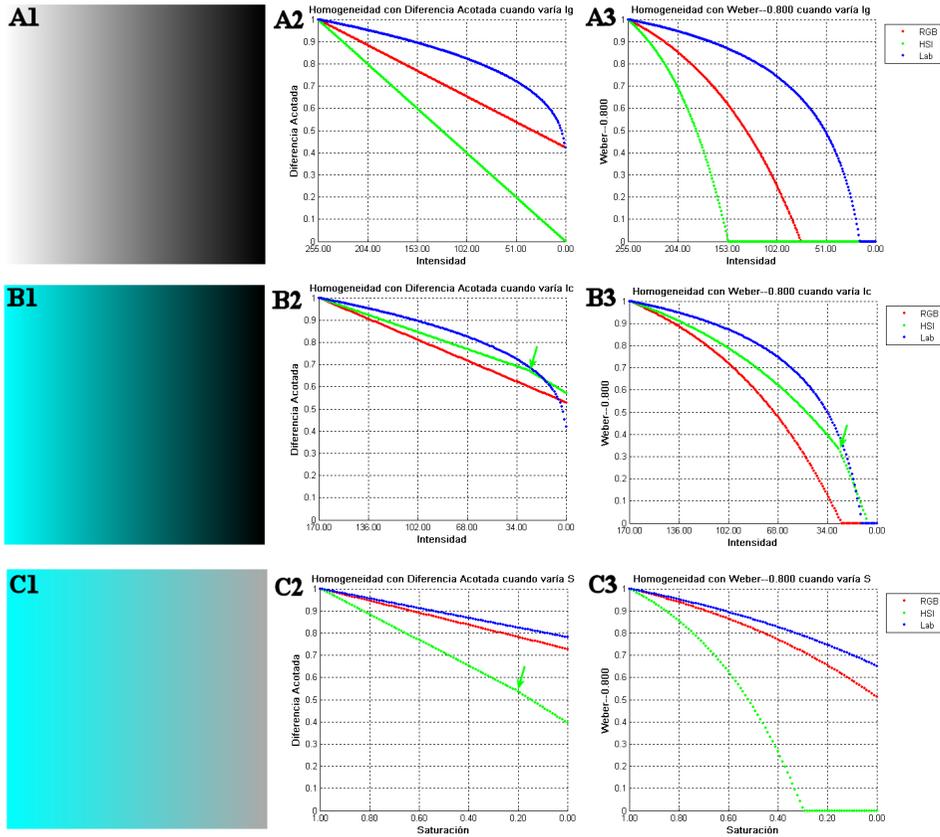


Figura 3.12: A: Gradiente de intensidad en niveles de Gris. B: Gradiente de intensidad en color. C: Gradiente de Saturación. A,B,C-1: Cada fila de la imagen es una repetición del camino estudiado. A,B,C-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A,B,C-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t-norma de Weber con $\lambda=0.8$.

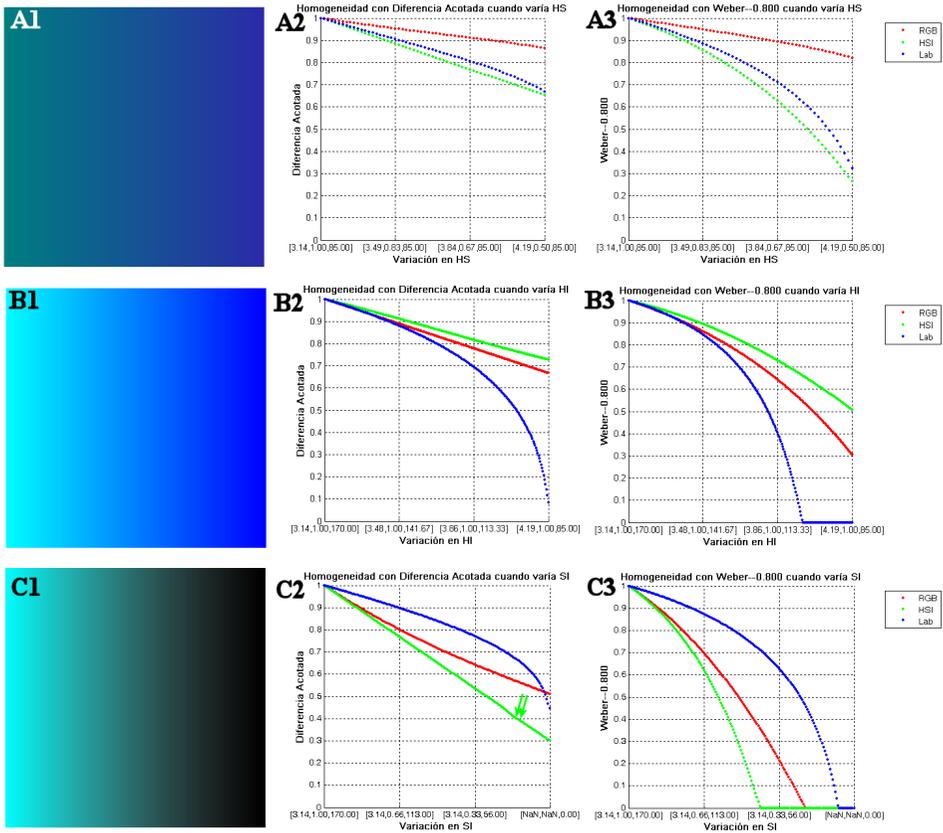


Figura 3.13: A: Gradiente de tono y saturación. B: Gradiente de tono e intensidad en color. C: Gradiente de saturación e intensidad. A,B,C-1: Cada fila de la imagen es una repetición del camino estudiado. A,B,C-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A,B,C-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t -norma de Weber con $\lambda=0.8$.

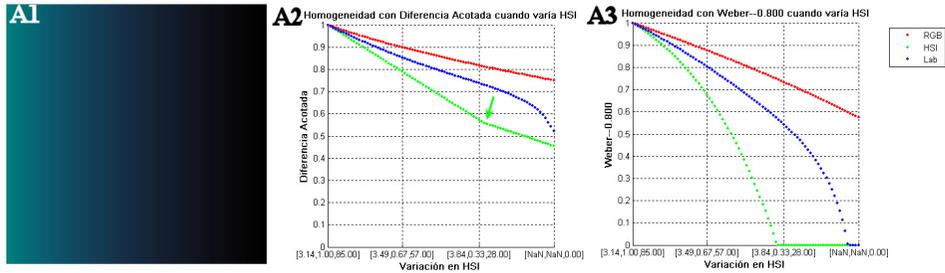


Figura 3.14: A: Gradiente de tono, saturación e intensidad. A-1: Cada fila de la imagen es una repetición del camino estudiado. A-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A-3: Homogeneidad en el camino calculada con la t -norma de Weber con $\lambda=0.8$.

sí puede haber aplicaciones concretas para las que uno de ellos sea más adecuado, gracias a sus características particulares.

Analizando las gráficas de cada espacio por separado, se deduce que el espacio RGB presenta el mismo comportamiento ante todas las variaciones de color, lo que indica que es igualmente sensible a todas ellas.

En cambio, las medidas de homogeneidad calculadas para el espacio HSI , presentan puntos donde cambia el ritmo de decrecimiento. Esto sucede cuando se comparan colores en diferentes zonas de cromaticidad, como es el caso de los puntos marcados con una flecha en las figuras 3.12 a 3.14. Esto puede resultar útil en aplicaciones que requieran diferentes grados de sensibilidad a los cambios de color, según las condiciones de cromaticidad. Tal y como está definida la métrica este espacio, la sensibilidad será menor para colores en la zona cromática que en la acromática, lo cual se aproxima al funcionamiento del sistema visual humano.

Por su parte, el espacio $CIE Lab$, muestra mayor sensibilidad a los cambios de luz cuando éstos se producen en bajas intensidades. Esto se aprecia claramente

en los ejemplos que implican cambios de luminosidad: 3.12 (A, B), 3.13 (B, C) y 3.13 (A). En ellos se observa un aumento del ritmo de decrecimiento de la homogeneidad en la parte final del camino, donde las intensidades son bajas. Esta particularidad del espacio *CIE Lab*, lo hace más adecuado cuando se trabaja con imágenes oscuras, en las que hay sombras o condiciones de baja iluminación.

Ejemplos reales

Estas conclusiones, se pueden verificar repitiendo el mismo experimento sobre caminos que atraviesan distintos tipos de cambios de color, en imágenes reales. Un ejemplo de ello se muestra en la figura 3.15. En ella, al igual que antes, se estudia la evolución de la homogeneidad del subcamino que une cada punto de la línea destacada en las imágenes 1, con el punto marcado con un cuadrado en dichas imágenes.

En el ejemplo A de dicha figura hay un gradiente de tono, saturación e intensidad, mientras que en el B la variación es de saturación e intensidad en la primera parte del camino, y de tono e intensidad en el resto. El ejemplo C muestra un degradado de saturación e intensidad. En todos los casos se destaca, con una línea negra discontinua, los puntos en los que se produce un cambio en el ritmo de variación del color de los píxeles.

En estos ejemplos, se puede apreciar la ordenación en la sensibilidad de los diferentes espacios a los cambios de color, ya que en todos ellos el decrecimiento de la homogeneidad es mayor en el espacio *HSI*, intermedio en *RGB* y más lento en *CIE Lab*.

También se observa, en la imagen 3.15 (B)-2, la excepción a esta ordenación, que se daba cuando variaban el tono y la intensidad. En dicha imagen se puede ver, marcado con una flecha negra en cada gráfica, el punto en el que se produce un cambio en el degradado, comenzando a variar las componentes de tono e intensidad. A partir de dicho punto, el decrecimiento en la homogeneidad es más

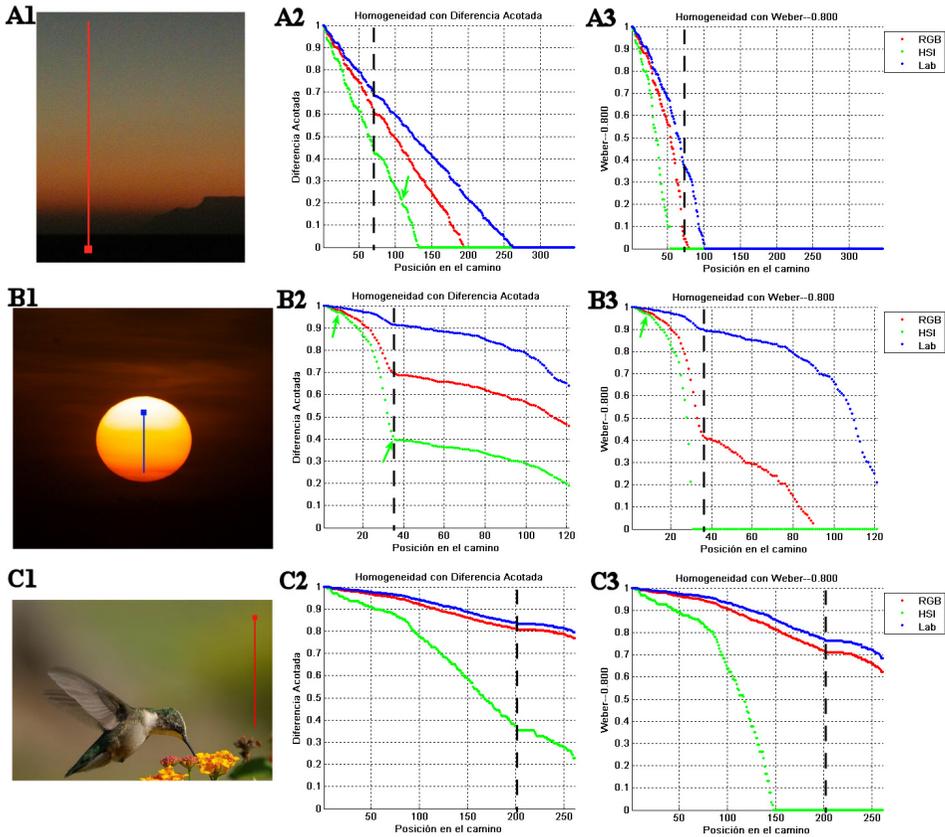


Figura 3.15: A1: Variación de tono, saturación e intensidad. B1: Gradiente de tono e intensidad con un cambio de color de la zona acromática a la cromática. C1: Degradado de saturación e intensidad. A,B,C-2: Homogeneidad en el camino calculada con la diferencia acotada. A,B,C-3: Homogeneidad en el camino calculada con la *t*-norma de Weber con $\lambda=0.8$.

rápido en el espacio *CIE Lab* que en *HSI*.

En cuanto a las características particulares de cada espacio, en la figura 3.15 se encuentran marcados con una flecha los puntos en los que hay un cambio en la zona de cromaticidad. En ellos, la medida de homogeneidad calculada en *HSI* muestra un punto de inflexión.

Los diferentes grados de sensibilidad que muestra el espacio *CIE Lab* ante las variaciones de color, según sean éstas a altas o bajas intensidades, se aprecian en las imágenes 3.15 (A)-2,3 y (B)-2,3. En las primeras, la homogeneidad en este espacio decrece muy rápido al principio del camino, mientras que en las segundas, este rápido decrecimiento se aprecia al final del camino. En ambos casos, es debido a que la intensidad es baja en esos píxeles. Por otra parte, en las imágenes (B)-2,3 también se aprecia, en la parte central del camino, un crecimiento considerablemente más lento, debido a que la intensidad es alta en esa zona.

Además de estas conclusiones, los ejemplos de la figura 3.15 permiten verificar que las conclusiones extraídas en las secciones anteriores son válidas para todos los espacios, ya que se mantiene el comportamiento anteriormente mencionado, de las funciones de agregación elegidas para el estudio. Además, se observa que la evolución de las medidas de homogeneidad es similar en los tres espacios, independientemente de las características del camino. En las zonas donde los píxeles son muy similares la homogeneidad permanece constante, cuando hay suaves variaciones de color decrece lentamente, y cuando éstas son bruscas la homogeneidad disminuye considerablemente en los tres espacios.

3.4. Conclusiones

En este capítulo se ha realizado una propuesta para caracterizar los píxeles de una imagen y medir el parecido entre ellos, mediante una relación de semejanza difusa. Además, se ha realizado una propuesta basada en caminos para medir el

grado de conectividad entre dos píxeles de la imagen, que permitirá, como se verá en el siguiente capítulo, realizar una segmentación de la imagen en conjuntos de píxeles semejantes y conectados. Esta medida de conectividad se basa en la agregación de las semejanzas entre pares consecutivos de píxeles del camino, que se puede interpretar como una medida de la homogeneidad del mismo.

Partiendo de esta interpretación, se han fijado las características que debe tener la función elegida para realizar la agregación y se ha propuesto el uso de t -normas para calcular la homogeneidad.

Mediante el estudio posterior, se ha concluido que las medidas de homogeneidad que se pueden obtener con distintas funciones de agregación ofrecen un amplio rango de comportamientos que, en el caso de las t -normas estudiadas, varía entre dos situaciones extremas. Esta variedad de comportamientos, abre la posibilidad de elegir una medida de homogeneidad adaptada al grado de sensibilidad que se quiere tener ante las variaciones en las características de los píxeles. Como se verá en el siguiente capítulo, esto resulta de gran utilidad para adaptarse a las características particulares de cada región de la imagen.

Finalmente, se ha realizado un estudio con el fin de comprobar la validez de las conclusiones extraídas, independientemente del espacio de color utilizado. Además, se han analizado las particularidades de cada espacio, viendo en qué casos es más sensible cada uno a los cambios de color. De este estudio se ha deducido que cualquiera de ellos es adecuado para la segmentación de imágenes, aunque en general el espacio HSI es más sensible a los cambios de color, salvo cuando estos tienen lugar en condiciones de baja iluminación, en las que el espacio $CIE Lab$ muestra mayor sensibilidad.

En el siguiente capítulo, se utilizará la medida de conectividad entre dos píxeles de la imagen para obtener las regiones presentes en la misma, y las medidas de homogeneidad para obtener modelos adecuados que permitan representar cada una de dichas regiones.

Capítulo 4

Modelado Difuso de Regiones

Determinar qué se entiende por una *región de la imagen* es un aspecto fundamental tanto para el proceso de modelado de regiones como para el de segmentación. Como se vio en los antecedentes de esta memoria, existen dos concepciones básicas de región: la región precisa y la región difusa.

En el primer caso, se define una *región* como un *conjunto de píxeles semejantes y conectados*. A la hora de aplicar esta definición en la segmentación de imágenes, las consecuencias más inmediatas son que cada píxel sólo puede pertenecer a una región, y que todos los píxeles de una región pertenecen a ella en la misma medida. Sin embargo, existen efectos en la imagen derivados de la iluminación, la superposición de objetos o los gradientes de color entre otros, que con esta definición de región no pueden ser adecuadamente calculados ni representados. Un ejemplo de ello se da cuando hay dos regiones cuyas fronteras son borrosas o están difuminadas. En este caso, no es fácil determinar a cuál de ellas

pertenece un píxel en la zona fronteriza, ni tampoco parece lógico que dicho píxel pertenezca en igual grado que otro que claramente se encuentra dentro de una de las regiones.

Estas son algunas de las razones del gran impulso que han tenido, especialmente en los últimos años, las técnicas de procesamiento y análisis de imagen que aplican la Lógica Difusa para contemplar este tipo de fenómenos [165,297]. Estas técnicas consideran una *región difusa* como *un conjunto difuso de píxeles semejantes y conectados, tal que cada píxel de la imagen tiene un grado de pertenencia a él*. Con esta definición sí se pueden representar los fenómenos anteriores, ya que un mismo píxel puede pertenecer con distinto grado a varias regiones cuya frontera sea imprecisa o que se solapen, y puede tener distinto grado de pertenencia según la atenuación del color o la intensidad en una región.

Entre estas últimas técnicas, las principales diferencias se encuentran en la forma en que se calcula el conjunto difuso para una región dada. En este sentido, la mayoría de las propuestas definen una medida de homogeneidad [46], entropía [176], contraste [225], o de distancia combinando la diferencia en color con la distancia espacial [253] o con información fractal [202–204]. A partir de ella, calculan una función de pertenencia [241]. Esta función de pertenencia se utiliza en algoritmos de *watershed* [207,252,253], fusión [46] o crecimiento de regiones [202–204,225,241], para obtener las regiones difusas de una imagen.

Un problema no resuelto por las técnicas existentes es que en una misma imagen se pueden encontrar regiones de muy diversa naturaleza. Las técnicas antes mencionadas, al seleccionar una única medida para calcular todas las regiones de la imagen, no tienen en cuenta la propia naturaleza de la región.

Con el fin de solventar este problema, proponemos abordar la segmentación desde el punto de vista del *modelado individual* de cada región de la imagen. Para ello disponemos de las medidas de homogeneidad introducidas en el capítulo anterior, cuya variedad de comportamientos permite adaptarse a las característi-

cas de la región. El objetivo es obtener, para cada región, una representación lo más exacta posible que refleje cómo varían las características de los píxeles, y que se adapte a sus particularidades mediante la determinación de la medida de homogeneidad más adecuada en cada caso. Gracias a este modelado individual de cada región de la imagen se podrá obtener una segmentación más exacta y se contará con mayor información para posteriores procesamientos.

Para lograr este objetivo se verá, en la sección 4.1, cómo se puede calcular una *región difusa*, tomando como base la medida de conectividad definida en el capítulo anterior. En la sección 4.2, se mostrará cómo las diferentes medidas de homogeneidad utilizadas para calcular la conectividad permiten la adaptación a las características de diferentes tipos de regiones. Para que esta adaptación se lleve a cabo de forma automática, en la sección 4.3 se verá cómo seleccionar una medida de homogeneidad adecuada para representar la imprecisión en una región dada.

Una vez obtenida una región difusa, y pese a la ventaja que supone contar con la máxima información posible, puede ser necesario, en determinados momentos, reducir la cantidad de información, tomando decisiones precisas (“*crisp*”) acerca de la pertenencia de un píxel a una región. Siguiendo la filosofía de “*Last Commitment*” [128, 132], esta decisión debería retrasarse hasta el momento en que sea imprescindible. En la sección 4.4 se propondrá una forma de obtener una aproximación precisa de la región modelada. Finalmente, en la sección 4.5, se mostrarán los resultados que se obtienen aplicando las metodologías propuestas.

4.1. Región Difusa

Calcular el modelo difuso de una región de la imagen implica tener un mecanismo para obtener el conjunto difuso que la representa o, lo que es equivalente (ver apéndice A), contar con una función que permita calcular el grado de pertenencia de cada píxel de la imagen a dicha región.

Las propuestas que se encuentran en la literatura tienen su origen en algoritmos de segmentación basados en regiones, (*watershed*, fusión o crecimiento de regiones) [46, 202–204, 207, 225, 241, 252, 253]. Este tipo de algoritmos asumen la existencia de un píxel (o varios) representativo de la región a segmentar, llamado *semilla*, cuya selección se abordará en el capítulo siguiente. La idea básica de estas propuestas es calcular el grado de pertenencia de cada píxel de la imagen a la región, a partir del grado de relación que tenga con su semilla. La cuestión es cómo se obtiene este grado de relación.

Una opción natural para obtener este grado es utilizar la medida de conectividad definida en el capítulo anterior. Como se vio entonces, la conectividad entre píxeles es una medida del grado en que dos píxeles se encuentran próximos tanto topológicamente como en sus características. Siguiendo esta idea, dado un píxel semilla de la región que se quiere modelar, se medirá el grado de relación de cada píxel de la imagen con dicha región como la relación que tenga con su semilla, utilizando para ello la medida de conectividad definida en la ecuación 3.7. De este modo:

Definición 4.1 *El grado de pertenencia $\mu_{\tilde{R}_s}(p)$ de un píxel $p \in \mathcal{I}$ a una región difusa \tilde{R}_s se define como:*

$$\mu_{\tilde{R}_s}(p) = \text{conn}(p, r_s) \quad (4.1)$$

donde r_s es la semilla de \tilde{R}_s .

Según indican las ecuaciones 4.1 y 3.7, el grado de pertenencia de un píxel a una región se ha definido como el grado de conectividad del camino óptimo que lo une a la semilla. Esto implica que para obtener el conjunto difuso asociado a una región es necesario calcular el camino óptimo desde cada punto de la imagen hasta la semilla de dicha región.

En la literatura se pueden encontrar propuestas para el cálculo de caminos óptimos en imágenes, cuyo objetivo es variado. Desde la obtención de una representación multiescala [110] de la imagen, la determinación de una interpretación óptima de la segmentación [30] o la localización de fronteras interpretando modelos deformables como caminos óptimos [56], hasta el cálculo de una segmentación completa de la imagen. Este último objetivo era el de la propuesta de Meyer [220], que fue pionero en su aplicación del algoritmo de *watershed*, posteriormente ampliado por los trabajos de Foliguet et al [253], cuyo orden de eficiencia es cuadrático, pese a considerar sólo el 4-entorno de un píxel. El origen de estos algoritmos, al igual que el de nuestra propuesta, se encuentra en la Teoría de Grafos, en el algoritmo de Dijkstra. La implementación aquí propuesta, basada en un algoritmo de crecimiento de regiones, tiene un coste computacional menor que las precedentes.

El procedimiento, cuyos pasos se resumen en el algoritmo 4, parte de una semilla, r_s representativa de la región difusa que se quiere obtener. Inicialmente, el único punto que pertenece a la región difusa es la semilla, que tiene máxima pertenencia. En cada iteración, el píxel más próximo al contorno de la región se incorpora a la misma, asignándole su grado de pertenencia. Este píxel más próximo se busca entre todos los vecinos de los píxeles del contorno, y es aquél con máxima semejanza respecto a su vecino del contorno.

Con este algoritmo sólo se examina una vez cada píxel, con lo que se obtiene el camino óptimo desde la semilla de la región a cada píxel, con un coste computacional de orden $O(n \cdot \log n)$, siendo $n = M \times N$ el tamaño de la imagen. En la figura 4.1, se observa un ejemplo que ilustra el funcionamiento del algoritmo.

Es evidente que los resultados de esta propuesta, al igual que sucede con todas las técnicas basadas en regiones [59, 106, 139], estarán condicionados por la ubicación de la semilla y por la forma en que se calcula el grado de pertenencia. La ubicación de la semilla será abordada en el capítulo 5. En cuanto al cálculo

Algoritmo 4: Algoritmo para calcular \widetilde{R}_s

Entrada:

Imagen \mathcal{I} de tamaño $N \times M = n$

Píxel semilla r_s

Notación:

R_s : Conjunto de píxeles en la región

$Contorno(R_s)$: Píxeles en el contorno de la región R_s

$Vecinos(p)$: 8-vecinos de p

$Aggr$: Función de agregación utilizada

1.-Inicialización

$$R_s = \{r_s\}$$

$$\mu_{\widetilde{R}_s}(r_s) = 1$$

2.- Mientras $Card(R_s) \neq n$

$$(p, q) = \underset{(p, q)}{\operatorname{argmax}} \{ \mathcal{PR}(p, q) \mid p \in Contorno(R_s), q \in Vecinos(p) \setminus R_s \}$$

$$\mu_{\widetilde{R}_s}(q) = \operatorname{conn}(q, r_s) = Aggr(\operatorname{conn}(p, r_s), \mathcal{PR}(p, q))$$

$$R_s = R_s \cup \{q\}$$

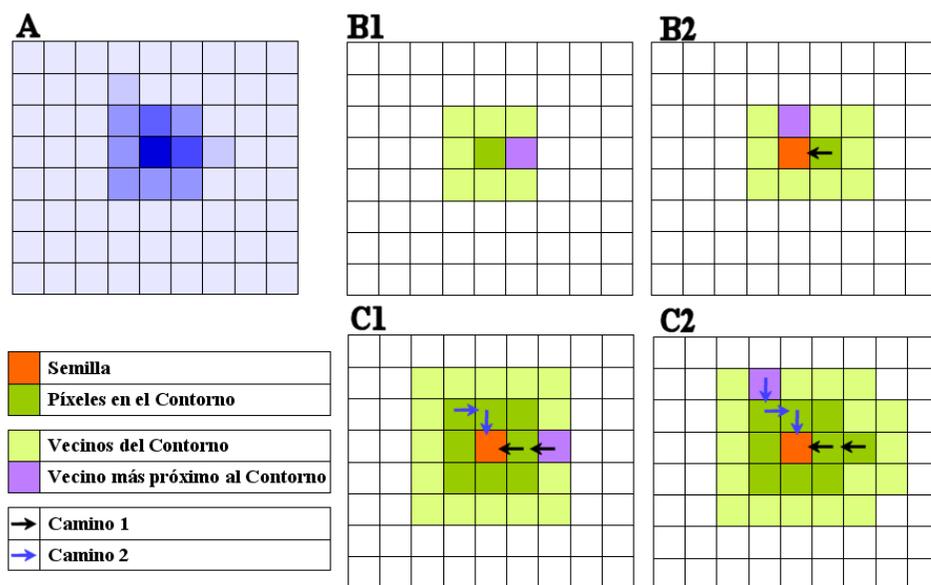


Figura 4.1: A: *Imagen original (cada cuadro es un píxel)*. B1, B2, C1 y C2: *Primera, segunda, novena y décima iteraciones del algoritmo 4, respectivamente. Las flechas apuntan en cada píxel a su predecesor en el camino a la semilla.*

del grado de pertenencia, en nuestro caso depende de la medida de homogeneidad elegida para calcular la conectividad, como se verá en el siguiente apartado.

4.2. Región Difusa y Medidas de Homogeneidad

Uno de los objetivos mencionados en la introducción de este capítulo es, dada una región, la obtención de un modelo difuso que represente sus características de la forma más exacta posible.

Tal y como se ha definido el grado de pertenencia a una región difusa se podrán obtener diferentes funciones de pertenencia para una misma región, según cuál sea la medida de homogeneidad utilizada en el cálculo de la conectividad. Cada uno de los conjuntos difusos obtenidos con ellas se adaptará a las características de la región de diferente manera. Esto plantea la cuestión de cuál de estos conjuntos es el que mejor representa la imprecisión y la variación en sus píxeles.

Al resolver esta cuestión hay que tener en cuenta que en imágenes reales se puede encontrar una gran variedad de regiones, con diferentes grados y tipos de imprecisión, tanto en las características (el color) de los píxeles que la forman, como en sus fronteras. A continuación, se estudiará qué tipos de regiones se pueden encontrar en imágenes reales para, más adelante ver cómo son las regiones difusas que se obtienen para cada tipo de región, según la función de agregación escogida. Finalmente, se determinará qué medidas son más adecuadas para modelar cada tipo de región.

4.2.1. Tipos de regiones en imágenes reales

Es evidente que en imágenes reales existen distintos tipos de regiones, como se puede apreciar en las imágenes de la figura 4.2 (A a C)-1. Visualmente en todas ellas se pueden distinguir tres zonas:

- Una zona muy homogénea en torno a la semilla, formada por píxeles que seguro pertenecen a la región, y en la que las características de los píxeles prácticamente no varían.
- Una zona fronteriza, donde se produce la transición de una región a otra, y las características de los píxeles varían, pasando de tener el color de la región a tener el color de lo que la rodea. En esta zona existe imprecisión puesto que es difícil determinar qué píxeles pertenecen a la región y cuales no.
- La tercera zona no es propiamente de la región, ya que está formada por aquellos píxeles que, con seguridad, no pertenecen a ella.

Lo que distingue unas regiones de otras es la extensión de cada una de estas zonas, y cómo es la variación de color que se produce en las fronteras.

Desde el punto de vista de las medidas de homogeneidad y las funciones de agregación, en la zona homogénea en torno a la semilla los píxeles serán muy parecidos entre sí, por lo que los valores de semejanza agregados serán $\simeq 1$. Puesto que para toda t -norma, i se cumple que $i(1, a) = 1$, el comportamiento de todas las funciones de agregación será muy similar. En cuanto a la zona en la que los píxeles no pertenecen a la región, la semejanza respecto a la semilla debe ser 0, por lo que nuevamente todas las funciones de agregación mostrarán el mismo comportamiento, ya que en las t -normas $i(1, 0) = 0$. Queda pues la zona fronteriza, en la que hay una variación en las características de los píxeles, ante la cual cada función de agregación dará un resultado diferente. Teniendo esto en cuenta, las medidas de homogeneidad utilizadas para modelar la región deberán adaptarse a la variación de color en estas fronteras, y representarla de la forma más exacta posible.

Partiendo de esta base, en la variedad de posibles regiones se podría distinguir dos casos extremos: por un lado, regiones en las que no hay imprecisión; es

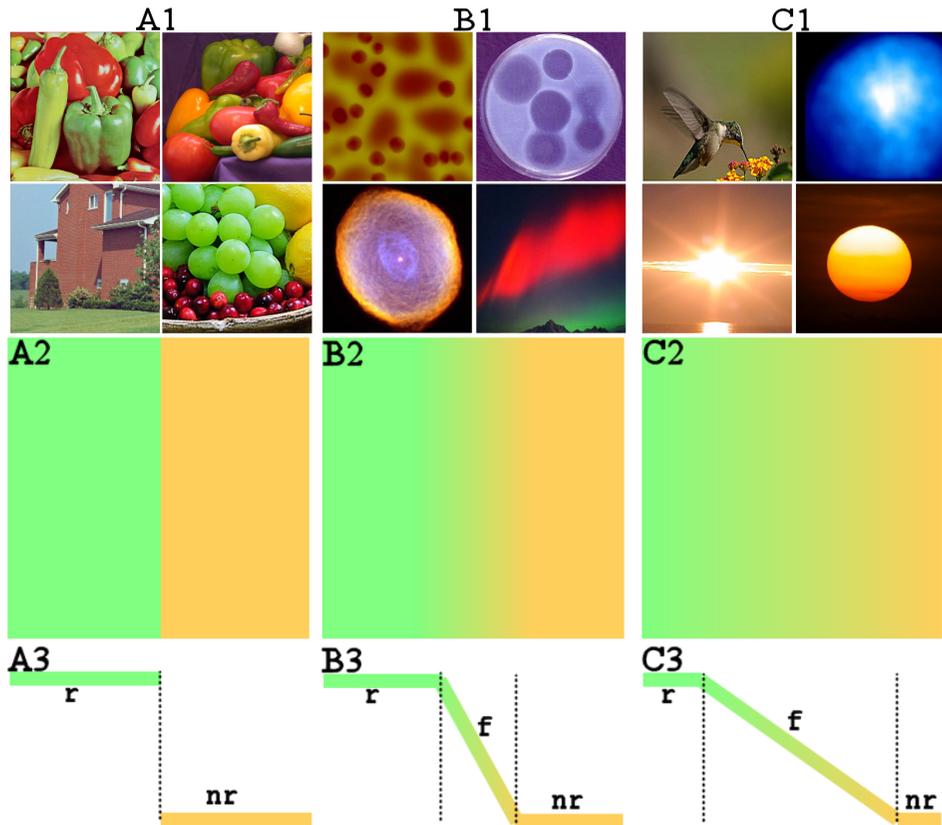


Figura 4.2: *Diferentes tipos de regiones. A: Regiones precisas. B: Regiones imprecisas. C: Regiones de degradados. A-C 1: Ejemplos reales. A-C 2: Ejemplos sintéticos. A-C 3: Representación intuitiva de cómo varía el color en cada región: r = zona que seguro pertenece a la región verde, f = frontera, nr = zona que seguro no pertenece a la región verde.*

decir, regiones homogéneas con contornos bien definidos. En el extremo opuesto, regiones de naturaleza imprecisa en toda su extensión, como son los degradados de color o iluminación. Entre estos dos extremos existe una amplia variedad de regiones con diferentes grados y tipos de imprecisión, especialmente en sus contornos. En adelante se distinguirán tres tipos básicos de regiones, correspondientes tanto a las situaciones extremas como a la intermedia. Dado que existe un continuo de posibilidades, habrá casos de regiones con características mixtas, para las que sea difícil decidir a qué tipo pertenecen. Atendiendo a los tres tipos básicos, se denominará:

- *Regiones con contornos bien definidos, regiones crisp o precisas* a aquellas con contornos precisos y bien delimitados, en los que se da un rápido y considerable cambio de color, y hay poca o ninguna imprecisión. En estas regiones, la zona fronteriza antes comentada apenas existe.
- *Regiones de degradados* a las regiones que sean gradientes de color o de iluminación, en las que prácticamente toda la región es zona fronteriza.
- *Regiones intermedias*, a las que se encuentran entre los dos casos extremos, con contornos borrosos o difuminados.

Lo que distingue esto tres tipos de region es el *cambio en las características de los píxeles* de la frontera; es decir, la *variación de color en el contorno* de la región que es la que da lugar a los diferentes *grados de imprecisión*. Cuanto más suave, progresiva y de menor magnitud sea la variación de color en la frontera, más difícil resultará determinar si un píxel pertenece o no a la región, y mayor será la imprecisión en su contorno.

En la figura 4.2 (A1) se muestran ejemplos reales de regiones precisas, así como un ejemplo sintético, en la imagen (B1). De forma similar, las imágenes (A,

B)-2, corresponden a ejemplos reales y sintéticos de regiones intermedias, respectivamente; y las imágenes (A, B)-3, a regiones de degradados.

En las imágenes (C)-1 a 3 se representan, para la región verde de las imágenes (B)-1 a 3, las tres zonas que se pueden encontrar dentro de una misma región. En la imagen C1, se observa que no existe zona fronteriza, pues hay un drástico cambio de color; mientras que en la imagen C2 sí hay una frontera imprecisa en la que hay un progresivo cambio de color. Finalmente, en la imagen C3 se ve que prácticamente toda la región es frontera, puesto que se trata de un degradado de color entre dos tonos. Intuitivamente, estas gráficas, que muestran el perfil de la variación de color en la frontera, se asemejan a un corte transversal de la función de pertenencia que cabría esperar, según el tipo de región.

A continuación se tratará de determinar, para los tres tipos de regiones, qué características tiene la región difusa obtenida, según la función de agregación utilizada para calcular la homogeneidad del camino. También se tratará de ver, en la sección 4.2.3, qué región difusa de las obtenidas se ajusta más al modelo difuso que se esperaría obtener para cada región.

4.2.2. Características de las Regiones Difusas

Para responder a las cuestiones planteadas se ha realizado un estudio experimental, en el que se analizan los diferentes tipos de región y, para cada uno, se estudian las regiones difusas obtenidas con distintas medidas de homogeneidad.

En este estudio se han escogido imágenes reales correspondientes a los tres tipos básicos. Las regiones seleccionadas como ejemplo para este estudio se muestran en la imagen (A) de las figuras 4.3, 4.5, 4.7, 4.9, 4.11 y 4.13. Como se puede observar, hay una gama de regiones con distintas formas de imprecisión. Las figuras 4.3 a 4.6 muestran ejemplos de regiones con contornos bien definidos, las 4.7 a 4.10 siguientes son regiones intermedias, mientras que las figuras 4.11 a 4.13 son ejemplos de regiones de degradados.

En cada una de estas imágenes se ha colocado una semilla y se ha obtenido el conjunto difuso que representa la región en torno a ella. El grado de pertenencia se ha calculando según la ecuación 4.1 y se ha utilizado el algoritmo 4 para obtener los caminos óptimos sobre los que se calcula esta pertenencia.

Con el fin de determinar la influencia de la medida de homogeneidad y cuál se adecúa más a cada clase de región, se ha calculado la homogeneidad del camino óptimo con diferentes funciones de agregación. En concreto, se han utilizado dos funciones muy sensibles a cambios en las características de los píxeles: la t -norma de Weber con $\lambda \in \{-0.9, -0.8\}$; dos funciones con un ritmo de decrecimiento más suave: la diferencia acotada y el producto algebraico; y dos funciones con puntos de saturación, como son la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$. Se han elegido estas funciones de agregación porque, como se comprobará más adelante, son representativas de los comportamientos que permiten modelar, de la formas más adecuada, los tres tipos de regiones que se han distinguido. En las figuras 4.3 a 4.13, el número, desde 1 hasta 6, indica la función de agregación utilizada, según el orden en que se acaban de nombrar.

En la imagen (A) de dichas figuras se marca con un cuadrado la semilla de una región. Las imágenes (B) de las figuras 4.3, 4.5, 4.7, 4.9, 4.11 y 4.13 representan el conjunto difuso de la región en torno a la semilla, mostrando en blanco la máxima pertenencia y en negro la pertenencia 0. En las imágenes (C), de las figuras 4.3, 4.5, 4.8, 4.10, 4.12 y 4.14 hay una representación tridimensional del conjunto difuso asociado a la región de la semilla, en la que la altura indica el grado de pertenencia.

Analizando las figuras 4.3 a 4.14, la primera conclusión que se puede extraer es que ante una misma región, como la de las figuras 4.3 y 4.4, las regiones difusas obtenidas presentan comportamientos muy diferentes, según cuál haya sido la función de agregación escogida. Esto se aprecia con sólo comparar las imágenes 1 y 6 de dichas figuras, y se comprueba en las demás figuras de este estudio.

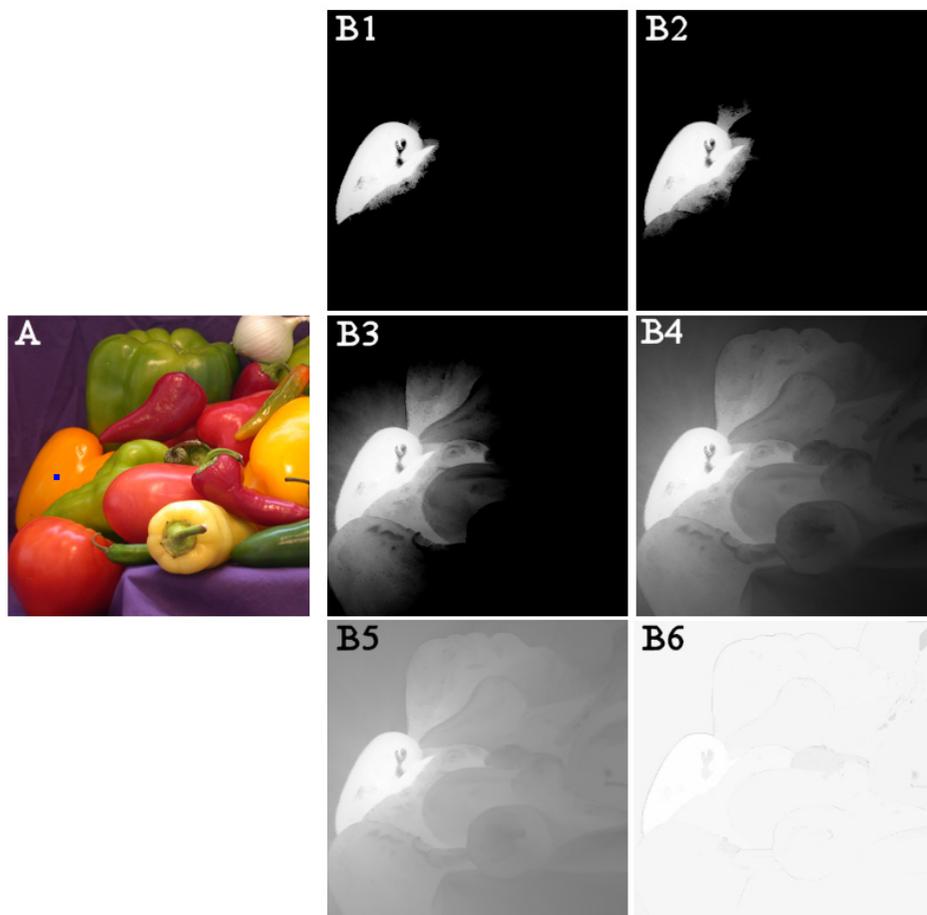


Figura 4.3: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Peppers'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la *t*-norma de Weber con $\lambda \in [-0.9, -0.8]$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la *t*-norma de Frank con $s = 0.05$ y la *t*-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

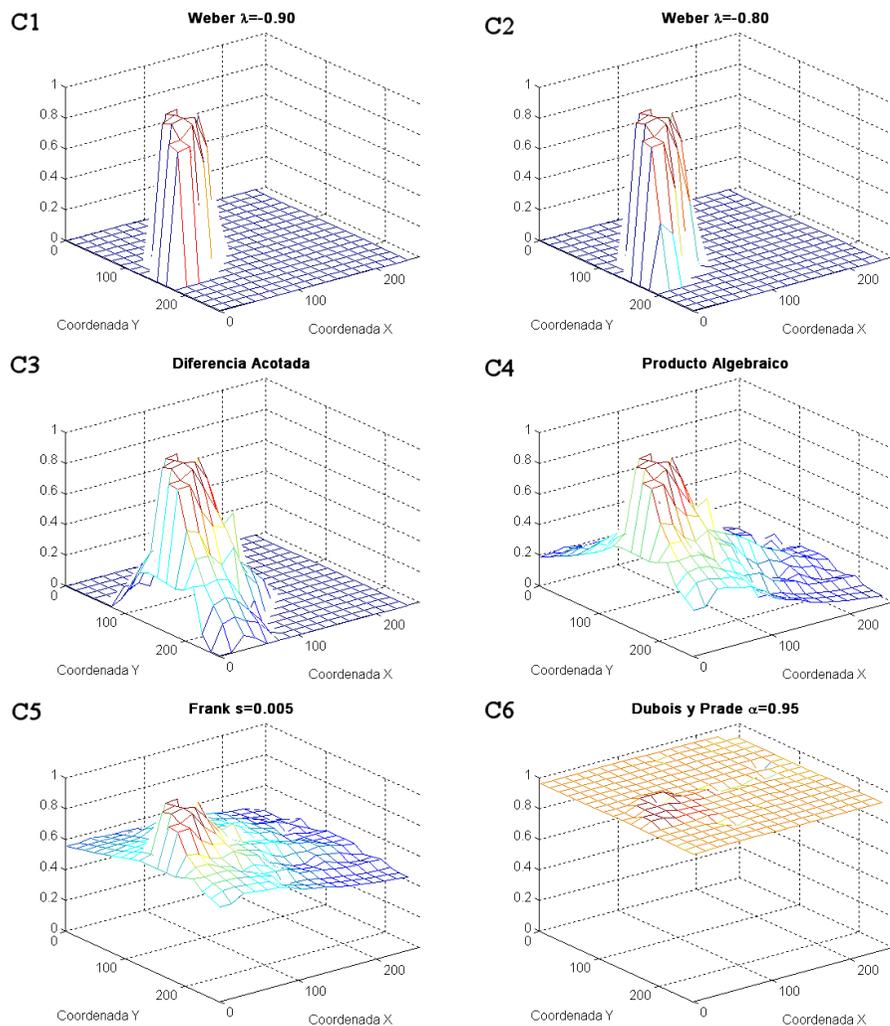


Figura 4.4: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Peppers'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t -norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

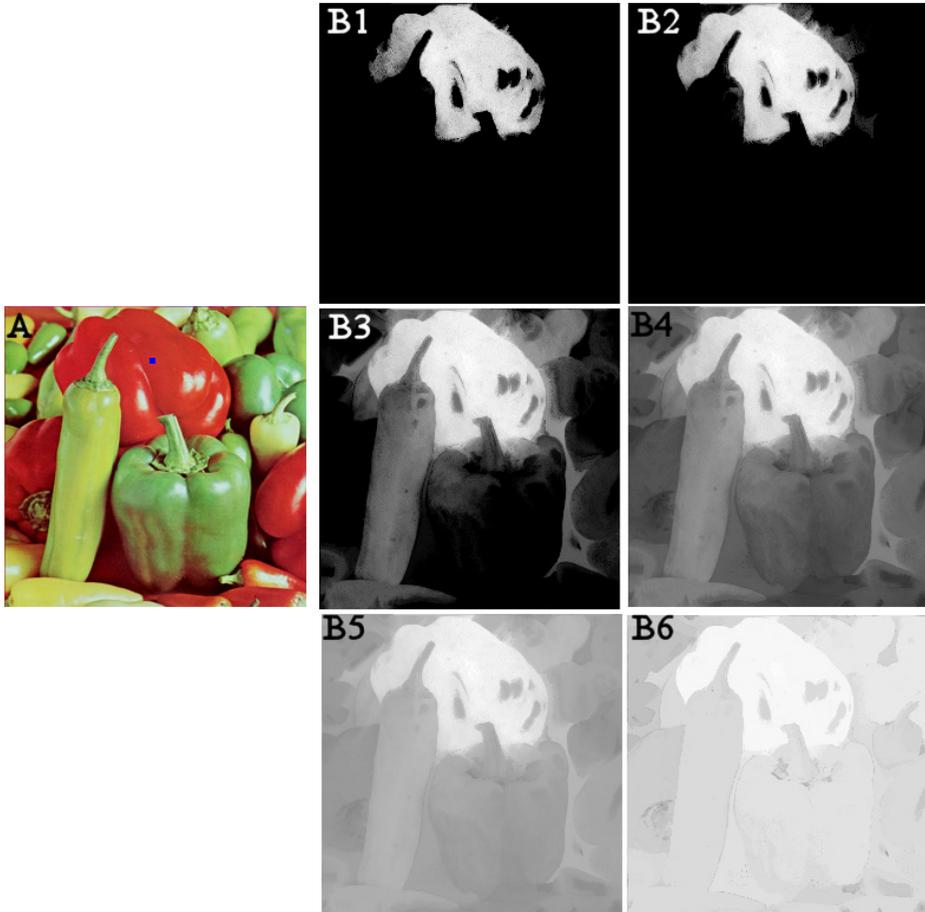


Figura 4.5: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Pimientos'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la *t*-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la *t*-norma de Frank con $s = 0.05$ y la *t*-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

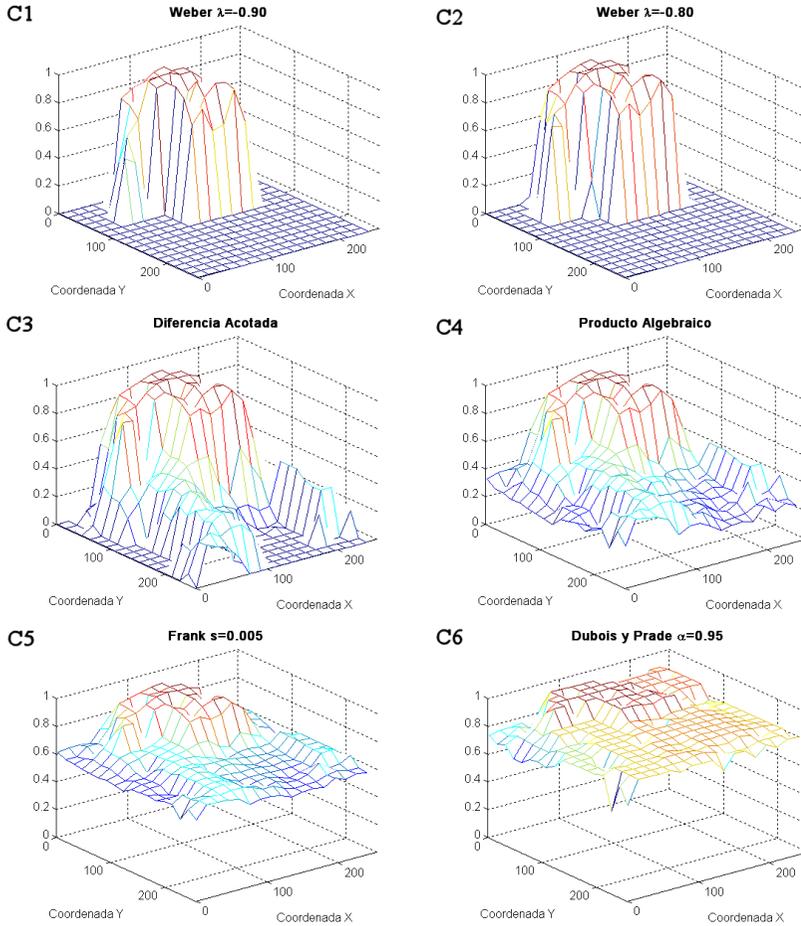


Figura 4.6: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos bien definidos. A: Imagen 'Pimientos'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t -norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

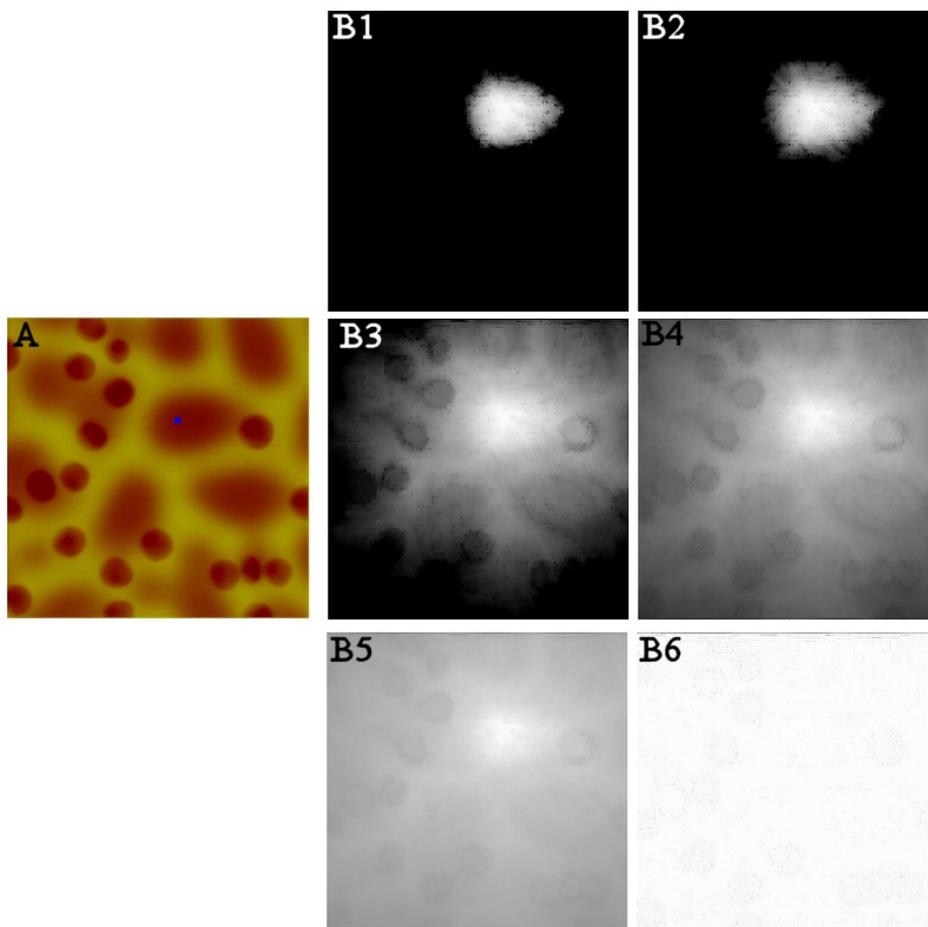


Figura 4.7: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'CelulasText'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la t -norma de Weber con $\lambda \in \{-0.9, -0.85\}$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

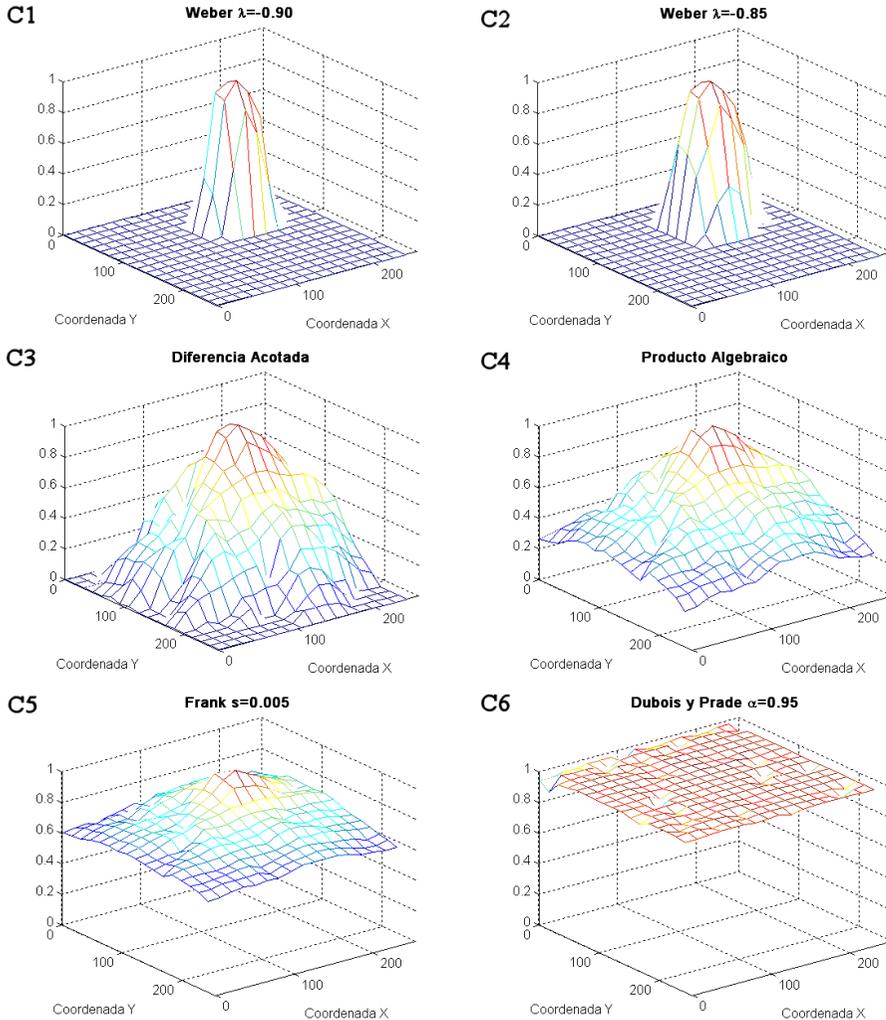


Figura 4.8: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'CelulasText'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t -norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.85$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

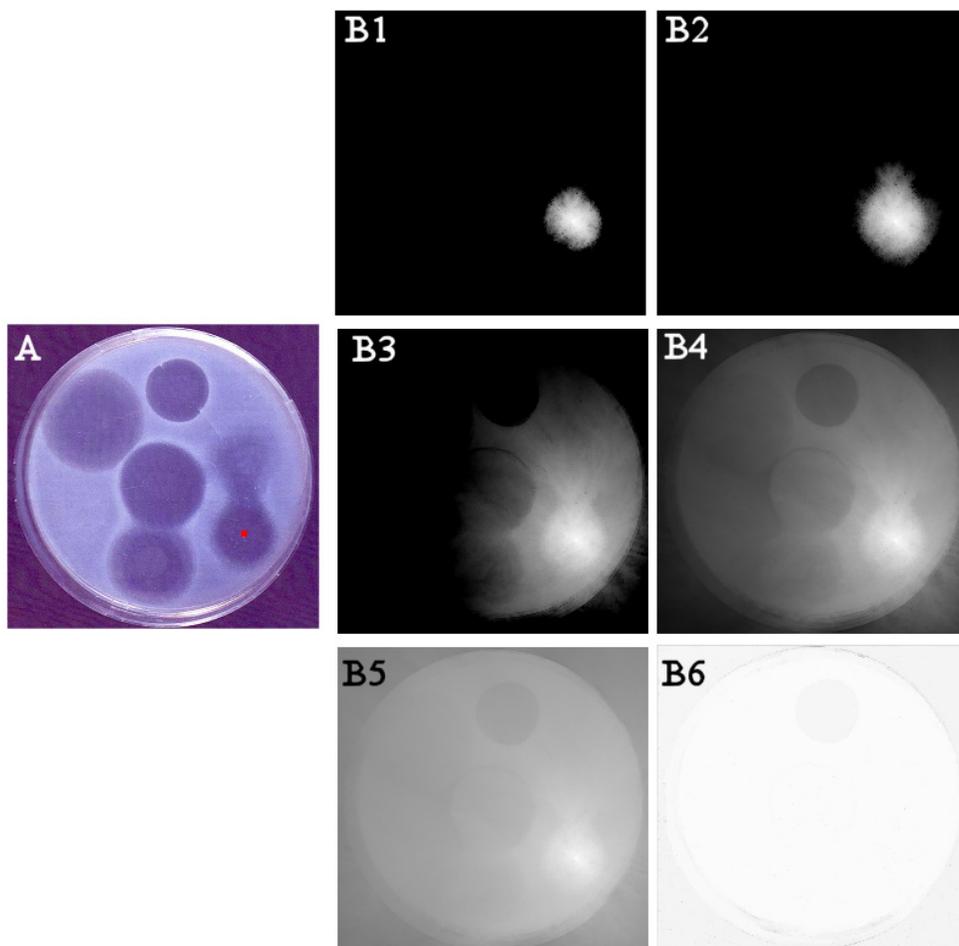


Figura 4.9: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'Halos de Inhibición'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la *t*-norma de Weber con $\lambda \in [-0.9, -0.8]$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la *t*-norma de Frank con $s = 0.05$ y la *t*-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

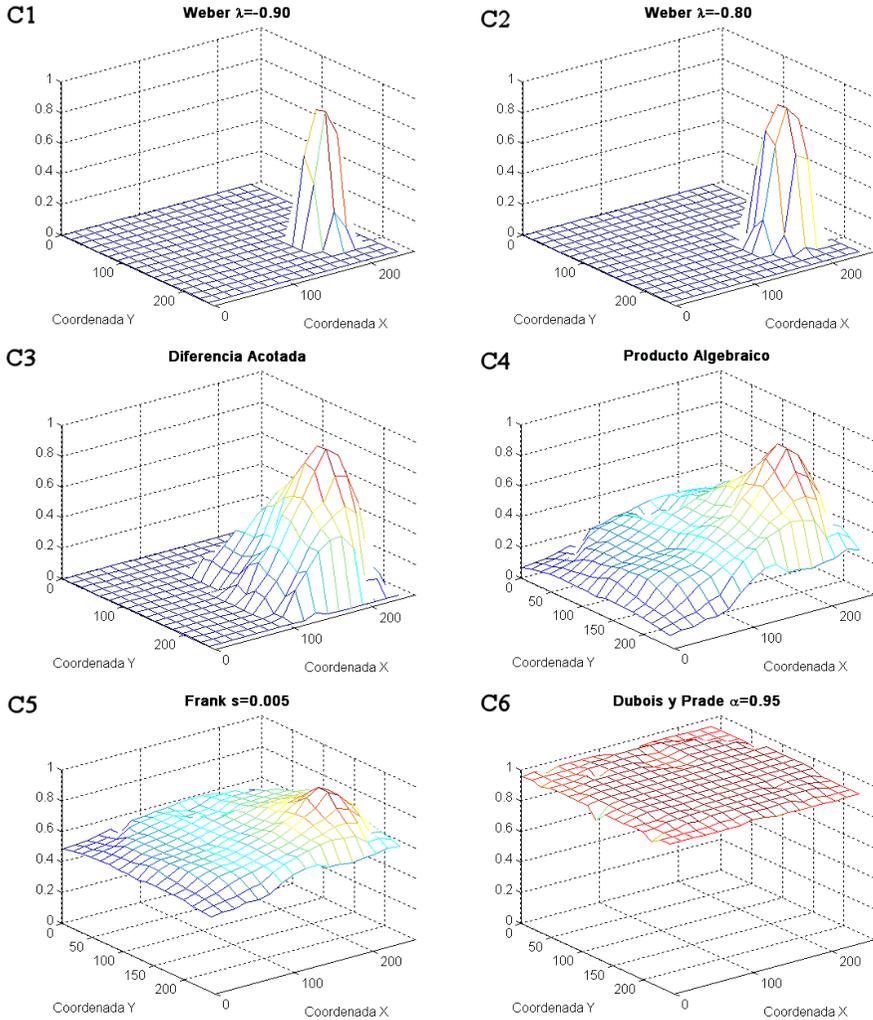


Figura 4.10: Conjuntos difusos que modelan una región con contornos imprecisos. A: Imagen 'Halos de Inhibicion'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la *t*-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la *t*-norma de Frank con $s = 0.05$ y la *t*-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

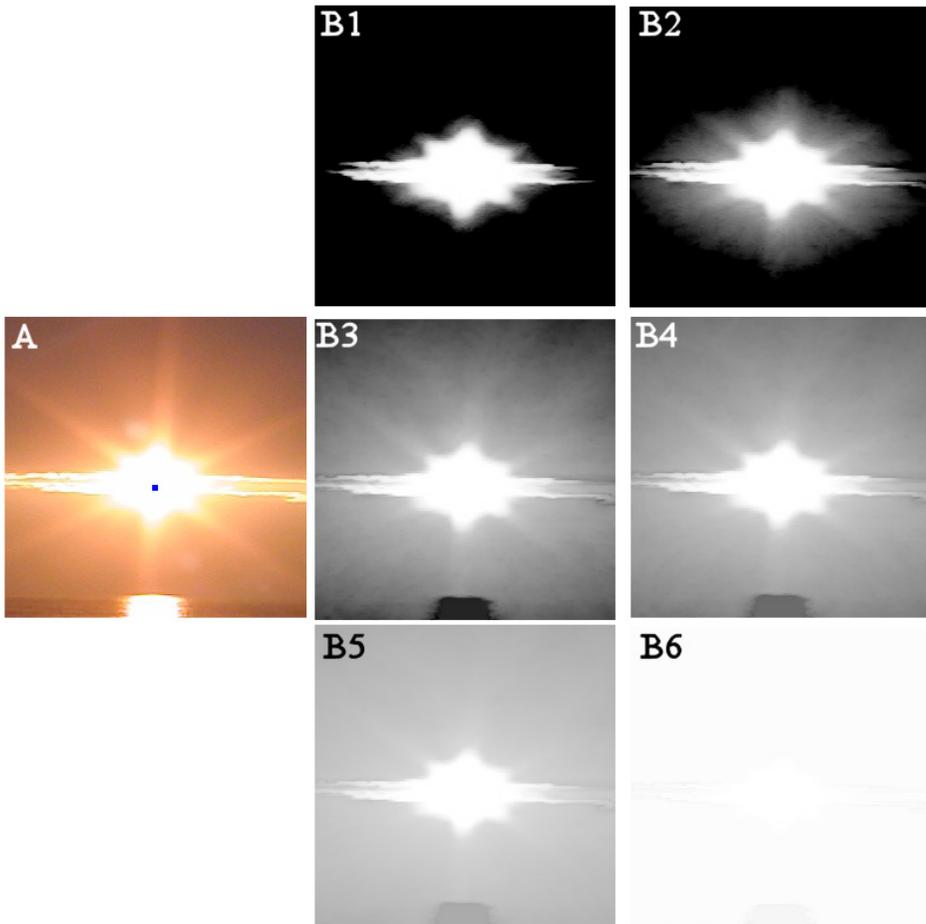


Figura 4.11: Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz. A: Imagen 'Brillo del Sol'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la *t*-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la *t*-norma de Frank con $s = 0.05$ y la *t*-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

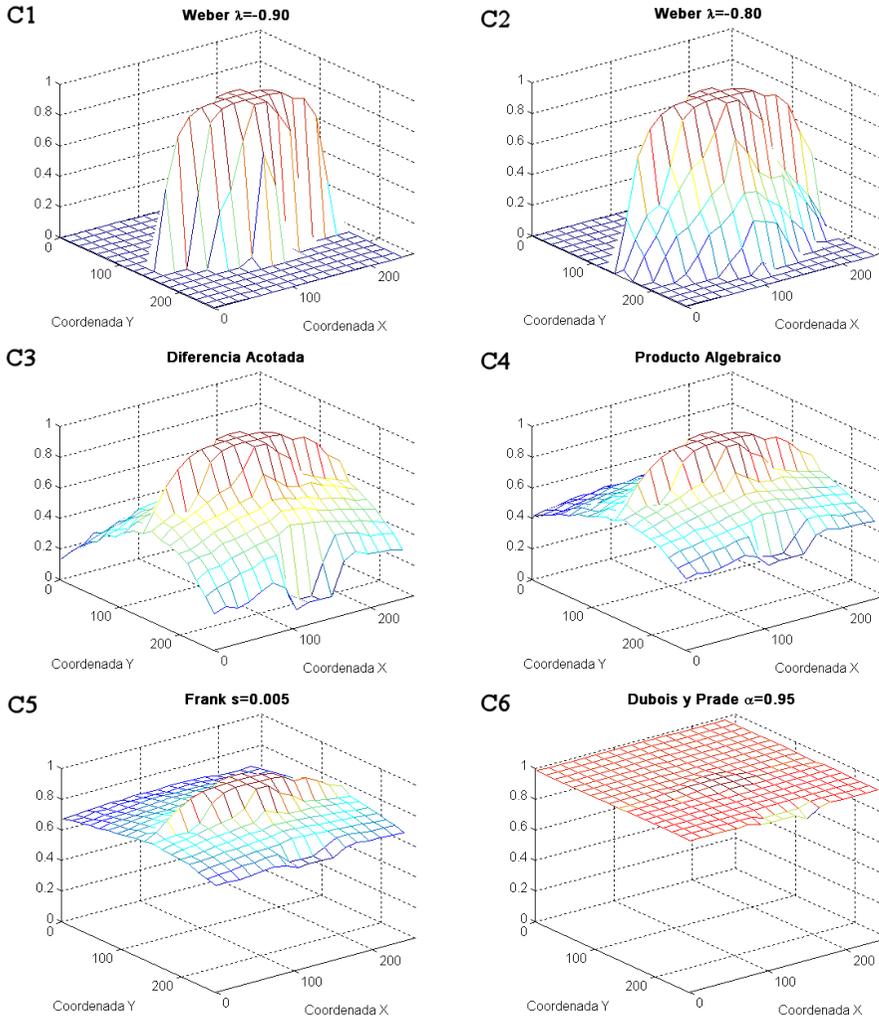


Figura 4.12: Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz. A: Imagen 'Brillo del Sol'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t -norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

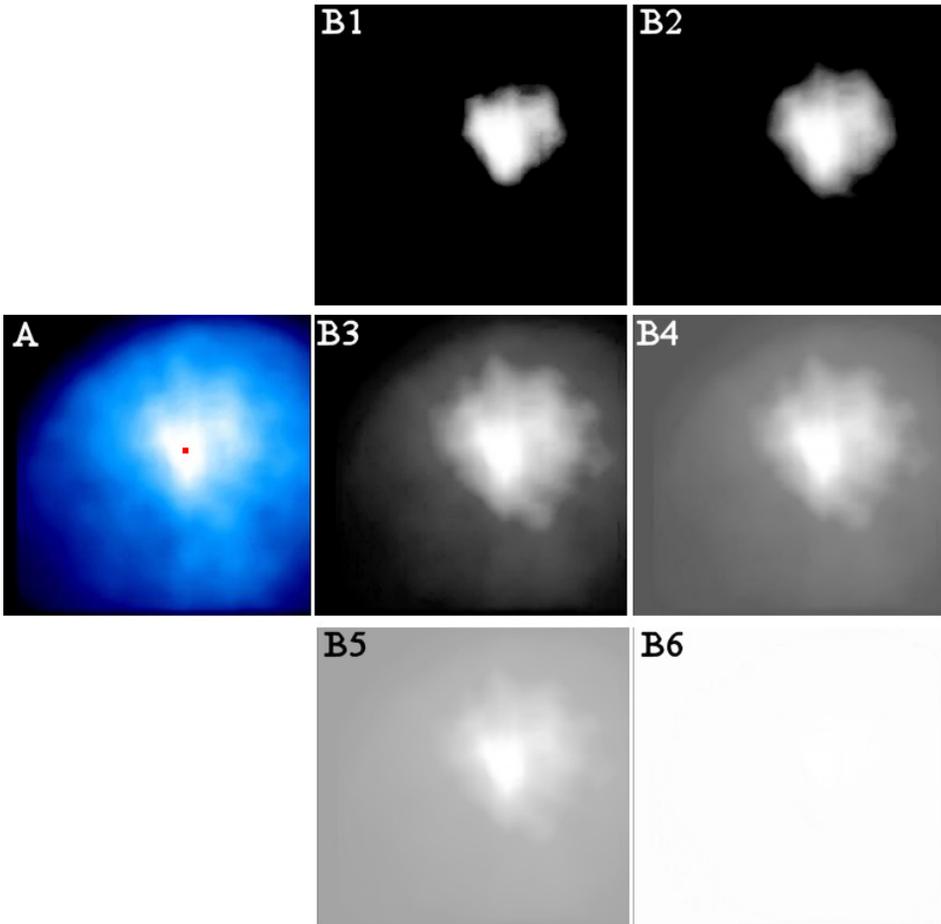


Figura 4.13: Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz y color. A: Imagen 'Cometa'. B1-6: Representación de niveles de gris de los conjuntos difusos calculados con la *t*-norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la *t*-norma de Frank con $s = 0.05$ y la *t*-norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

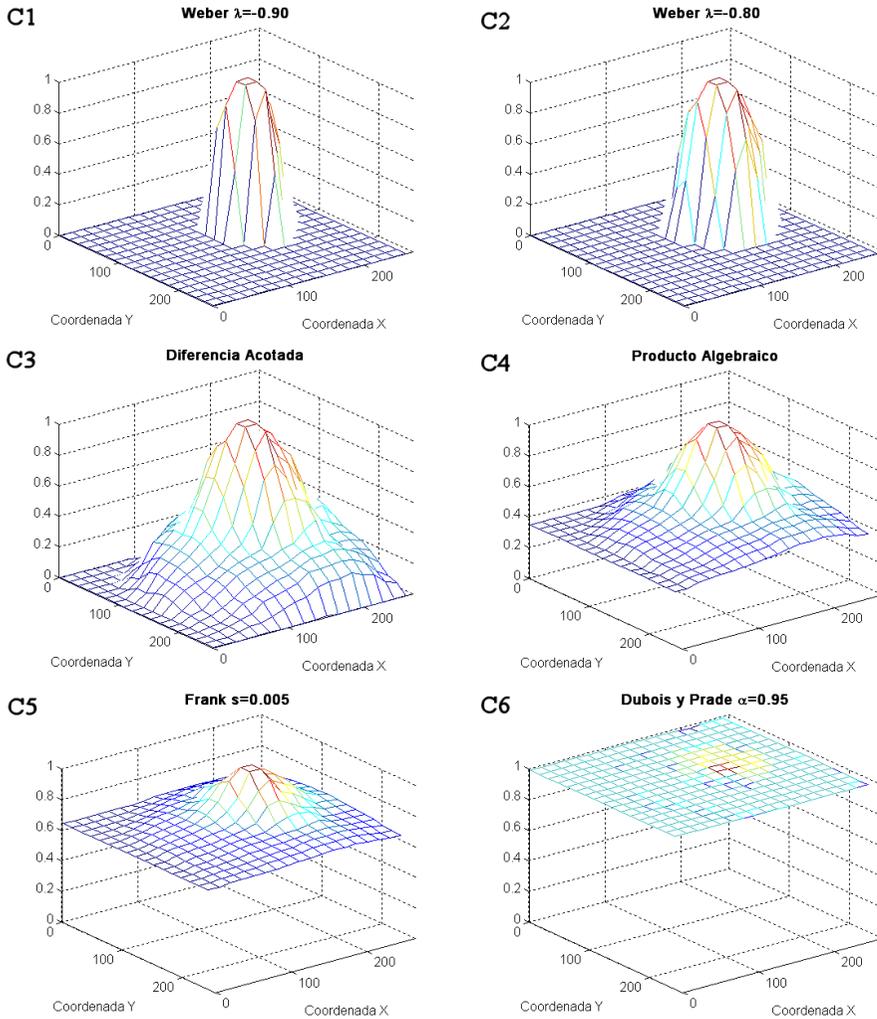


Figura 4.14: Conjuntos difusos que modelan una región con degradado de luz y color. A: Imagen 'Cometa'. B1-6: Representación tridimensional de los conjuntos difusos calculados con la t -norma de Weber con $\lambda \in -0.9, -0.8$, la diferencia acotada, el producto algebraico, la t -norma de Frank con $s = 0.05$ y la t -norma de Dubois y Prade con $\alpha = 0.95$, respectivamente.

Como se puede ver en ellas, cuanto más sensible a los cambios de color es la medida de homogeneidad utilizada (cuanto más estricta es la función de agregación escogida), más rápido decrece el grado de pertenencia y menor “extensión” tiene el soporte de la región difusa. Esto se observa en las imágenes (B, C)-1 y 2 de las figuras 4.3 a 4.14, donde el grado de pertenencia se hace 0 ante la primera variación de color significativa. Este tipo de medidas puede resultar útil para representar regiones con contornos bien definidos, como las de las figuras 4.3 a 4.6, con poca o ninguna imprecisión en ellos, en las que cabría esperar un rápido decrecimiento de los grados de pertenencia al alcanzar la frontera.

En el caso de los conjuntos difusos calculados con medidas de homogeneidad menos sensibles, como la obtenida con la diferencia acotada o el producto algebraico (en las imágenes (B, C)-3 y 4), los grados de pertenencia decrecen a menor ritmo, con lo que el soporte ocupa gran parte de la imagen. En las imágenes (C)-3 y 4 de las figuras estudiadas se puede ver que, cuando se usan estas medidas de homogeneidad, el rango real donde toman valor los grados de pertenencia no siempre es $[0, 1]$. Este tipo de medidas podrían ser adecuadas para representar las regiones de degradados o con gran imprecisión en los contornos, como las de las figuras 4.11 a 4.14.

Si se analizan las imágenes (B, C)-5 y 6, se observa que las regiones difusas calculadas con medidas de homogeneidad que se saturan no representan adecuadamente la región original, independientemente de a cuál de los tres tipos básicos de región corresponda. La causa es que el grado de pertenencia casi no decrece, lo que hace que el soporte de la región difusa sea toda la imagen y que el rango real de los grados de pertenencia no llegue a ser ni el 25 % del rango teórico. Un ejemplo de ello son las imágenes 4.12-C6 y 4.14-C6.

De todo esto se concluye que las funciones de agregación a partir de las cuales se pueden obtener regiones difusas realmente útiles para representar la región modelada, son aquellas que no se saturan. Entre ellas, se intuye que las próximas

a la t -norma de Weber con $\lambda \rightarrow -1$ servirán para regiones *crisp*, mientras que las similares a la diferencia acotada serán más adecuadas para regiones con degradados. Entre ambas se puede encontrar un número infinito de medidas, que pueden resultar adecuadas para los distintos casos intermedios.

4.2.3. Medidas de homogeneidad para cada tipo de región

Teniendo presentes las conclusiones anteriores, el siguiente paso es tratar de ver cómo se puede aprovechar los distintos grados de sensibilidad de las medidas de homogeneidad, para obtener modelos difusos que representen cada región lo mejor posible. Para ello, es imprescindible concretar qué se entiende por “lo mejor posible”. En este caso, se ha optado por fijar las características que intuitivamente se esperaría que tuviera el modelo difuso para cada tipo de región.

En todos los casos, el soporte del conjunto difuso que se esperaría obtener debería coincidir, en la mayor medida posible, con los límites de la región, pues si se extiende más se estaría manteniendo información innecesaria, y si no cubre toda la región se estaría perdiendo información de interés. Además, el grado de pertenencia debería ir disminuyendo a mayor o menor ritmo, dependiendo del tipo de región, del siguiente modo:

- Si la región es precisa, debe mostrar un grado de pertenencia alto y prácticamente constante para los píxeles dentro de la región, y un drástico decrecimiento al alcanzar su contorno.
- Si se trata de una región intermedia con contorno impreciso, el conjunto difuso debe mostrar un progresivo decrecimiento, acorde a la variación de las características de los píxeles en dicho contorno.

- Cuando hay un gradiente de color o de luz, el conjunto difuso debe extender su soporte por todo el degradado, y evolucionar decreciendo lenta y suavemente, de acuerdo con el cambio gradual que se produce en él.

Este conjunto de características podría resumirse, de manera aproximada, diciendo que consideramos que la medida de homogeneidad más adecuada será aquella que proporcione una región difusa cuya frontera ofrezca una variación *similar* a la variación del color en la imagen real.

A la vista de todo ello estimamos que, entre los modelos obtenidos en este estudio, el que más se ajusta a lo esperado en cada región de las figuras 4.3 a 4.14, es el que se indica en la tabla 4.1. En ella, la primera columna hace referencia a la imagen original, donde se marca con un cuadrado la posición de la semilla. En la segunda columna se indica cuál de las regiones difusas obtenidas es la que ofrece un modelo más acorde a lo esperado. La tercera columna muestra la función de agregación con la que se ha calculado el modelo y, entre paréntesis, indica cómo debería ser la medida de homogeneidad para obtener un modelo mejor.

Imagen	Modelo Difuso Esperado	Función de Agregación
4.3 (A)	4.3 (B)-1	t -norma de Weber $\lambda = -0.9$ (más estricta)
4.5 (A)	4.5 (B)-1	t -norma de Weber $\lambda = -0.9$ (más suave)
4.7 (A)	4.7 (B)-2	t -norma de Weber $\lambda = -0.85$
4.9 (A)	4.9 (B)-2	t -norma de Weber $\lambda = -0.8$
4.11 (A)	4.11 (B)-3	Diferencia Acotada (más estricta)
4.13 (A)	4.13 (B)-3	Diferencia Acotada

Tabla 4.1: Modelo difuso que mejor representa las características de la región en torno a la semilla.

Ante la información mostrada en esta tabla, hay que hacer algunas puntualizaciones. Como se puede observar en la imagen 4.3 (B)-1, el modelo difuso se extiende fuera de los límites de la región, por lo que se debería usar una medida de homogeneidad más estricta para obtener un modelo que represente mejor la región. En el caso de la región de la figura 4.5 (A), se esperaría un modelo entre el mostrado en la imagen (B)-1 y el de la (B)-2, por lo que el valor de λ con el que se puede obtener un modelo más adecuado debe encontrarse en el intervalo $(-0.9, -0.8)$. Suponiendo que en la imagen 4.11 (A) se quiera modelar toda la región del cielo, la medida de homogeneidad debería ser algo más estricta que la diferencia acotada, puesto que el soporte llega a cubrir el mar, y los grados de pertenencia no se encuentran en todo el rango $[0, 1]$. Cabe destacar que, entre estos ejemplos, las funciones de agregación con las que se pueden obtener las regiones difusas esperadas se pueden obtener a partir de la t -norma de Weber, variando el valor de su parámetro λ , como es el caso de la diferencia acotada, que se obtiene con $\lambda = 0$.

A la vista de todo lo anterior, de la tabla 4.1 y de las características esperadas para el modelo difuso de cada región, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Si la región está bien definida, las medidas de homogeneidad que generarán conjuntos difusos más próximos a lo esperado son las que se calculan con la t -norma de Weber con un valor de su parámetro en torno a -0.9 .
- Cuanto mayor sea la imprecisión en la región, la medida de homogeneidad elegida debe ser más suave, como las dadas por la t -norma de Weber con $\lambda \approx -0.8$, con $\lambda \rightarrow 0$ conforme aumenta la imprecisión.
- En regiones con suaves gradientes de color, la medida de homogeneidad debe poder adaptarse a cambios en las características de los píxeles, siendo

las medidas con una evolución similar a la de la diferencia acotada las que ofrecerán modelos acordes a lo esperado.

Según esto las medidas de homogeneidad de mayor interés desde el punto de vista del modelado son las comprendidas entre la t -norma de Weber con $\lambda \rightarrow -1$ y la diferencia acotada. Estas funciones de agregación se pueden obtener variando el parámetro λ de la t -norma de Weber en el rango $(-1, 0]$, lo que será de gran utilidad más adelante. Para tener cierto margen y modelar otros degradados más suaves, se considerará que el rango de interés para λ es $(-1, 1]$.

Si a la hora de calcular el modelo difuso para una región no se elige una medida de homogeneidad adecuada, se pueden dar tres situaciones:

- Que se haya elegido una medida de homogeneidad demasiado estricta y sensible a variaciones en las características de los píxeles, en cuyo caso, el soporte del conjunto difuso no cubrirá toda la extensión de la región.
- Que se haya optado por una medida de homogeneidad demasiado suave y poco sensible a cambios en las características de los píxeles, en cuyo caso se podría representar cómo varían los píxeles dentro de la región pero el soporte del conjunto difuso se extendería fuera de los límites de la región.
- Que se haya seleccionado una medida de homogeneidad que se satura, con lo que no será posible apreciar cómo varían los píxeles en la región.

En el siguiente apartado, teniendo en cuenta todas las consideraciones anteriores, se propone una técnica para determinar de forma automática una medida de homogeneidad adecuada para calcular el modelo difuso de una región, a partir de su semilla.

4.3. Estimación Automática de la Medida de Homogeneidad

El siguiente paso natural en el modelado difuso de regiones, es tratar de relacionar las características de la región con una medida de homogeneidad que permita obtener una función de pertenencia adecuada para representarla. Como se ha visto en el apartado anterior, hay un número virtualmente infinito tanto de tipos de regiones, en función de la imprecisión en sus fronteras, como de medidas de agregación con las que modelarlas, en función de la t -norma utilizada para agregar los valores de semejanza entre píxeles.

Como se vio en la sección anterior, el rango de funciones de agregación comprendido entre la diferencia acotada y la t -norma de Weber con $\lambda \rightarrow -1$ ofrece una diversidad de comportamientos que proporcionaron, en los ejemplos mostrados, desde regiones pequeñas con pendientes abruptas en sus funciones de pertenencia, hasta regiones que ocupaban virtualmente toda la imagen con altos grados de pertenencia. Esto quiere decir, dado que es bien conocida la ordenación existente entre las funciones de agregación obtenidas con las diferentes t -normas, que para cubrir los distintos tipos de comportamientos necesarios es suficiente con utilizar t -normas que se muevan entre las mencionadas. Dado que este rango se puede obtener con diferentes valores del parámetro λ en la t -norma de Weber, será esta t -norma la utilizada para establecer la relación que se busca. En definitiva, esto implica que la tarea a abordar será estimar de manera automática el valor de λ que proporcione la medida de homogeneidad más adecuada para una región dada, entendiendo esto último en el sentido descrito en el apartado 4.2.3.

El enfoque que proponemos en esta sección consiste en realizar una estimación, mediante un valor numérico, de la variación del color (imprecisión) en la frontera de la región en la imagen, y tratar de asociar dicho valor numérico con el valor de λ mediante una función. Para ello, en la sección 4.3.1, se mostrará cómo

estimar un valor representativo de la imprecisión y la variación de color en la frontera de una región. A continuación, en la sección 4.3.2, se establecerá una relación funcional entre dicho valor y el parámetro λ , mediante la realización de un proceso de experimentación y el ajuste de una función a los datos obtenidos.

4.3.1. Caracterización del Entorno de una Semilla

El problema a abordar es la determinación de las características de la región a modelar, en concreto, de la variación de color que se produce en el contorno de la región.

En lo que a caracterización de regiones se refiere, hay un gran número de alternativas, orientadas a la recuperación de imágenes en bases de datos [14, 99], la clasificación [69], al estudio de imágenes médicas [326], o al reconocimiento de objetos [15, 98] o determinados tipos de regiones con características concretas como el mar en imágenes SAR (*synthetic aperture radar*) [290, 337]. Sin embargo, todas ellas se basan en el análisis de regiones previamente definidas, resultantes en un proceso de segmentación. El problema es que, al inicio del proceso de modelado de regiones, todavía no hay ninguna región que caracterizar, ni tampoco contornos, ya que únicamente se cuenta con su semilla. Para resolver este problema, las propuestas existentes [58, 73, 242, 357] realizan una detección de contornos o una presegmentación de la imagen, con el inconveniente de su elevado coste computacional.

Una solución alternativa es abordar el problema desde el estudio del entorno de la semilla, asumiendo que la información obtenida de él puede ser representativa de la región a modelar. Aunque en la literatura existen propuestas que estudian el entorno de una semilla [4, 87, 130, 314, 323, 326], ninguna de ellas obtiene características de él, sino que tienen como propósito realizar un proceso de selección de semillas. En esta sección se realizará un estudio del área de la imagen que rodea a una semilla dada, con el fin de *obtener un valor representativo de la magnitud de*

la variación de color en las fronteras que hay en torno a ella.

Caracterización basada en caminos

Puesto que la metodología propuesta en esta memoria está basada en caminos, esta cuestión se abordará estudiando un conjunto de caminos con diferentes direcciones en torno a una semilla dada, y calculando la magnitud de la variación de color que tiene lugar en las fronteras cruzadas por ellos.

Con este propósito, se realizarán los pasos resumidos en el esquema 4.15. En él los números de color añil hacen referencia a los siguientes pasos: primero se elegirá el conjunto de caminos sobre el que se va a trabajar (1). Una vez elegido, se estudiará cada uno de ellos de forma individual (2), buscando las variaciones de color significativas que se produzcan en él. Esto se hará estudiando el comportamiento de cada componente de color a lo largo del camino (3 y 4). Finalmente, se agregará la información de todos los caminos (5), obteniéndose el valor estimado. A continuación se detallará cada uno de estos pasos.

1) Elección de caminos

Dependiendo de los caminos que se elijan, la información obtenida tendrá mayor o menor representatividad sobre las características de la región a modelar, lo que afectará a la calidad de los resultados finales. En esta memoria se utilizarán caminos rectos, con direcciones equidistribuidas alrededor de la semilla, y con una longitud proporcional al tamaño de la imagen (un 30 %). Aunque estos parámetros proporcionan buenos resultados en la mayoría de los casos, si se quiere obtener un resultado más exacto, se puede escoger una longitud acorde al tamaño de la región, de modo que crucen su frontera, o caminos con distintas orientaciones, si se cuenta con información previa sobre la región. Un ejemplo de los caminos elegidos se puede ver en la imagen (E) de la figura 4.17. En ella se observan, mar-

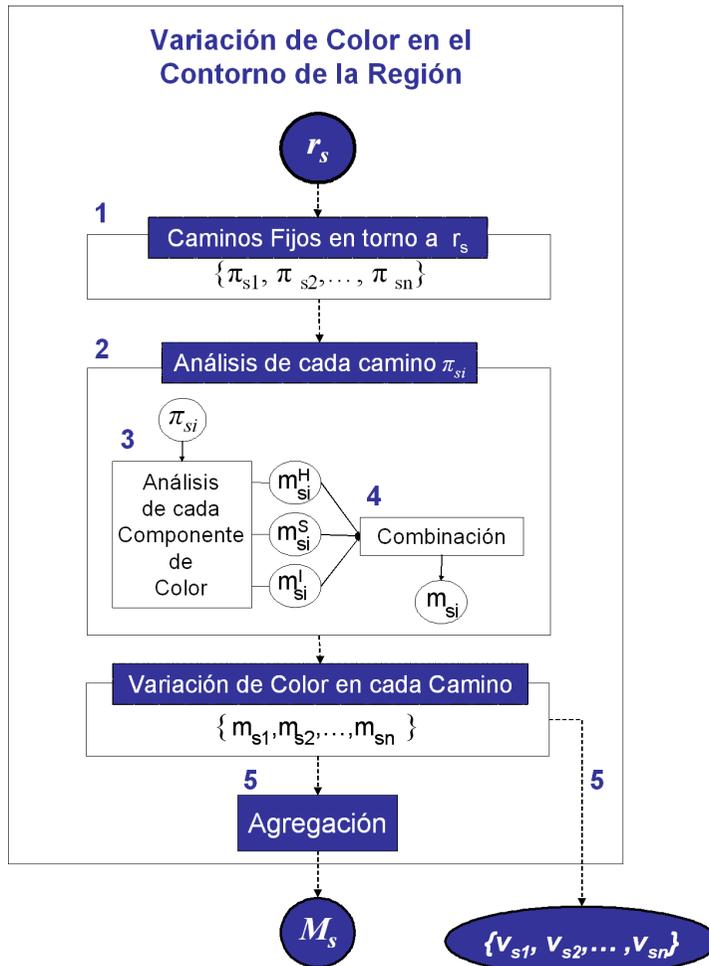


Figura 4.15: Esquema resumiendo los pasos seguidos para caracterizar el contorno de una región. Los números del 1 al 5 indican la numeración de los apartados.

cados en diferentes colores, los caminos elegidos para la semilla destacada con una estrella azul en la imagen (A) de dicha figura.

Se notará cada uno de estos caminos como π_{si} , donde r_s es el píxel semilla e i es el índice que el camino ocupa dentro del conjunto de caminos elegidos: $\{\pi_{s1}, \pi_{s2}, \dots, \pi_{sn}\}$, siendo n el número de caminos que hay en el conjunto.

2) Estudio de cada camino

Al estudiar el color en cada camino, se plantean las dos alternativas básicas que existen cuando se trabaja con color: una opción es combinar la información de las tres componentes de color, y trabajar sobre esa combinación; o bien, se puede optar por procesar por separado cada una de las componentes de color.

Con la primera alternativa no es posible adaptarse a las particularidades de la información dada por las distintas componentes, perdiéndose información sobre las condiciones de cromaticidad. Por ello, se estudiará por separado la evolución de cada una de las componentes de color. Posteriormente, se combinará la información obtenida en cada una de ellas para obtener un único valor representativo de la variación de color del camino, tal como se muestra en el esquema de la figura 4.16, que resume la notación utilizada.

3) Estudio de la imprecisión en la frontera en cada componente de color

Dado un camino π_{si} , se analizará la información de cada una de las componentes del vector de características de un píxel. El análisis que se propone en este apartado es independiente de la característica que se esté estudiando, por lo que se describirá para una componente genérica, Φ . En esta memoria, dado que las componentes del vector tomado como ejemplo son las coordenadas HSI del píxel, $\Phi \in \{H, S, I\}$.

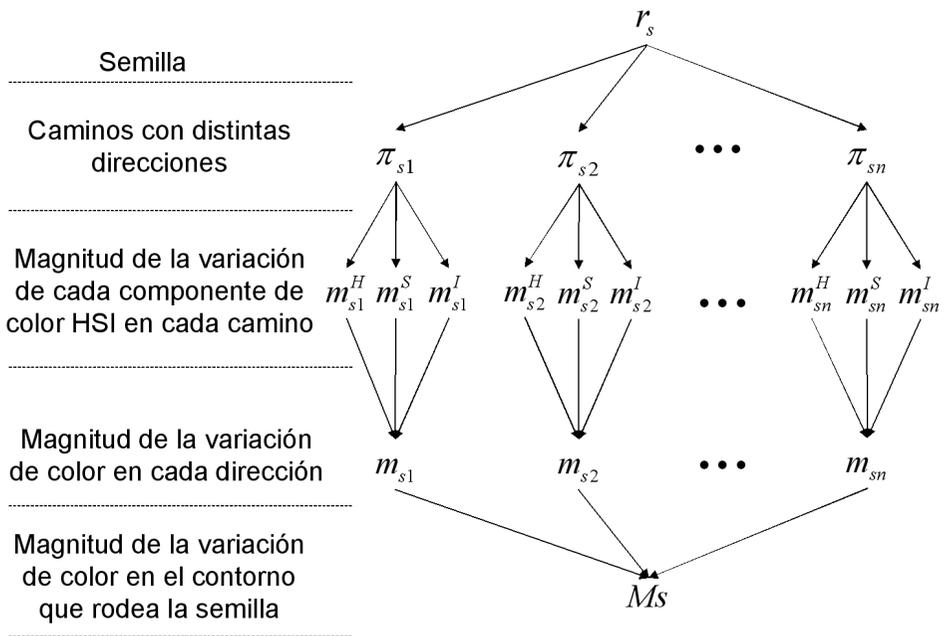


Figura 4.16: Esquema resumiendo los pasos seguidos en el estudio de los caminos.

El análisis que aquí se realiza, se basa en el concepto de *perfil* de una característica a lo largo de un camino, definido del siguiente modo:

Definición 4.2 *Se define el perfil de una característica, Φ a lo largo de un camino π_{si} como la función que da, para cada punto del camino, el valor que tiene en esa componente, es decir:*

$$P_{\pi_{si}}^{\Phi}(r) = \Phi(r) \quad (4.2)$$

donde $r \in \pi_{si}$ y $\Phi(r) = \Phi_r$ representa el valor de la componente Φ en el punto r . En nuestro caso habrá un perfil para cada componente de color, definido de esta forma salvo para la componente de tono. En esta componente se ha tenido en cuenta su propiedad de circularidad, definiendo la función que da el tono en cada punto según se indica en la ecuación 4.3:

$$H(r_k) = \begin{cases} H_{r_k} & \text{Si } (k = 1) \vee (|H(r_{k-1}) - H_{r_k}| < \pi) \\ H_{r_k} + 2\pi \cdot \text{Sign}(|H(r_{k-1}) - H_{r_k}|) & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.3)$$

De esta forma, sustituyendo en la ecuación 4.2, el cálculo del perfil de la componente H se haría según la siguiente ecuación:

$$P_{\pi_{si}}^H(r_k) = \begin{cases} H_{r_k} & \text{Si } (k = 1) \vee (|P_{\pi_{si}}^H(r_{k-1}) - H_{r_k}| < \pi) \\ H_{r_k} + 2\pi \cdot \text{Sign}(|P_{\pi_{si}}^H(r_{k-1}) - H_{r_k}|) & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.4)$$

Como ejemplo, para el camino marcado con una línea roja horizontal en la imagen (E) de la figura 4.17, se muestran los perfiles de tono, saturación e intensidad en las imágenes (B,C,D)-2 respectivamente, pintados con la línea roja continua.

Para este estudio, la parte más importante del perfil es la que corresponde al contorno de la región, la cuestión es cuál es esa parte, cómo se distingue. Haciendo referencia a las tres zonas delimitadas en el apartado 4.2.1, mientras se esté en

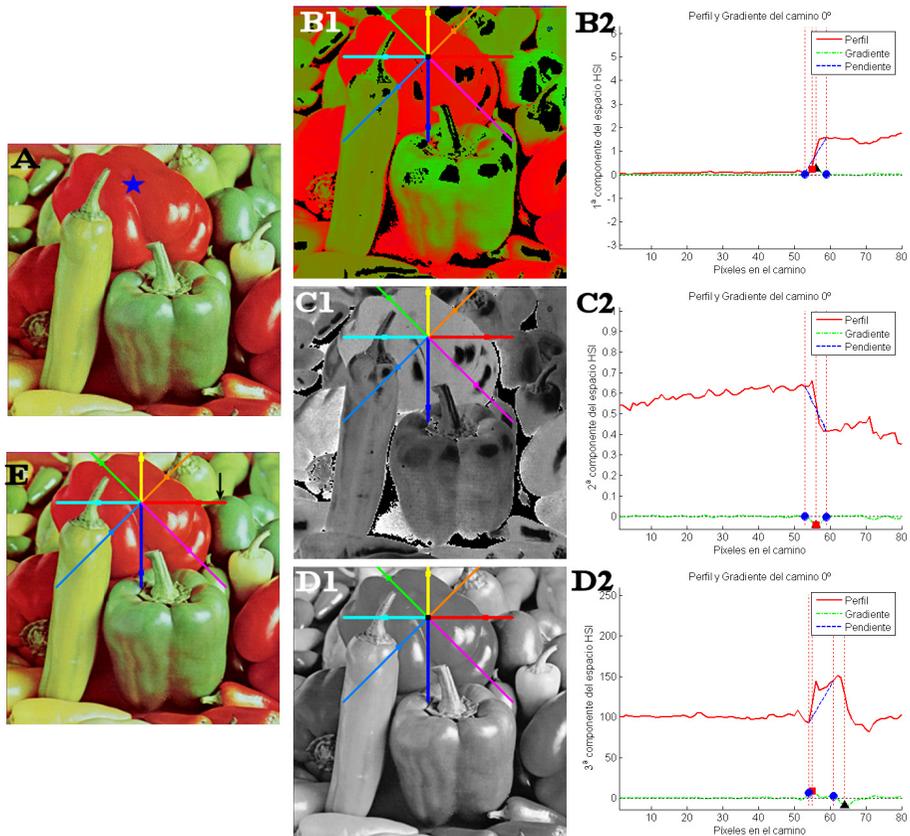


Figura 4.17: Resultados obtenidos para una región con el contorno bien definido. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino rojo con dirección 0° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección.

el área homogénea en torno a la semilla, los valores del perfil serán muy similares. Cuando se alcance el contorno, habrá un *cambio relevante en los valores del perfil*. Este cambio será drástico si se trata de una región con el contorno bien definido o gradual si la región tiene un contorno impreciso. Si se trata de un degradado de color, los valores del perfil irán aumentando o decreciendo, según el tipo de degradado, a un ritmo aproximadamente constante. Una vez que se haya atravesado la frontera de la región, los valores del perfil volverán a ser muy similares, pues corresponden a otra región.

Según esto, las fronteras corresponderán a variaciones relevantes de los valores del perfil; por tanto, el objetivo es estudiar y tratar de detectar tales variaciones. Una herramienta idónea para ello es el estudio del gradiente del perfil, entendiendo por tal las diferencias entre los valores de los puntos consecutivos. En este gradiente interesa localizar los extremos locales puesto que, al ser puntos de máxima variación en los valores originales, son los que pueden indicar la presencia de contornos. Así pues, vamos a estimar la localización de la frontera de la región mediante los puntos de variación relevante del perfil, definidos del siguiente modo:

Definición 4.3 *Se define un punto de variación relevante en el perfil de una componente de color, $P_{\pi_{si}}^{\Phi}$, notado v_{si}^{Φ} , como el punto del camino correspondiente a un extremo local (máximo o mínimo) cuya magnitud del gradiente se encuentre por encima de un umbral de relevancia, T_{si}^{Φ} .*

Con el fin de automatizar el proceso en la mayor medida posible, pero permitiendo una adaptación a las características de la región, se ha calculado el umbral de relevancia, T_{si}^{Φ} , como un porcentaje de la magnitud, en valor absoluto, del mayor extremo del gradiente.

Así pues, dado un camino, π_{si} , habrá un conjunto de puntos de variación relevante en la componente de color. De todos ellos es necesario elegir uno, que se

notará \hat{v}_{si}^Φ , como indicador de la primera frontera (la que, es de suponer, corresponde al contorno de la región).

No se puede olvidar que este estudio se está haciendo en las tres componentes de color y que, por tanto, cada una de ellas tendrá sus propios puntos de variación relevante, cuya posición no tiene por qué coincidir. Esto implica que será necesario elegir entre los puntos detectados, o bien establecer un orden de precedencia en el estudio de las componentes de color. Puesto que se trabaja con imágenes en color, parece lógico darle mayor importancia a las componentes con información cromática y, dado que el espacio tomado como ejemplo es el HSI, optar por establecer un orden de búsqueda parece la mejor opción. Este orden permite resolver el problema de la indefinición de las componentes de tono y saturación cuando las condiciones de cromaticidad son bajas o se trabaja con imágenes de niveles de gris. Además, al darle mayor importancia a la información cromática, se reduce la influencia de brillos y sombras, presentes en la componente de intensidad que será la última en la ordenación.

La propuesta de ordenación que hacemos consiste en calcular primero el primer punto de variación relevante en la componente de tono, \hat{v}_{si}^H , y después buscar \hat{v}_{si}^S y \hat{v}_{si}^I dentro de un intervalo fijo en torno a \hat{v}_{si}^H . Si no se encontrara ningún punto de variación relevante en la componente de tono, se iniciaría el análisis en la de saturación. Si nuevamente no se encuentran dichos puntos, se buscarían en el perfil de la intensidad.

Una vez obtenido \hat{v}_{si}^Φ para cada una de las componentes de color, se ha de aproximar la magnitud de la variación de color que se produce en torno a esa posición. Nuestra propuesta es utilizar para ello el valor absoluto de la *pendiente de la recta que aproxima el perfil*, m_{si}^Φ . Esta pendiente se estima a partir de la línea recta que une las posiciones, $l\hat{v}_{si}^\Phi$ y $r\hat{v}_{si}^\Phi$, donde comienza y termina la variación indicada por \hat{v}_{si}^Φ . Estos puntos, $l\hat{v}_{si}^\Phi$ y $r\hat{v}_{si}^\Phi$, son los cruces con cero del gradiente, a izquierda y derecha de \hat{v}_{si}^Φ , respectivamente. Esta propuesta se formaliza mediante

la siguiente definición:

Definición 4.4 Dada una semilla, r_s , una componente de color $\Phi \in \{H, S, I\}$ y el primer punto de variación relevante en dicha componente \hat{v}_{si}^Φ , se define la estimación en la componente Φ de la imprecisión de la frontera en torno a r_s , que se notará m_{si}^Φ , como la pendiente de la recta que une los cruces por cero a la izquierda, $l\hat{v}_{si}^\Phi$, y a la derecha, $r\hat{v}_{si}^\Phi$, de \hat{v}_{si}^Φ , tal y como indica la siguiente ecuación:

$$m_{si}^\Phi = \frac{P_{\pi_{si}}^\Phi(r\hat{v}_{si}^\Phi) - P_{\pi_{si}}^\Phi(l\hat{v}_{si}^\Phi)}{r\hat{v}_{si}^\Phi - l\hat{v}_{si}^\Phi} \quad (4.5)$$

En la figura 4.17 (B2, C2, D2) se observa el gradiente del perfil en cada componente marcado con una línea verde punteada, mientras que el punto utilizado para calcular T_{si}^Φ se marca con un triángulo negro. El punto \hat{v}_{si}^Φ aparece destacado con un cuadrado rojo y los puntos $l\hat{v}_{si}^\Phi$ y $r\hat{v}_{si}^\Phi$ señalados con círculos azules.

4) Agregación de la información de las componentes de color

Tras obtener los tres puntos de variación relevante en una componente de color, \hat{v}_{si}^H , \hat{v}_{si}^S y \hat{v}_{si}^I , es necesario combinar la información de sus correspondientes magnitudes, m_{si}^H , m_{si}^S y m_{si}^I , para obtener un único valor representante de la variación de color en ese camino.

Dado que el espacio de color elegido es tridimensional, las magnitudes m_{si}^H , m_{si}^S y m_{si}^I , se pueden interpretar como el módulo de la proyección en cada uno de los ejes, del vector que da la variación de color total. Desde este punto de vista, la variación de color en un punto frontera en el camino, m_{si} , se puede obtener como el módulo de este vector, tal y como indica la ecuación 4.6.

$$m_{si} = \sqrt{\frac{(m_{si}^H)^2 + (m_{si}^S)^2 + (m_{si}^I)^2}{3}} \quad (4.6)$$

Además de medir esta magnitud es interesante, para otras aplicaciones que se verán más adelante, conocer la posición en que se produce dicha variación. Puesto que la variación que interesa es la más cercana a la semilla, que es la que con mayor probabilidad corresponderá a su frontera, de los tres puntos \hat{v}_{si}^H , \hat{v}_{si}^S y \hat{v}_{si}^I , se seleccionará el más próximo al principio del camino, y se notará \hat{v}_{si} .

Siguiendo el proceso explicado en esta sección con cada uno de los caminos, π_{si} , $i \in \{1..n\}$, se obtiene, para la semilla r_s , un conjunto de valores, $\{m_{s1}, m_{s2}, \dots, m_{sn}\}$, que representan la variación de color en distintas direcciones en torno a ella, y el conjunto de puntos, $\mathcal{V}_s = \{\hat{v}_{s1}, \hat{v}_{s2}, \dots, \hat{v}_{sn}\}$, en los que se dan estas variaciones.

5) Agregación de la información de los caminos

El último paso es combinar la información obtenida en las distintas direcciones, en un único valor que represente cómo varía el color en el contorno de la región, proporcionando una idea de lo imprecisa que es.

Para evitar casos extremos, se ha optado por elegir la mediana para agregar los valores m_{si} obtenidos en cada camino, seleccionando así un valor intermedio. De este modo, la variación de color que se produce en la región asociada a una semilla r_s , que se notará M_s , se calcula como:

$$M_s = \text{Mediana}\{m_{si}\} \quad (4.7)$$

donde $i \in \{1..n\}$, y n es el número de caminos utilizados en el análisis.

Ejemplos

En las figuras 4.18 a 4.22 se muestran los resultados obtenidos para regiones con diferentes niveles de imprecisión: una región con contorno bien definido, otra

con contornos imprecisos, una región con un degradado de iluminación y otra con un suave gradiente de color, respectivamente.

En todos los experimentos mostrados en esta sección, se han escogido ocho caminos cubriendo ocho direcciones equidistribuidas en torno a la semilla, desde 0 hasta 315 grados con un incremento de 45 grados. Cada camino es una línea recta formada por la secuencia de píxeles en la dirección correspondiente, y su longitud es el 30 % del tamaño de la imagen. Al calcular el gradiente de los perfiles de estos caminos se ha realizado un suavizado gaussiano con un núcleo de tamaño 5 y una desviación típica de 1. El porcentaje con el que se calcula el umbral de relevancia de una variación de una componente de color es 0.7.

En todas estas figuras, la imagen (A) es la imagen original con una estrella azul marcando la semilla. Las imágenes (B,C,D)-1 de estas figuras representan el tono, la saturación y la intensidad de cada píxel de la imagen, con el primer punto de variación relevante encontrado en cada camino y en cada componente de color marcado con un cuadrado. Además, las imágenes (B,C,D)-2 muestran los perfiles del tono, la saturación y la intensidad, respectivamente para uno de los caminos de la imagen A. En concreto, en cada figura se ha escogido el que está marcado con una flecha y cuya dirección es 270° , 180° , 0° , 45° , 270° , en las figuras 4.18 a 4.22, respectivamente. Finalmente, la imagen (E) representa la imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación relevante de color en cada dirección.

Como se puede observar en las imágenes (B, C, D)-1 de las figuras 4.18 a 4.20, el punto localizado en cada camino como primer punto de variación relevante de color, \hat{v} , coincide en la mayoría de los casos con la frontera de la región. Sin embargo, en las mismas imágenes de las figuras 4.21 y 4.22, se observa que en la mayor parte de los casos el cuadrado que marca la posición del punto \hat{v} se encuentra al final del camino, indicando que el camino completo constituye una suave variación y que no se ha atravesado ninguna frontera.

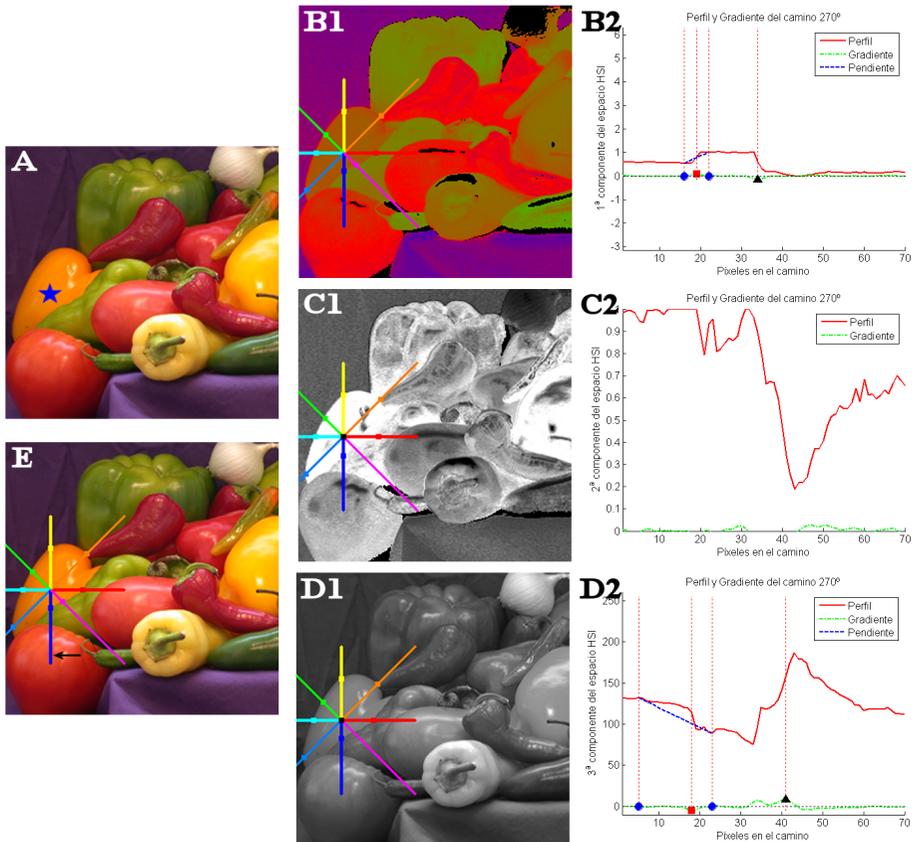


Figura 4.18: Resultados obtenidos para una región con el contorno bien definido. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino azul con dirección 270° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección.

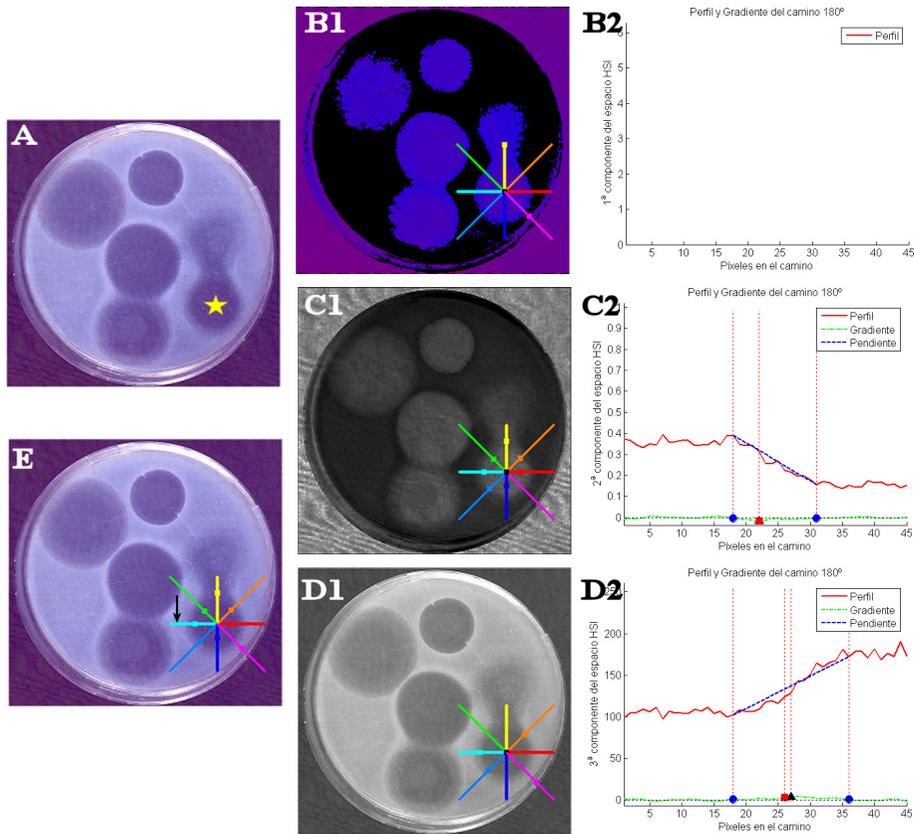


Figura 4.19: Resultados obtenidos para una región con el contorno impreciso. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino cian con dirección 180° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección.

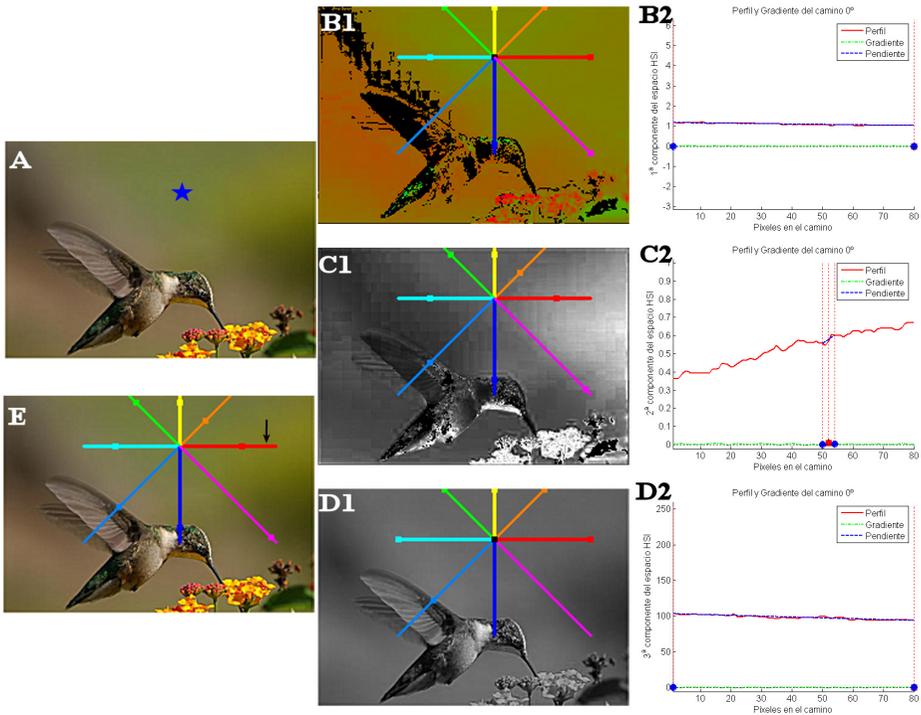


Figura 4.20: Resultados obtenidos para una región con el contorno impreciso. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino rojo con dirección 0° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección.

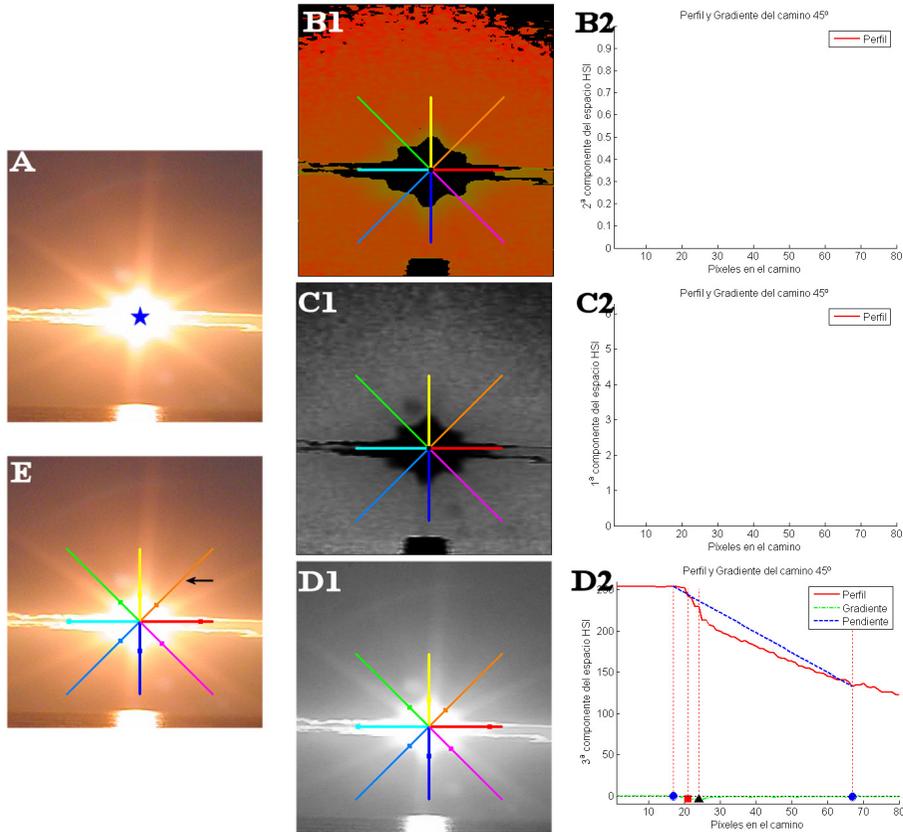


Figura 4.21: Resultados obtenidos para una región con un degradado de luz. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino naranja con dirección 45° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección.

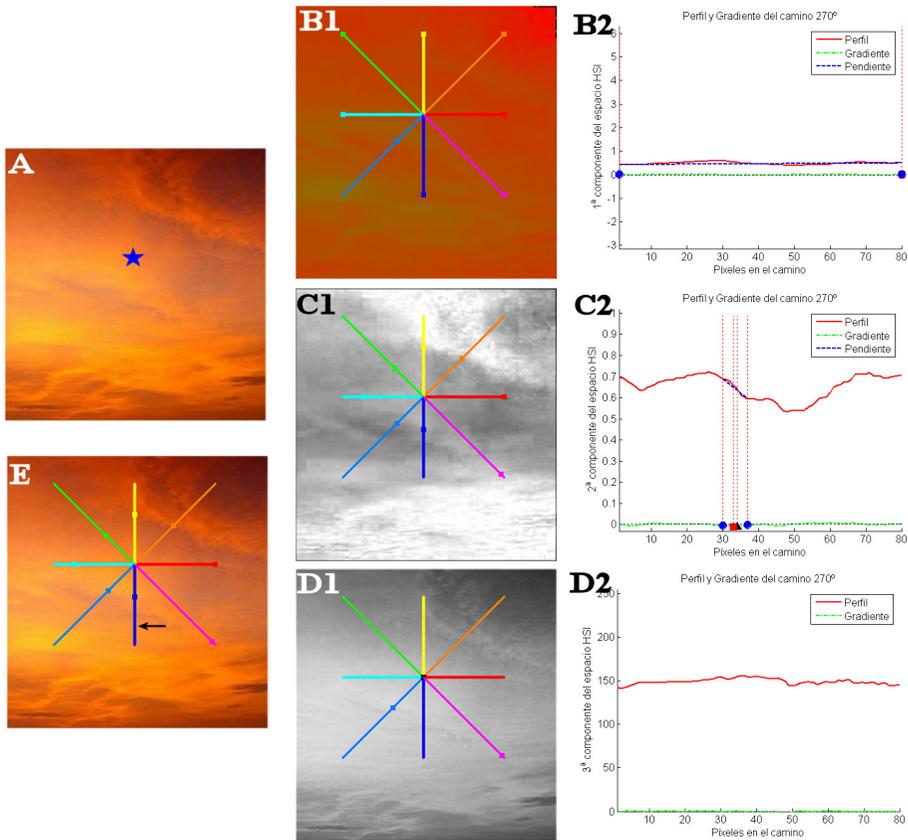


Figura 4.22: Resultados obtenidos para una región de tipo difuso. A: Imagen original con la semilla marcada con una estrella. B1, C1, D1: Imagen de tono, saturación e intensidad, respectivamente, con los caminos utilizados y los puntos de variación, \hat{v} , marcados con un cuadrado. B2, C2, D2: Perfiles de tono, saturación e intensidad para el camino azul con dirección 270° , respectivamente. E: Imagen original con la localización definitiva del primer punto de variación de color detectado en cada dirección.

En las imágenes (B,C,D)-2, se observan sin línea los perfiles del tono y la saturación, en aquellos casos en los que dichas componentes están indefinidas, debido a las condiciones de cromaticidad. También se puede apreciar cómo la pendiente de la recta (línea azul punteada) utilizada en cada perfil para aproximar la magnitud de la variación de color, es mayor en las figuras 4.18 y 4.19, donde hay una apreciable diferencia entre el color de la región y el que hay fuera de su contorno, que en las figuras 4.21 y 4.22, donde las pendientes son menores debido a que el cambio de color es suave y gradual, y hay más imprecisión.

4.3.2. Determinación de λ a partir de M

En la sección anterior se ha obtenido una estimación, M_s , de la variación del color en las fronteras en torno a una semilla, r_s . Ahora el objetivo es relacionar este valor con las medidas de homogeneidad, determinando un valor adecuado de λ , según lo indicado en el apartado 4.2.3.

Relación funcional entre λ y M

Para estudiar la relación que existe entre λ y la pendiente de la función de pertenencia calculada con dicho valor de λ , se propone encontrar una función $\mathcal{F} : [0, 1] \rightarrow (-1, \infty)$, tal que:

$$\mathcal{F}(M) = \lambda \quad (4.8)$$

Con el propósito de encontrar esta función se propone un enfoque en el que, de manera experimental, se obtenga un conjunto de parejas de valores, que se notará $\Psi = \{(M^1, \lambda^1), \dots, (M^m, \lambda^m)\}$, tales que la variación estimada en la frontera de la función de pertenencia calculada con λ sea similar a la variación de un perfil de pendiente M . Así, la función \mathcal{F} se puede obtener mediante el ajuste de una curva al conjunto de puntos Ψ .

En la figura, 4.23 se resumen los pasos seguidos para la determinación de \mathcal{F} , que se describen a continuación.

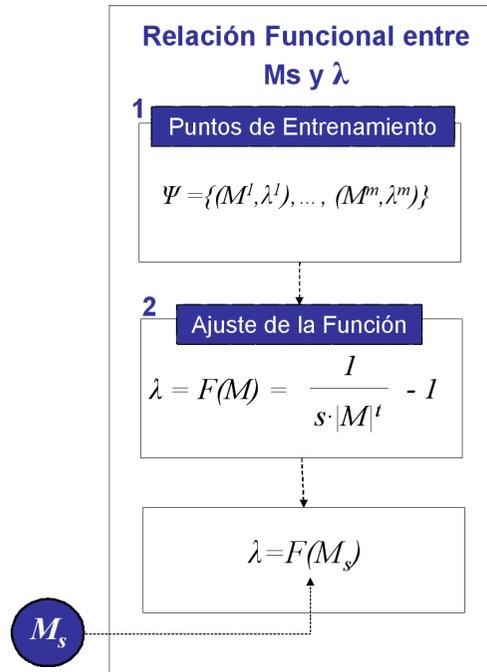


Figura 4.23: Pasos seguidos para estimar automáticamente una medida de homogeneidad.

1) Construcción del conjunto Ψ de puntos (M, λ)

Una cuestión importante que se plantea a la hora de obtener el conjunto Ψ es cómo se puede obtener una estimación de la variación de una función de pertenencia, calculada con un valor de λ concreto. Dado que se pretende que la variación en el perfil y en la función de pertenencia sean similares, y para poder realizar esta

comparación, se propone estimar dicha variación de la misma forma que se hizo sobre el perfil; es decir, mediante el cálculo de la pendiente (en valor absoluto) de una recta que una los puntos de comienzo y final de la frontera en la función de pertenencia.

En definitiva, esto supone que para obtener Ψ , basta con calcular un conjunto de funciones de pertenencia utilizando distintos valores de λ , y obtener la estimación de la variación para cada uno de ellos (pendientes) como se acaba de indicar.

Para ello, se ha determinado como referencia un camino para el que de manera visual e intuitiva se pudiese establecer alguna relación clara entre un valor concreto de pendiente y el valor de λ correspondiente. En este estudio se ha optado por fijar como referencia un camino en el que haya una magnitud variación constante e igual a $K \in [0, \infty)$ entre píxeles consecutivos. Este camino permitirá conseguir que el conjunto Ψ verifique las siguientes condiciones:

1. El valor $\lambda = 0$ se asociará con un camino de variación constante K (lo que implica que $M = K$).
2. Para una pareja dada (M^i, λ^i) , $M^i > K$ implica $\lambda^i < 0$. Del mismo modo, $M^i < K$ implica $\lambda^i > 0$.
3. Si $M^i > M^j$ entonces $\lambda^i < \lambda^j$. De la misma manera, si $M^i < M^j$ entonces $\lambda^i > \lambda^j$.

Con la primera propiedad se está fijando como referencia un degradado con una variación constante K , para el cual se utilizará como función de agregación la diferencia acotada (obtenida con la t -norma de Weber con $\lambda = 0$), ya que ésta es la función de agregación cuya pendiente coincide con la variación con la que se ha construido el degradado. Con la segunda propiedad, se indica que para los casos en los que la variación de color (M) sea mayor que K , habrá que utilizar una función de agregación más estricta (un λ menor); mientras que si la variación

de color es menor que K , la función de agregación debe tener un decrecimiento más lento (un λ mayor). Finalmente, la tercera propiedad sirve para imponer una forma de decrecimiento, y asegurar que la ordenación entre las pendientes también corresponde a una ordenación entre las funciones de agregación, de tal modo que cuanto mayor sea la variación de color, menor debe ser el valor de λ y, por tanto, más estricta la función de agregación.

Teniendo en cuenta estas propiedades, se obtendrá Ψ del siguiente modo: dado un camino teórico en el que la semejanza entre píxeles consecutivos es constante e igual a K , se representará como una función la evolución de las medidas de homogeneidad obtenidas con distintos valores de λ . De manera similar a como se hizo en el capítulo anterior, para cada punto p del camino, el valor de esta función corresponde a la magnitud de la homogeneidad del subcamino que va desde el primer punto hasta p . De este modo, se obtendrán funciones decrecientes que van desde el punto $[0, 1]$ hasta $(x_\lambda, 0)$, tal y como se muestra en la figura 4.24.

A partir de un conjunto de valores de λ , $\{\lambda^1, \dots, \lambda^m\}$, y con estas funciones se obtiene el conjunto Ψ calculando los correspondientes valores de pendiente $\{M^1, \dots, M^m\}$ de la siguiente manera: dado un λ^i , el correspondiente M^i es el valor absoluto de la pendiente de la recta que une los puntos $(0, 1)$ y $(x_{\lambda^i}, 0)$.

En esta memoria se ha fijado el valor $K = 1/255$, que corresponde a la normalización de la mínima variación posible en la componente de intensidad, cuando H y S están indefinidos. Este valor corresponde también a otros tipos de degradados, en una, dos o las tres componentes. En el caso de una sola componente, corresponde a una variación (no normalizada) de $1'22$ grados en la componente de tono y de 0.0068 unidades en el caso de la componente de saturación. Estos valores dan lugar, visualmente, a los degradados de color de la figura 4.25. En la figura 4.24, se puede observar que para $\lambda = 0$, la recta entre $(0, 1)$ y $(x_{\lambda^i}, 0)$ coincide exactamente con una línea de pendiente $K = 1/255$, por tanto, $M^i = K = 1/255$.

Para realizar este experimento se han escogido 3000 valores de λ equidistri-

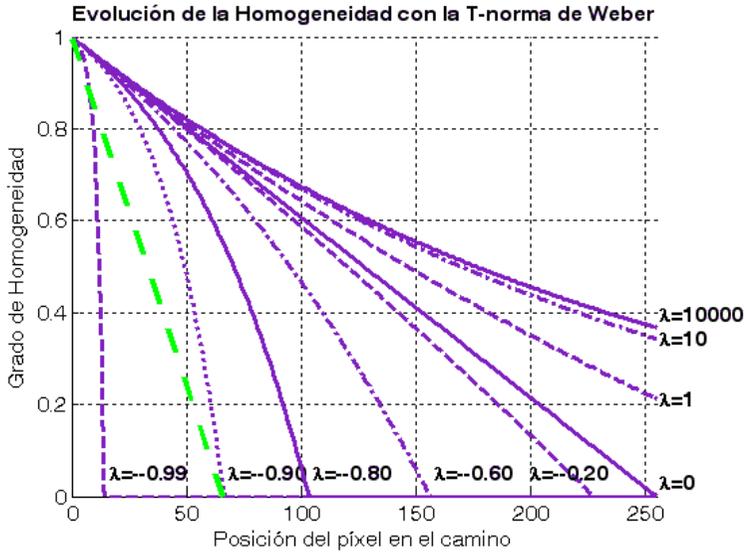


Figura 4.24: Evolución de las medidas de homogeneidad obtenidas con la *t*-norma de Weber y diferentes valores de λ , a lo largo de un camino de variación constante $K = \frac{1}{255}$.

buidos en el intervalo $(-1, 1]$, que es el rango en que, como se indicó anteriormente, se va a considerar λ , y 100 con un muestreo menor en el rango $(1, 10]$. En la figura 4.26 se observa marcados en rojo los puntos del conjunto Ψ obtenidos.

2) Ajuste de la función \mathcal{F} a Ψ

Observando la línea formada por los puntos en rojo de la figura 4.26 se observa que la gráfica que forman tiene dos asíntotas, una horizontal para $\lambda = -1$, debida a que este es el mínimo valor hacia el que puede tender λ , y otra vertical para $M = 0$, la mínima pendiente posible en valor absoluto, correspondiente a una región

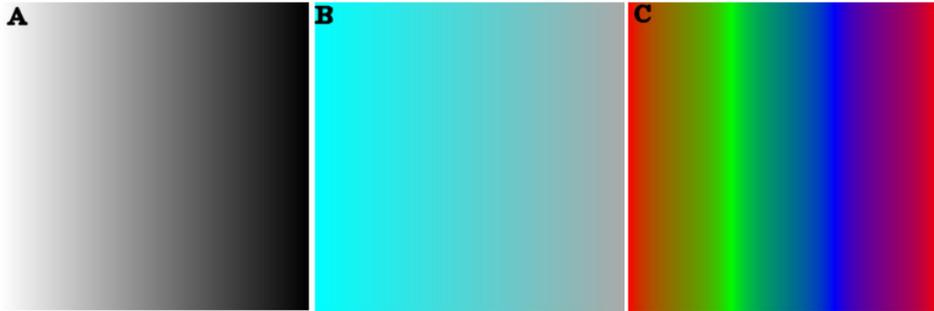


Figura 4.25: Ejemplos de degradados con una distancia constante de $K = 1/255$ entre píxeles consecutivos de una misma fila. A: Degradado de iluminación con H y S indefinidos, y $\Delta_I(c_{f,i}, c_{f,i+1}) = 1$. B: Degradado de saturación con $H = 180^\circ$, $I = 170$ y $\Delta_S(c_{f,i}, c_{f,i+1}) = 0.0068$. C: Degradado de tono con $S = 1$, $I = 85$ y $\Delta_H(c_{f,i}, c_{f,i+1}) = 1.22$.

totalmente homogénea. También se puede apreciar que el intervalo de valores en el que realmente varía la pendiente es aproximadamente $(0, 0.2]$.

Tras realizar un análisis funcional, se llega a la conclusión de que la función $\mathcal{F}(M)$ se puede aproximar mediante una función racional aplicada sobre el valor absoluto de la pendiente, y desplazada una unidad hacia abajo, debido a la asíntota horizontal. Además, para adaptar la función a la asíntota vertical, hay que elevar la pendiente a una potencia, como muestra la ecuación 4.9:

$$\lambda = \mathcal{F}(M) = \frac{1}{s \cdot |M|^t} - 1 \quad (4.9)$$

donde s es un factor de escala y t es un parámetro de crecimiento.

Realizando sobre esta aproximación un proceso de estimación de parámetros por mínimos cuadrados, se concluye que la mejor aproximación posible se obtiene cuando $s = 976$ y $t = 1.27$, cuya gráfica se representa en color verde en la figura 4.26.

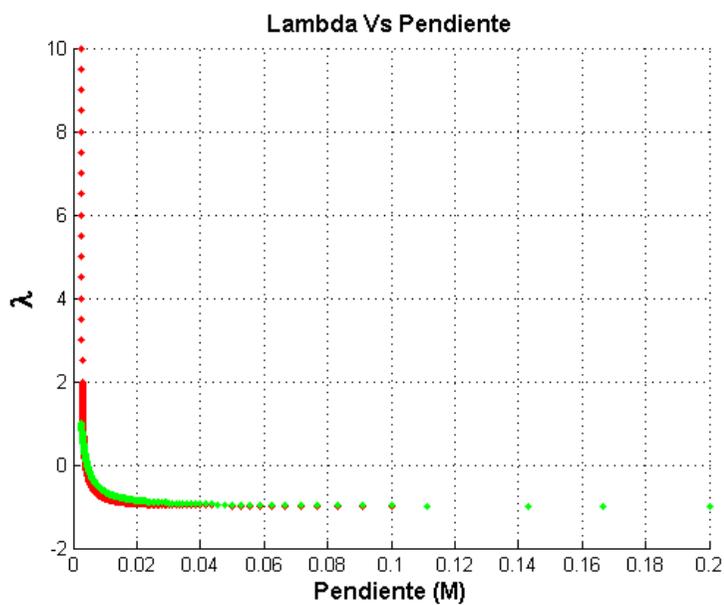


Figura 4.26: Representación gráfica del conjunto, Ψ , de puntos (M^i, λ^i) , en color rojo. En verde, función $\mathcal{F}(M^i)$ aproximada.

En esta figura se observa que los valores en la asíntota vertical no son bien aproximados. Sin embargo, estos valores corresponden a las medidas de homogeneidad entre las dadas por la diferencia acotada y el producto algebraico, para las cuales grandes variaciones en el valor de λ producían cambios mínimos en la evolución de la medida de homogeneidad, lo que significa que los conjuntos difusos que se obtienen con ellas son muy parecidos entre sí.

Por otra parte, los valores que realmente son de interés a la hora de representar la imprecisión en las regiones, los de $\lambda \in (-1, 1]$, sí tienen buenas aproximaciones, con un error cuadrático medio del orden de 10^{-3} .

Ejemplos

A continuación se mostrará, dada una región representada por una semilla r_s , los resultados que se obtienen utilizando su M_s para seleccionar automáticamente el valor λ_s cuya medida de homogeneidad permite representar la imprecisión en ella.

En la tabla 4.2 se resumen numéricamente estos resultados, identificando en la primera columna la imagen a la que corresponden los resultados. En la segunda columna se indica el valor de M_s obtenido en la sección anterior para caracterizar la magnitud de la variación de color en la región en torno a la semilla. La tercera columna muestra el valor de λ_s que se obtiene aplicando la función 4.9 al valor M_s .

Como se puede apreciar, para regiones homogéneas con contornos bien definidos obtenemos un valor de M_s del orden de 10^{-2} y un valor de λ_s próximo a -1 , que corresponde a una medida de homogeneidad estricta. Conforme la variación de color en el contorno se vuelve más suave, la magnitud de M_s disminuye y toma valores del orden de 10^{-3} , que dan lugar a valores de λ_s que tienden a 0. Este valor de λ_s se alcanza e, incluso, se supera, cuando tenemos un suave degradado de color alrededor de la semilla, ya que la magnitud de M_s para esta región es del

Figura (Imagen)	M_s	λ_s
4.27 (A)	0.032262	-0.91973
4.27 (B)	0.027932	-0.90362
4.27 (C)	0.016810	-0.81631
4.28 (D)	0.007546	-0.49197
4.28 (E)	0.006536	-0.39031
4.28 (F)	0.000742	8.662445

Tabla 4.2: λ value obtained for each region.

orden de 10^{-4} .

En las imágenes 1 de las figuras 4.27 y 4.28 se marca con una estrella azul la región cuya imprecisión se quiere representar y en la imagen (B) se observa el conjunto difuso que se obtiene con la medida de homogeneidad dada por la t -norma de Weber, utilizando el valor de λ que se indica en la tercera columna de la tabla 4.2 para cada ejemplo.

Tal y como muestran las imágenes (A a F)-2 de las figuras 4.27 y 4.28 los conjuntos difusos se aproximan en gran medida a lo que, según vimos en el capítulo anterior, cabía esperar de un modelo que representara la imprecisión, según el tipo de región que tuviéramos: brusco decrecimiento de los grados de pertenencia para regiones con contornos precisos, y suave y progresivo decaimiento conforme aumenta la imprecisión en los contornos de la región, con un soporte lo más ajustado posible a la extensión de la región, pero sin que haya pérdida de información.

4.4. Aproximaciones Precisas de una Región Difusa

El modelo de región difusa que se obtiene con la metodología propuesta aporta una información más exacta sobre las características de la región. Sin embargo,

en algunos casos puede ser necesario reducir la cantidad de información ofrecida por este modelo, tomando decisiones precisas sobre la pertenencia de un píxel a una región.

En la literatura existen algunas propuestas fuera del ámbito de la Teoría de Conjuntos Difusos, para pasar de una información “con grados” a una información precisa. Para ello, se suele realizar una umbralización sobre la medida utilizada en la segmentación [327], o bien cortes en un grafo [207], según la metodología utilizada. En el entorno de la Lógica Difusa, este proceso se suele conocer como “*defuzzification*” y se pueden encontrar dos alternativas básicas para llevarlo a cabo. Una de ellas, es asignar cada píxel a la región a la que pertenece en mayor grado [253]. Otra opción es realizar λ -cortes sobre la relación de diferencia (“*dissimilarity*”) [211] con la que se calculan los conjuntos difusos. En ambos casos, las propuestas están pensadas para aplicarlas sobre los resultados de una segmentación completa, lo que implica que no se puede obtener una aproximación precisa cuando únicamente se tiene una región. A pesar de ello, la segunda de podría modificar para aplicarla a una única región.

En esta sección se mostrará cómo obtener una aproximación precisa de la región difusa, mediante la utilización de α -cortes. Es bien sabido, como se puede ver en el apéndice A y en [128, 161], que mediante la realización de α -cortes en un conjunto difuso, se obtiene un conjunto preciso de elementos que pertenecen al conjunto original con un grado superior o igual que el valor de α elegido. En esta propuesta, consideramos que estos conjuntos pueden corresponder a aproximaciones precisas de la región, por tanto:

Definición 4.5 *Dada una región difusa \tilde{R}_s , se define una aproximación precisa de la misma como un α -corte, ${}^{\alpha_i}\tilde{R}_s$, tal que:*

$${}^{\alpha_i}\tilde{R}_s = \{p \in \mathcal{I} \mid \mu_{\tilde{R}_s}(p) \geq \alpha_i\} \quad (4.10)$$

donde $\alpha_i \in [0, 1]$.

La cuestión que se plantea es qué valores de α se debe elegir. Aunque se formalizará más adelante, de un modo intuitivo se puede ver un α -corte relevante como aquél en el que se produce un cambio significativo en la homogeneidad con respecto al anterior, ya que son aquellos en los que se ha añadido a la región puntos que no son del todo homogéneos con ella.

Entre los distintos α -cortes de un conjunto difuso son especialmente significativos el núcleo, que contiene todos los elementos que pertenecen con grado 1 al conjunto, y el soporte, notado por $Supp(\tilde{R}_s)$, en el que están presentes todos los elementos que pertenecen con grado mayor que 0 al conjunto. Desde el punto de vista del modelado difuso de regiones, el que mayor interés tiene es el soporte puesto que, si la medida de homogeneidad elegida para calcular la región difusa es adecuada, contendrá todos los píxeles que están relacionados con la semilla de la región.

Sin embargo, puede haber casos, en especial en regiones con contornos imprecisos o gradientes de color o luz, en los que haya otras aproximaciones precisas que puedan ser de interés. En la imagen (A), de la figura 4.29, únicamente cabría esperar una aproximación precisa, que recogiera toda la región del pimiento, aunque en determinadas aplicaciones podrían interesar sólo aquella zona que no está sombreada. En la imagen (B), sin embargo, se pueden considerar varias aproximaciones precisas, una en la que únicamente se representara la sección del cuadrado no solapada con el círculo, y otra en la que se pudiera apreciar el cuadrado completo. En el caso de la imagen (C), podrían ser *relevantes* los diferentes niveles de intensidad del cometa, que corresponden a distintas zonas de su estela. De modo similar, en espectrografías como la imagen (D), pueden ser interesantes las aproximaciones correspondientes a diferentes niveles de expansión de la estrella.

En el primer ejemplo, el de la imagen (A), el soporte proporcionaría la aproximación precisa relevante, pues toda la región es homogénea. En el segundo caso,

habría que tratar de buscar los α -cortes en los que se produce un cambio de homogeneidad, que son los que intuitivamente corresponderían a aproximaciones precisas en las que se han añadido a la región puntos que no son del todo homogéneos con ella. De este modo, se podría localizar un α -corte que representara el cuadrado completo de la imagen (B). Sin embargo, en las imágenes (C y D), la homogeneidad de los α -cortes va disminuyendo progresivamente, ya que hay un cambio gradual en toda la región. En estos casos, no todos los α -cortes en los que se produce un cambio en la homogeneidad son relevantes. Lo serán sólo aquellos en los que la homogeneidad varíe de forma diferente.

Asumiendo que el soporte de la región difusa siempre va a ser una aproximación precisa de interés, se mostrará, en el siguiente apartado, una técnica para localizar otras *aproximaciones precisas relevantes*, en caso de que existan. Para ello, se definirá una medida de homogeneidad que se podrá evaluar sobre los α -cortes de la región difusa y se localizarán los valores de α que corresponden a un cambio en la evolución de esta medida.

4.4.1. Homogeneidad de un α -corte

Para poder identificar los α -cortes que corresponden a aproximaciones precisas y homogéneas de la región difusa, es necesario introducir una medida de la homogeneidad de un α -corte, que se define del siguiente modo:

Definición 4.6 Dada una región difusa \tilde{R}_s , se define la homogeneidad de un α -corte de dicha región difusa, ${}^{\alpha_i} \tilde{R}_s$, como una función $\mathcal{H} : \tilde{P}(\mathcal{I}) \times (0, 1] \longrightarrow [0, 1]$ que verifica las siguientes propiedades:

- Si $\alpha_i = 1$, entonces $\mathcal{H}(\tilde{R}_s, \alpha_i) = 1$.
- *Monotonía:* $\alpha_i > \alpha_j$ entonces $\mathcal{H}(\tilde{R}_s, \alpha_i) > \mathcal{H}(\tilde{R}_s, \alpha_j)$

Con la primera propiedad, se indica que el núcleo o *kernel* del conjunto difuso debe tener siempre máxima homogeneidad. La segunda propiedad indica que la homogeneidad es una función decreciente respecto a los α -cortes, ya que cuanto menor sea el valor de α , mayor variabilidad habrá entre los píxeles del α -corte y menor será la homogeneidad del mismo.

Los grados de pertenencia de los píxeles de la imagen a la región difusa se obtienen como el grado de homogeneidad del camino óptimo que los une a la semilla de la región. Por tanto, dichos grados son, de forma natural, los valores idóneos para calcular esta medida de homogeneidad de un α -corte.

Para de agregar la información sobre los grados de pertenencia de los píxeles pertenecientes a un α -corte dado se propone calcular su magnitud media. Según esto, dada una región difusa \tilde{R}_s , el grado de homogeneidad de un α -corte, $\alpha_i \tilde{R}_s$, se calcula como la media de los grados de pertenencia de los píxeles en dicho α -corte, tal y como indica la ecuación 4.11:

$$\mathcal{H}(\tilde{R}_s, \alpha_i) = \frac{\sum_{p \in \alpha_i \tilde{R}_s} \mu_{\tilde{R}_s}(p)}{|\alpha_i \tilde{R}_s|} \quad (4.11)$$

donde $\alpha_i \in (0, 1]$. Es trivial demostrar que esta medida verifica las propiedades requeridas en la definición 4.6.

4.4.2. α -cortes Relevantes

Analizando la evolución de esta homogeneidad en los distintos α -cortes de la región difusa, se puede determinar cuáles de ellos corresponden a cambios en la evolución de la homogeneidad que, como se ha visto, son los que pueden proporcionar aproximaciones precisas relevantes. En adelante, denominaremos *valores de α relevantes* a aquellos en los que se producen estos cambios en la evolución de la homogeneidad, junto con otros de interés que se verán en la definición 4.7.

Siguiendo con esta filosofía, se denominarán *aproximaciones precisas relevantes* a los α -cortes, correspondientes a valores de α relevantes.

Para estudiar esta evolución se calculará el gradiente sobre los valores de homogeneidad obtenidos para los distintos α -cortes, entendiéndose por el gradiente la diferencia entre la magnitud de la homogeneidad de α -cortes consecutivos. Sobre este gradiente se localizarán los extremos locales, que serán los correspondientes a los valores de α relevantes.

Dado que el gradiente se calcula a partir de la homogeneidad de α -cortes consecutivos, y el conjunto de posibles valores de α es infinito, es necesario realizar un muestreo homogéneo en el rango de α . De este modo, se obtendrá un conjunto de valores $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_a\}$, donde $\alpha_1 = 1$, $\alpha_a > 0$, $\alpha_i > \alpha_j \quad \forall i > j$, y a es el número de valores de α obtenidos tras el muestreo. Teniendo esto en cuenta, se definen como relevantes los siguientes valores de α :

Definición 4.7 *Dada una región difusa \tilde{R}_s , se define el conjunto de valores de α relevantes, notado por $\mathcal{AR}_{\tilde{R}_s}$ como aquél formado por los valores $\alpha_i \in A$ que son un extremo local (máximo o mínimo) del gradiente de homogeneidad cuya diferencia de magnitud respecto al extremo local precedente se encuentra por encima de un umbral de relevancia, $T_{\tilde{R}_s}^\alpha$. Además, también se consideran valores de α relevantes al primer extremo local del gradiente de homogeneidad, representante del núcleo, y al valor de α correspondiente al soporte.*

El umbral $T_{\tilde{R}_s}^\alpha$ se calcula como un porcentaje dado de la magnitud del máximo (en valor absoluto) del gradiente. De esta forma, el umbral se adapta a las características de la región y a la imprecisión en ella.

A partir de esta definición, el conjunto de α -cortes relevantes (es decir, el conjunto de aproximaciones precisas relevantes) se define del siguiente modo:

Definición 4.8 *Dada una región difusa \tilde{R}_s , definimos el conjunto de α -cortes relevantes de la misma, $\mathcal{APR}_{\tilde{R}_s}$, como el conjunto de α -cortes tales que α_i es*

relevante:

$$\mathcal{APR}_{\tilde{R}_s} = \left\{ \alpha_i \tilde{R}_s \mid \alpha_i \in \mathcal{AR}_{\tilde{R}_s} \right\}. \quad (4.12)$$

4.4.3. Ejemplos

En las figuras 4.30 a 4.33 se muestra, marcada con un cuadrado en la imagen (A), la semilla de la región que se ha modelado mediante la región difusa de la imagen (B). En la imagen (C) se puede observar la evolución de la homogeneidad para los α -cortes sobre los que se ha realizado el muestreo, de 0.02 en el rango $[1, 0]$, así como su gradiente, representado en la imagen (D). En estas dos últimas imágenes se ha destacado con un círculo magenta los puntos correspondientes a los α -cortes relevantes. En la imagen (D), en verde, aparecen los extremos locales. En la misma línea vertical de cada extremo local se muestra, mediante una línea punteada, la diferencia de magnitud respecto al extremo precedente. Las imágenes (E) muestran la aproximación precisa correspondiente a los α -cortes relevantes en el mismo orden, de izquierda a derecha, en que aparecen en las gráficas (C y D). Las imágenes (F) muestran sobre la imagen original el contorno de las aproximaciones precisas obtenidas. En todos los casos el muestreo de valores de α se ha realizado utilizando un decremento de -0.02 en el rango $[1, 0]$ y se ha calculado el gradiente con una máscara gaussiana de tamaño 3 y $\sigma = 0.5$. El porcentaje para calcular $T_{\tilde{R}_s}^\alpha$ es el 40 %.

Como se puede ver en las figuras 4.30 y 4.31, cuando se trata de *regiones crisp*, se encuentran pocos α -cortes relevantes, que corresponden a la zona más homogénea de la región (el pimiento sin la sombra y el cuadrado amarillo puro), y a la región completa (el soporte del conjunto difuso). En el caso de regiones difusas como las de las figuras 4.32 y 4.33, el número de α -cortes relevantes encontrados es mayor, siendo el primero y el último los correspondientes a la zona más homogénea de la región y al soporte de la región difusa, respectivamente. Entre ellos se encuentra varios α -cortes que corresponden a aproximaciones precisas

de interés, como son los distintos colores que representan diferentes niveles de crecimiento de la estrella, en la espectrografía de la figura 4.32, o los diferentes niveles de intensidad del cometa, en la figura 4.33. En todos los casos se observa que los α -cortes detectados como relevantes realmente corresponden a cambios en la homogeneidad de la región original, y a aproximaciones precisas que un usuario identificaría examinando visualmente la imagen.

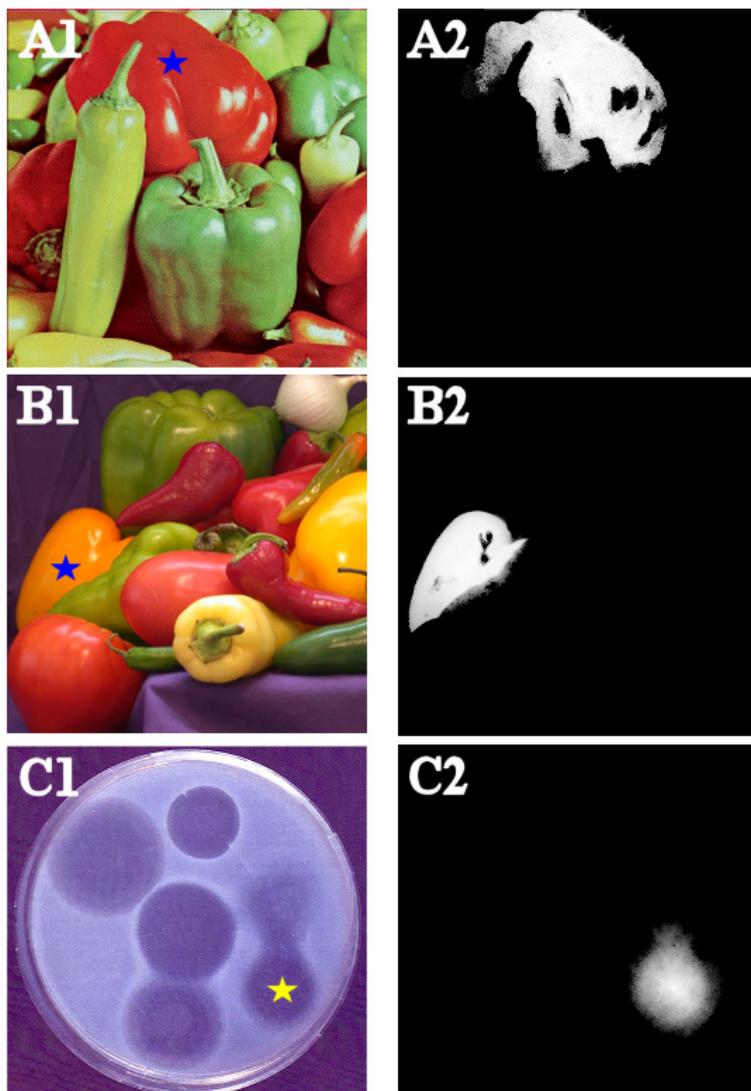


Figura 4.27: Conjuntos difusos obtenidos con las medidas de homogeneidad dadas por la t -norma de Weber y el valor de λ indicado en la tabla 4.2.

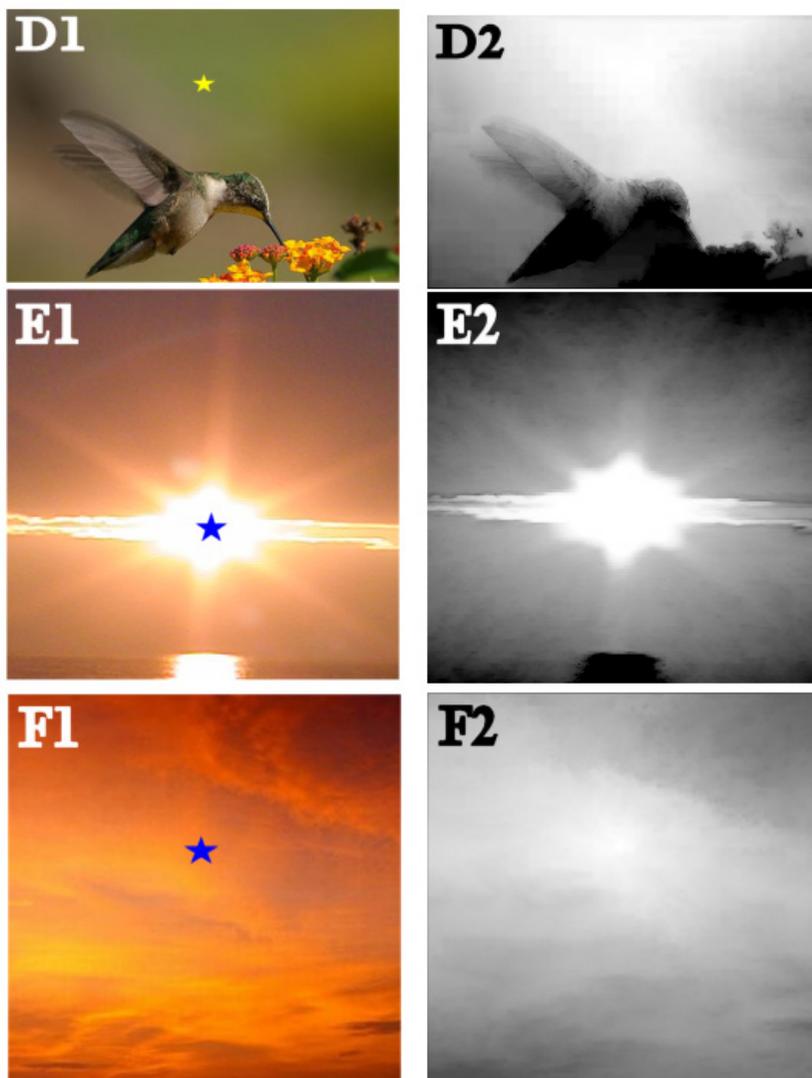


Figura 4.28: Conjuntos difusos obtenidos con las medidas de homogeneidad dadas por la t -norma de Weber y el valor de λ indicado en la tabla 4.2.

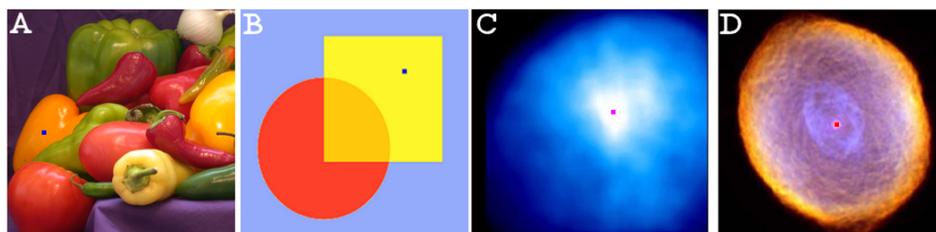


Figura 4.29: Ejemplos de imágenes en las que puede haber varias aproximaciones precisas para una región difusa. A: Regiones con sombras. B: Solapamiento de regiones. C: Regiones con gradiente de luz en que la intensidad tiene un significado. D: Regiones en las que se estudian distintos niveles de expansión.

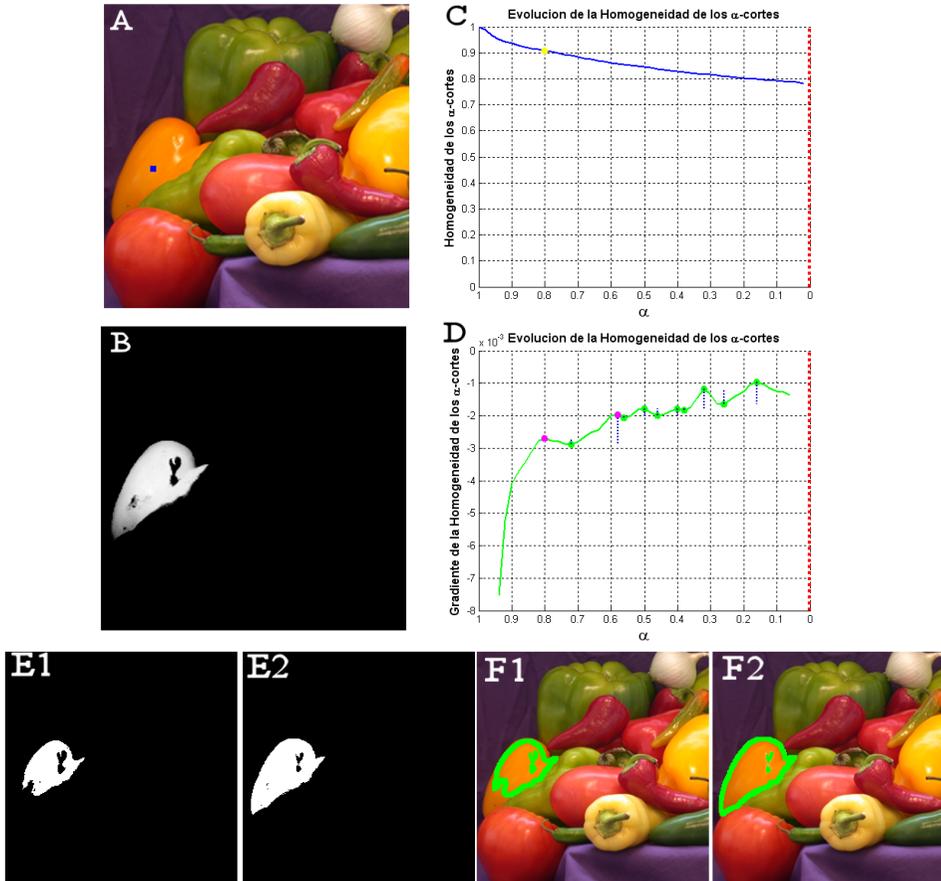


Figura 4.30: Selección automática de aproximaciones precisas para una región con contorno bien definido. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. E1-2: Aproximación precisas. F1-2: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.

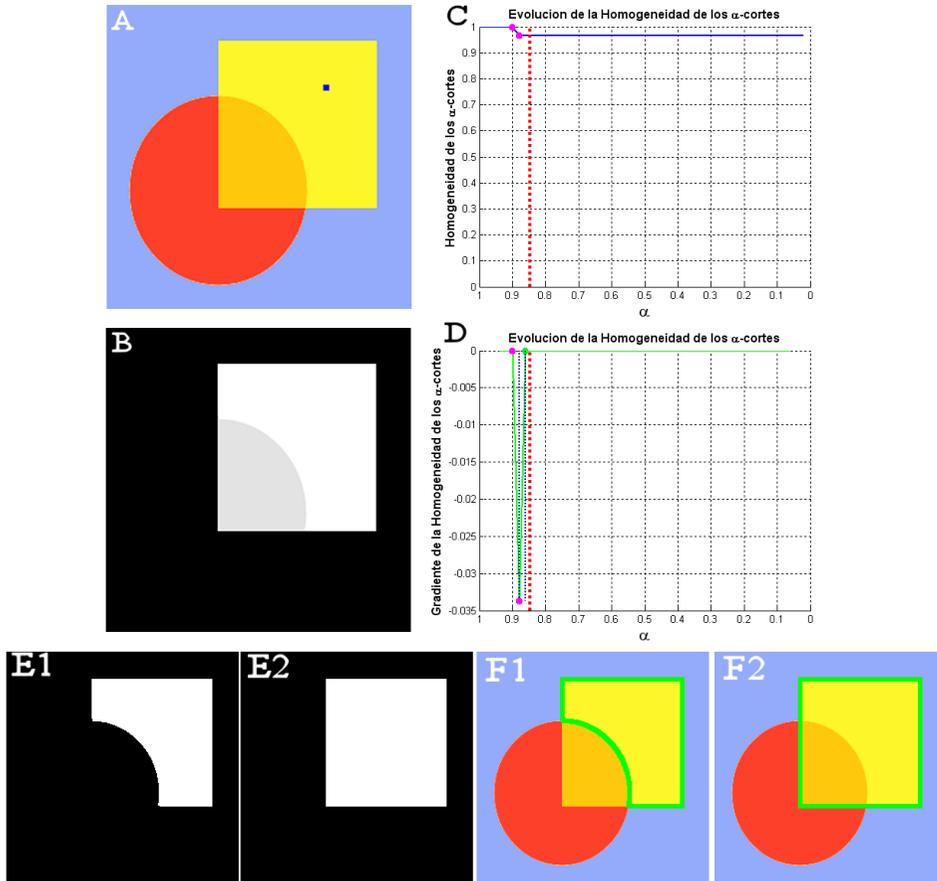


Figura 4.31: Selección automática de aproximaciones precisas para una región sintética con contorno bien definido. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. E1-2: Aproximación precisas. F1-2: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.

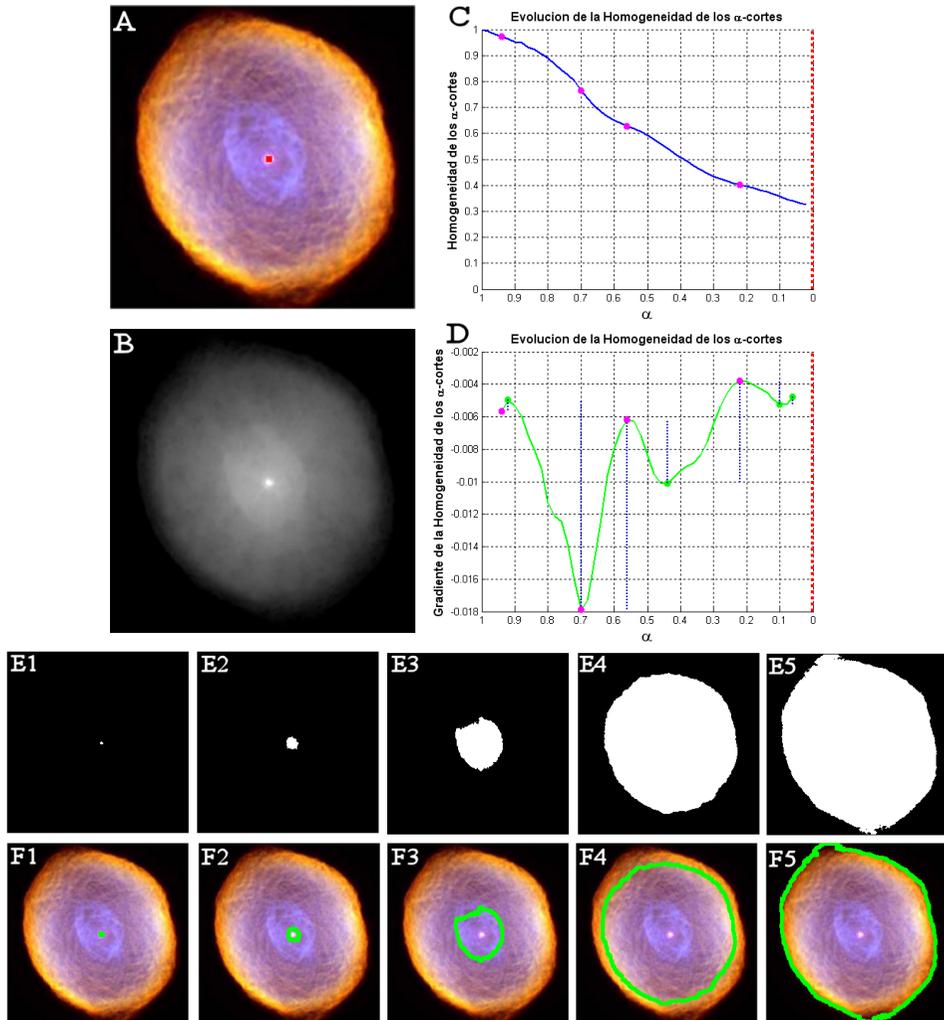


Figura 4.32: Selección automática de aproximaciones precisas para una región intermedia. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. E1-5: Aproximación precisas. F1-5: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.

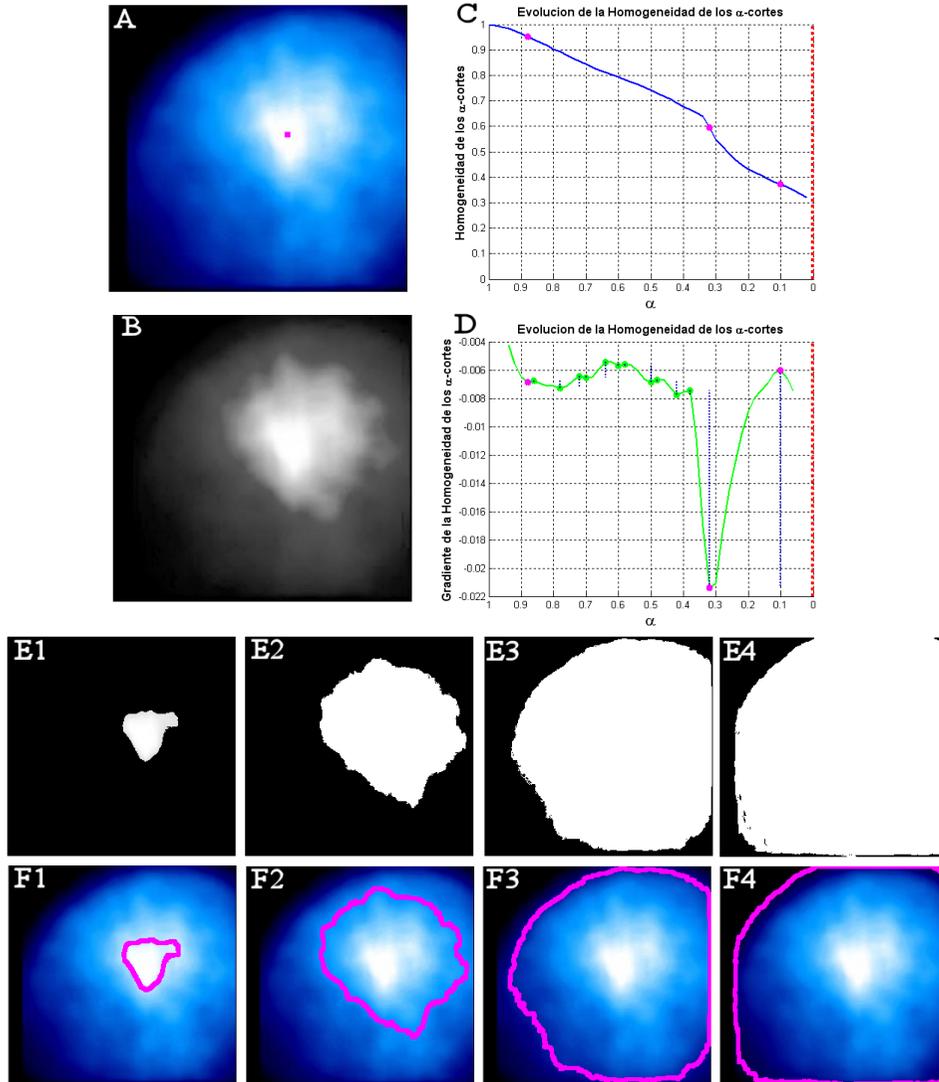


Figura 4.33: Selección automática de aproximaciones precisas para una región de degradado. A: Imagen original una la semilla de la región modelada. B: Región Difusa. C: Evolución de la homogeneidad en los distintos α -cortes. D: Gradiente de la homogeneidad de los α -cortes. E, F: Aproximaciones precisas correspondientes a los α -cortes relevantes detectados, de izquierda a derecha, en las imágenes C y D. E1-4: Aproximación precisas. F1-4: Aproximación precisa superpuesta en la imagen original.

4.5. Resultados

En esta sección se mostrarán los resultados obtenidos con las técnicas propuestas en este capítulo, tanto para el modelado individual de cada región, siguiendo la automatización propuesta para la selección de las medidas de homogeneidad, como para la obtención automática de aproximaciones precisas.

4.5.1. Regiones Difusas

En primer lugar, se analizarán los resultados obtenidos aplicando el algoritmo 4 y la estimación automática de medidas de homogeneidad. A continuación, se compararán estos resultados con los de otras técnicas de segmentación que proporcionan como resultado regiones difusas.

Resultados del modelado difuso propuesto

Para ello, se han realizado pruebas sobre seis regiones (dos regiones de cada uno de los tres tipos básicos), mostradas en las figuras 4.34 a 4.39. Las regiones en las figuras 4.34 (A) y 4.35 (A) son ejemplos de regiones crisp, mientras que las de las figuras 4.36 (A) y 4.37 (A) representan a las regiones intermedias y las figuras 4.38 (A) y 4.39 (A) contienen ejemplos de regiones degradadas. En todos los casos, se ha marcado con una estrella la semilla de la región a modelar.

Sobre cada una de las regiones a modelar se ha aplicado la metodología propuesta, utilizando los mismos parámetros que en la sección 4.3.1, cuyos resultados se muestran en las imágenes (B1) de las figuras 4.34 a 4.39. Comparando en cada figura las imágenes (B1) y (A), se observa que los modelos difusos obtenidos se ajustan al modelo que en la sección 4.2 se describió como esperado en cada caso. Así, en las regiones precisas de las figuras 4.34 (A, B1) y 4.35 (A, B1) el conjunto difuso muestra un alto grado de pertenencia y casi constante en el interior de la región, y muestra un drástico decrecimiento en la frontera, ajustándose el soporte

al contorno de la región. En la figura 4.37 (A, B1), se observa que el soporte del conjunto difuso obtenido se extiende más de lo que intuitivamente cabría esperar, la razón es que el valor de λ aproximado es demasiado alto, con lo que la medida de homogeneidad es demasiado suave para la región modelada. Aún así, también en el caso de las regiones intermedias de las figuras 4.36 (A, B1) y 4.37 (A, B1), el grado de pertenencia decrece de forma más suave, adaptándose la región difusa a la imprecisión en los contornos en torno a la semilla. En las imágenes 4.38 (A, B1) y 4.39 (A, B1), se observa que las regiones difusas obtenidas representan el degradado luz y color que existe en torno a la semilla, con un lento y progresivo decrecimiento de los grados de pertenencia, al distanciarse de la semilla.

Esto nos lleva a concluir que la selección automática de las medidas de homogeneidad proporciona una buena aproximación para obtener una medida con la que modelar la región ya que, si bien podría haber un modelo aún más exacto, la región difusa obtenida en todos los casos se adapta a las características de la región y permite representar la imprecisión existente en ella.

Comparación con otras técnicas

En cuanto a la comparación con otras técnicas, tal y como se vio en los antecedentes de esta memoria, tanto las técnicas de segmentación precisa como las técnicas de segmentación difusa basadas en agrupamiento, aunque permiten extraer las regiones de una imagen, no pueden representar y modelar las características de las regiones. En cambio, las técnicas de segmentación difusa basadas en regiones sí permiten hacerlo. Para comparar nuestra propuesta con ellas se ha escogido la propuesta por Foliguet et al. [253], y la de Herman et al. [117], ya que ambas son representantes punteros y referenciados de técnicas de segmentación difusa basada en regiones, y sus propuestas se enmarcan en el mismo ámbito que la nuestra. Brevemente:

- La técnica propuesta por Foliguet et al. [253], se basa en la definición de una métrica que combina información de color con información topológica, y en la utilización de esta métrica en un algoritmo de *watershed*. Para eliminar la sobre-segmentación propia de este algoritmo, realizan un proceso de fusión de regiones, obteniendo las regiones difusas finales.
- La técnica de segmentación difusa de Herman et al. [117], se basa en el crecimiento de regiones y en el cálculo de *cadena*s óptimas en la imagen cuya *fuerza* se mide en base a la distancia euclídea y a propiedades estadísticas de los *eslabones* en la región.

Los resultados de estas técnicas se pueden observar en las imágenes B2 y B3, respectivamente, de las figuras 4.34 a 4.39.

Aunque ha habido algunos intentos por definir medidas que permitan comparar los resultados de diferentes segmentaciones [187, 206], las propuestas realizadas sólo sirven para segmentaciones precisas, no para segmentaciones difusas. Un ejemplo de ello son las basadas en contar el número de regiones, el número de píxeles asignados a cada región, el de píxeles mal clasificados o la posición de éstos [243, 355]. Otro tipo de propuestas se basan en esquemas dibujados por observadores humanos, que están sujetos a la subjetividad de cada usuario [90, 217, 218, 281, 282], la cual es mucho mayor cuando hay imprecisión en los contornos de las regiones. Es por ello que la comparación que se realizará en esta sección será cualitativa, como es habitual en segmentación difusa [117, 207].

Observando las figuras 4.34 (B1 a B3) a 4.39 (B1 a B3), se puede apreciar cómo, en todos los casos el modelo difuso obtenido con nuestra propuesta representa mejor la región modelada. Esto se debe a que al utilizar una misma métrica en todos los casos, no siempre obtienen un buen modelo para la región ya que, según las características de la métrica elegida, se adaptarán mejor a las regiones con contornos bien definidos o a las de degradados de color. De un modo más

preciso, en general, se aprecia que la medida propuesta por Foliguet et al. es más suave (decrece más lentamente y es menos sensible a cambios en las características de los píxeles) que la de Herman et al. Esto hace que la de Foliguet et al. funcione mejor en regiones de degradados de color, en las figuras 4.38 (B2) y 4.39 (B2), que en regiones precisas, ya que en estas últimas la región difusa se extiende fuera de las fronteras de la región, como sucede en las figuras 4.34 (B2) a 4.37 (B2). En cambio, la propuesta de Herman et al. funciona mejor en las regiones precisas, como en las figuras 4.34 (B3) a 4.36 (B3), debido a que se ajusta mejor a sus contornos, que a degradados de color en los que el soporte de la región difusa no se extiende por todo el degradado, como se aprecia en las figuras 4.38 (B3) y 4.39 (B3). En cambio, nuestra propuesta, representa de forma más exacta la imprecisión en los tres tipos de región, ya que en cada caso utiliza una medida de homogeneidad diferente.

Otro efecto que se observa, en este caso en la propuesta de Herman et al., es que los grados de pertenencia decrecen de forma “escalonada”, lo cual hace que no represente bien la imprecisión, especialmente en las regiones intermedias y de degradados. Por “escalonada” se entiende que se observan zonas donde el grado de pertenencia es constante, a continuación decrece, y de forma considerable, y nuevamente es constante en un área en torno a la anterior. Esto se puede observar en las figuras 4.34 (B3) a 4.39 (B3), en las que el nivel de gris no decrece de forma progresiva como en las figuras 4.34 (B1 y B2) a 4.39 (B1 y B2), sino que hay “planicies” de nivel de gris constante. Nuestra propuesta, al igual que la de Foliguet et al., permiten modelar mejor la imprecisión, al mostrar un decrecimiento gradual de los grados de pertenencia.

Sin embargo, la propuesta de Foliguet et al., presenta un inconveniente respecto a la nuestra. En sus resultados se observa que hay núcleos no conexos que tienen máxima pertenencia a la región, como sucede con los brillos en las figuras 4.34 (B2) y 4.35 (B2) o con el halo que rodea a las células en las figuras 4.36

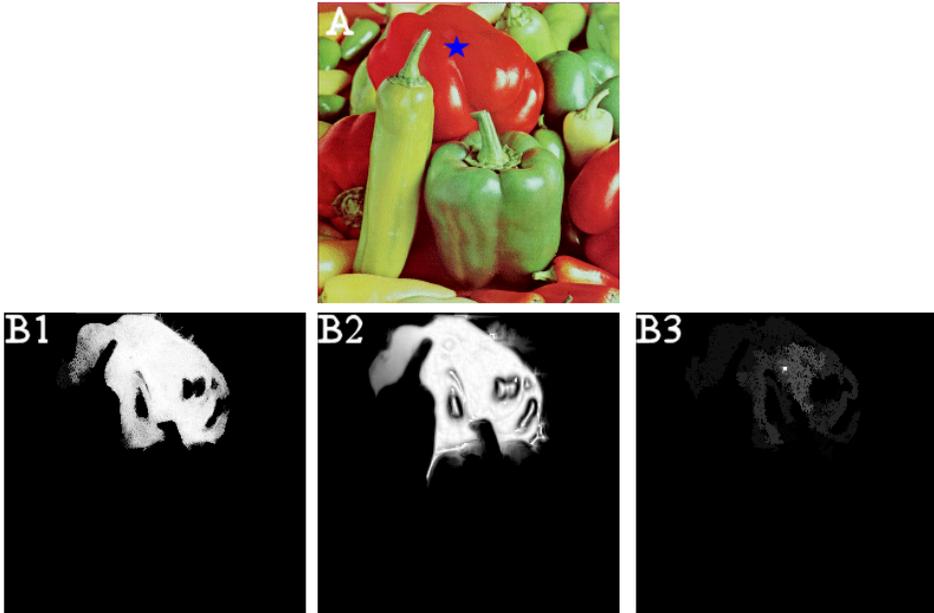


Figura 4.34: A: Región precisa. B: Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.90$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117].

(B2) y 4.37 (B2). Esto se debe al proceso de fusión de regiones que realizan para solucionar la sobre-segmentación inherente al algoritmo de *watershed*. En nuestra propuesta en cambio, el grado de pertenencia siempre decrece al atravesar una frontera, como se puede apreciar en las figuras 4.34 (B1) a 4.37 (B1), con lo que únicamente el entorno de la semilla tiene máxima pertenencia.

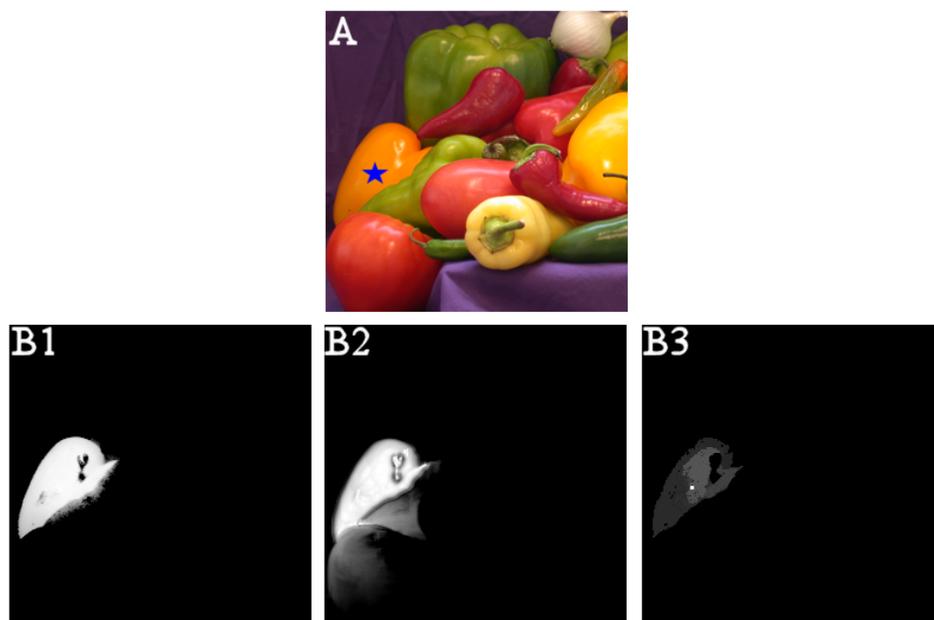


Figura 4.35: A: *Región precisa*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.92$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117].*

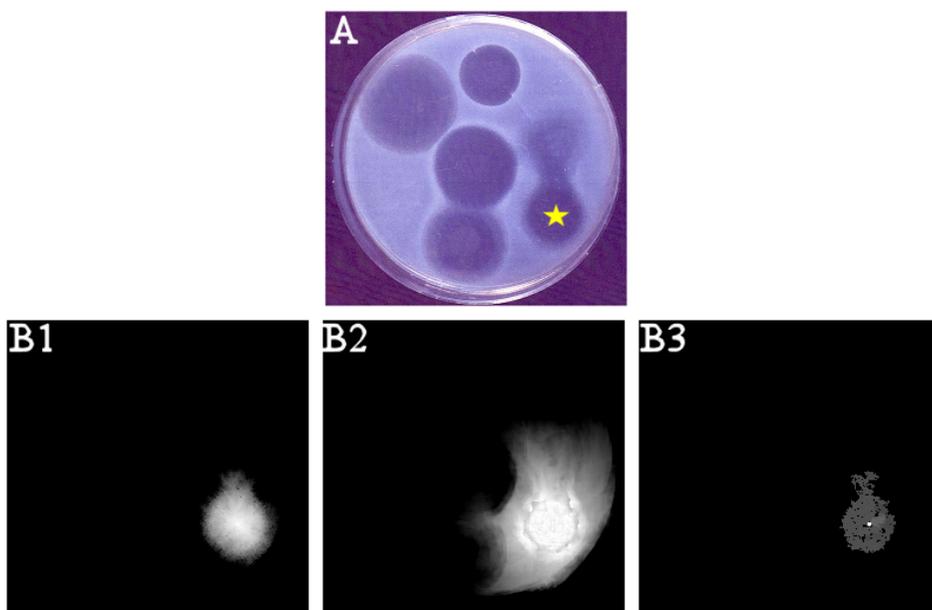


Figura 4.36: A: *Región intermedia*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.81$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117].*

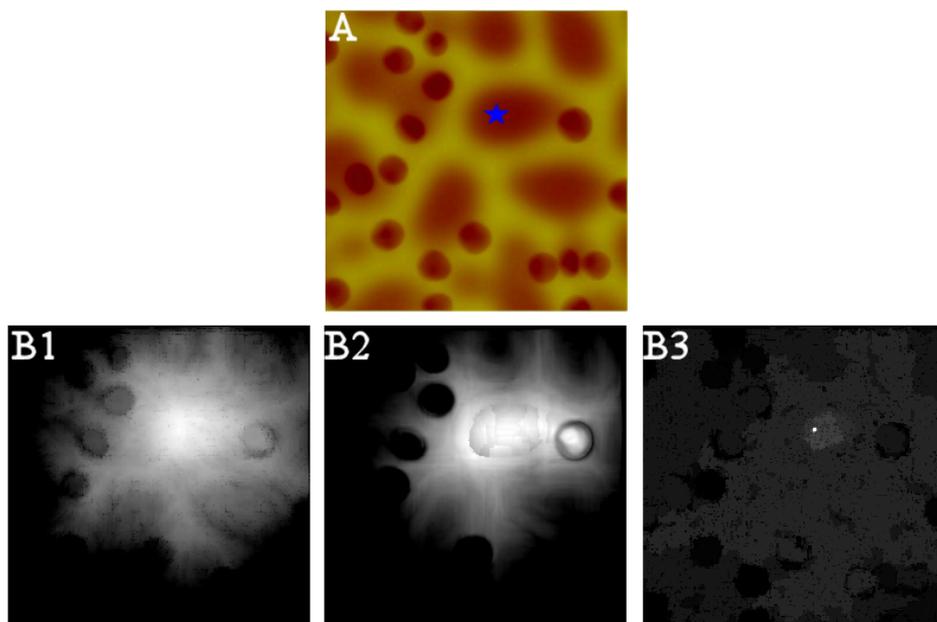


Figura 4.37: A: *Región intermedia*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.32$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117].*

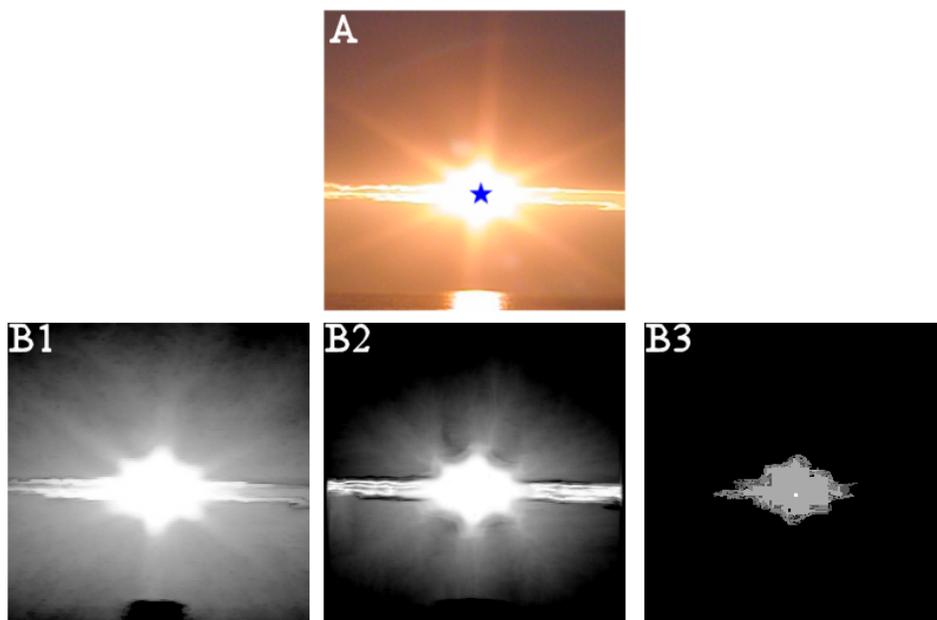


Figura 4.38: A: *Región de degradado*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.39$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117].*

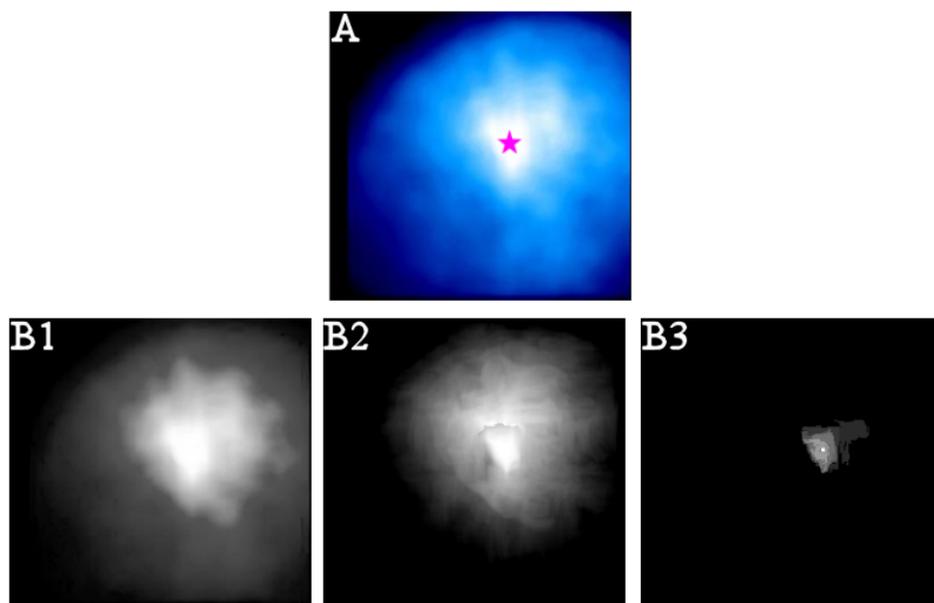


Figura 4.39: A: *Región de degradado*. B: *Regiones difusas obtenidas aplicando (B1) el algoritmo propuesto en este capítulo ($\lambda = -0.34$, asignado automáticamente), (B2) el algoritmo de Foliguet et al. [253] y (B3) la propuesta de Herman et al. [117]*.

4.5.2. Aproximaciones Precisas

Comparar las aproximaciones precisas de una región con otros resultados es difícil: en nuestro caso el resultado obtenido sólo depende de la medida con que se haya modelado la región, mientras que en el caso de otras técnicas, al realizar una segmentación completa de la imagen, el resultado estará condicionado por las regiones adyacentes (por la ubicación de otras semillas). Aún así, se ha tratado de buscar técnicas con las que una comparación pueda ser representativa: por una parte, interesa comparar nuestros resultados con los de otra técnica de *defuzzification*; por otra también con los resultados de las técnicas de segmentación precisa basadas en regiones, como son el algoritmo *watershed*, la técnica de fusión de regiones y el crecimiento de regiones, o las combinaciones de éstas. En las figuras 4.40 a 4.45 se muestran los resultados obtenidos con las siguientes propuestas:

- En las figuras 4.40 (B,C)-1 a 4.45 (B,C)-1 se muestra uno de los α -cortes relevantes obtenidos según la propuesta de la sección 4.4, aplicándola sobre los conjuntos difusos mostrados en las figuras 4.34 (B1) a 4.39 (B1).
- En las figuras 4.40 (B,C)-2 a 4.45 (B,C)-2 se ha optado por aplicar la propuesta de *defuzzification* de Foliguet et al. [253], que asigna cada píxel a la región a la que pertenece en mayor grado, tras segmentar todas las regiones. Los conjuntos difusos sobre los que se ha aplicado son los que se obtienen con su propuesta que, como se indicó anteriormente está basada en la utilización de una métrica topológica en el algoritmo *watershed*. En el caso de la región modelada, el conjunto difuso resultante es el que se muestra en las figuras 4.34 (B2) a 4.39 (B2).
- En las figuras 4.40 (B,C)-3 a 4.45 (B,C)-3 se ha aplicado el algoritmo de segmentación propuesto por Makrogiannis et al. [207,209]. Dicha propuesta combina dos técnicas basadas en regiones. Consiste en aplicar un algorit-

mo de *watershed* sobre la imagen para, a continuación, realizar una fusión de regiones mediante un árbol de expansión minimal (*SST*), en el que se utiliza una medida de similitud difusa entre regiones para guiar el proceso de fusión.

- En el caso de las figuras 4.40 (B,C)-4 a 4.45 (B,C)-4 se ha aplicado una técnica clásica de crecimiento de regiones [106, 139, 184, 276], basada en caminos y en la agregación de las distancias de color en el espacio *HSI* para determinar qué píxel es el siguiente que se agrega a una región [59].

En las tres últimas propuestas se ha extraído de la segmentación final la región modelada, con el fin de compararla con nuestra aproximación precisa. Las figuras 4.40 (B1 a B4) a 4.45 (B1 a B4) muestran el contorno de las aproximaciones precisas o las regiones obtenidas superpuesto sobre la imagen original, mientras que las imágenes (C1 a C4) de dichas figuras muestran los α -cortes o regiones obtenidos.

Se observa que los resultados obtenidos con otras técnicas no se ajustan tanto a la región modelada como los obtenidos con nuestra propuesta, debido a que tanto la asignación a la región a la que un píxel pertenece en mayor grado, de Foliguet et al. como el crecimiento de la región, de Makrogiannis et al. y de la técnica clásica de crecimiento de regiones, están condicionados por la ubicación de las semillas de otras regiones. Esto se aprecia, por ejemplo, en las figuras 4.42 (B2 a B4) y 4.43 (B2 a B4), en las que la región no se extiende como cabría esperar debido a la ausencia de una semilla en otras zonas próximas y a la presencia de otras semillas en la región a modelar o próximas a ella, en la figura 4.42 (B3). Lo mismo sucede en las figuras 4.44 (B2 a B4) y 4.45 (B3 y B4), en las que se acusa la falta de otra semilla cerca que limite el crecimiento de la región. Similar a esto es lo que se aprecia en las figuras 4.40 (B2 y B3) y 4.41 (B2 y B3), donde los brillos o parte de ellos se asignan a la región, aunque no sean homogéneos

respecto a ella, debido a que no hay semilla en ellos.

Otro efecto que se observa es la asignación de píxeles que se encuentran al otro lado de la frontera de la región. Este es el caso de las dos células en la figura 4.43 (B2 y B3) y de los pimientos en las figuras 4.40 (B4) y 4.41 (B4). Esta asignación hace que el resultado no se ajuste a los contornos de la región. En el caso de la técnica de Foliguet et al, se debe a que hay píxeles que aún teniendo un grado de pertenencia muy pequeño a la región, se asignan a ella por ser menor el grado de pertenencia a las demás, como sucede en las figuras 4.40 (B2) a 4.43 (B2). En el caso de la propuesta de Makrogiannis et al. y del crecimiento de regiones clásico, la causa es que el crecimiento no se detiene hasta que no se alcanza otra región, independientemente de si se ha superado o no la frontera de la región modelada, como se observa en las figuras 4.40 (B3 y B4) a 4.43 (B3 y B4).

4.6. Conclusiones

En este capítulo se ha definido el grado de pertenencia de un píxel a una región difusa a partir del grado de conectividad entre ese píxel y la semilla de la región. Para el cálculo de los caminos óptimos a partir de los que se obtiene la región difusa, se ha presentado un algoritmo basado en el crecimiento de regiones.

Además, se ha propuesto un cambio de enfoque en el problema de la segmentación, basado en obtener un modelo difuso adaptado a las características de la región, que represente la imprecisión en ella de la forma más exacta posible. Para lograrlo se han utilizado las medidas de homogeneidad obtenidas en el capítulo anterior. Mediante un estudio de las diferentes regiones que se pueden encontrar en imágenes reales, y de las regiones difusas que se pueden obtener para cada una según la medida de homogeneidad escogida, se ha determinado qué tipo de medidas de homogeneidad es más adecuado para cada tipo de región. Así se ha concluido que, para regiones con contornos bien definidos, las medidas de homo-

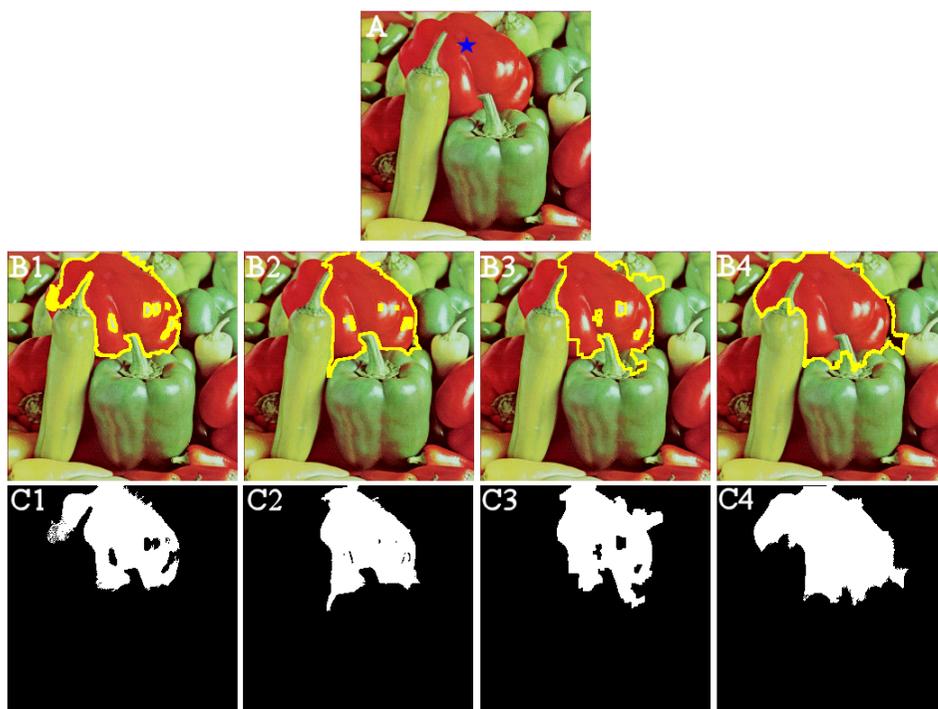


Figura 4.40: A: Región precisa. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.34 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].

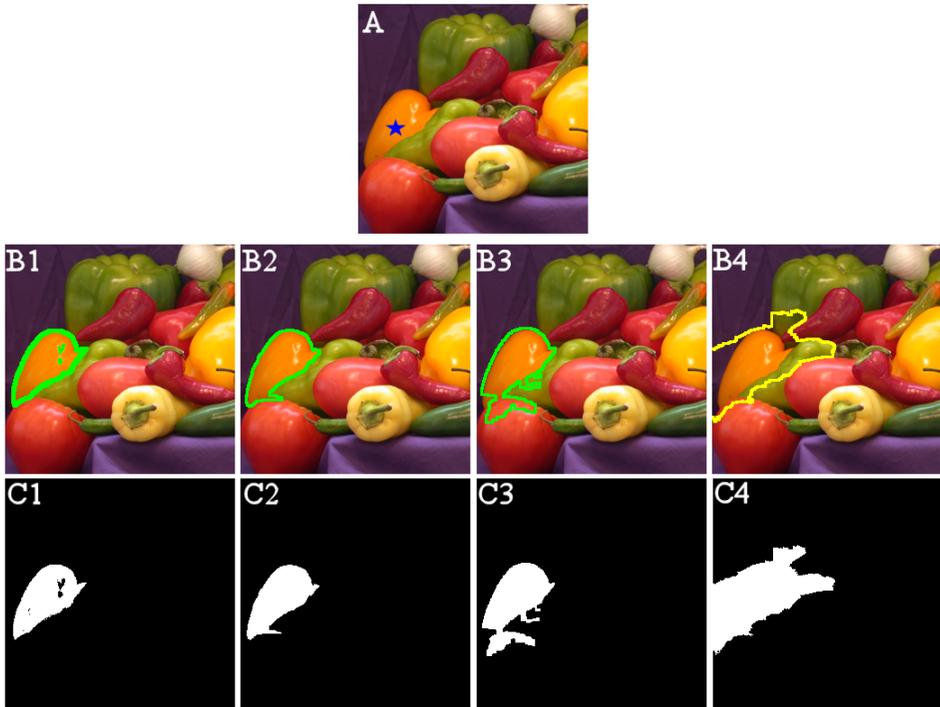


Figura 4.41: A: Región precisa. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].

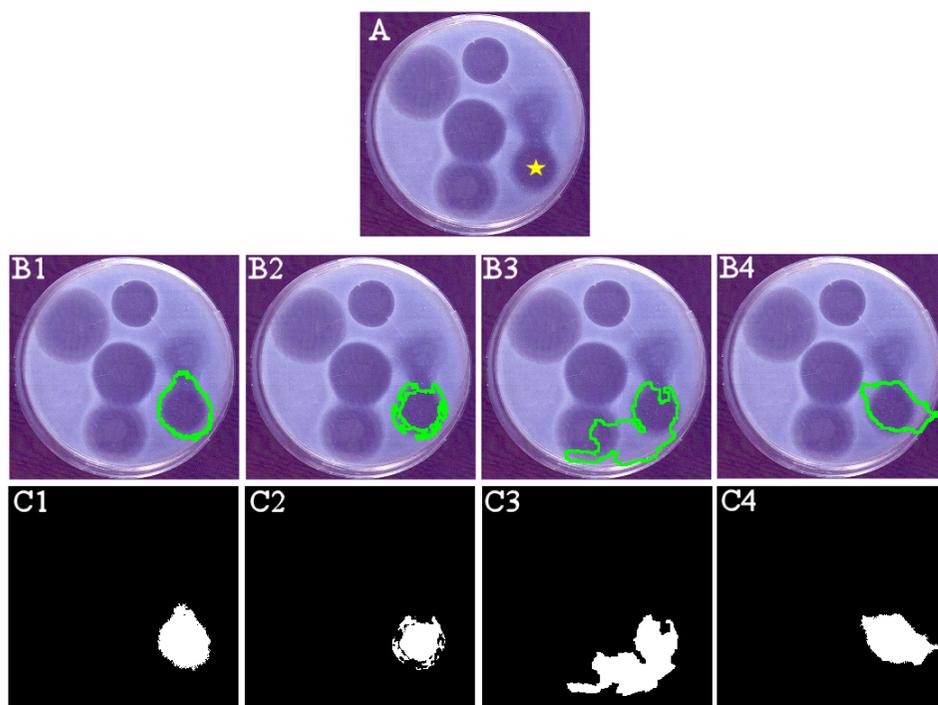


Figura 4.42: A: Región intermedia. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.36 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].

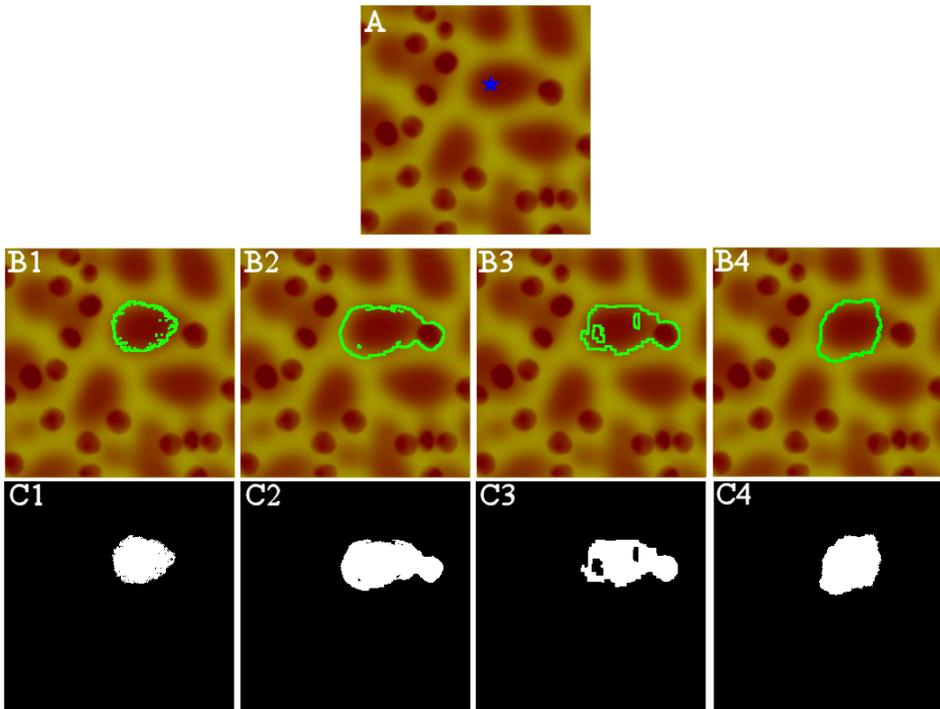


Figura 4.43: A: Región intermedia. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.37 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].

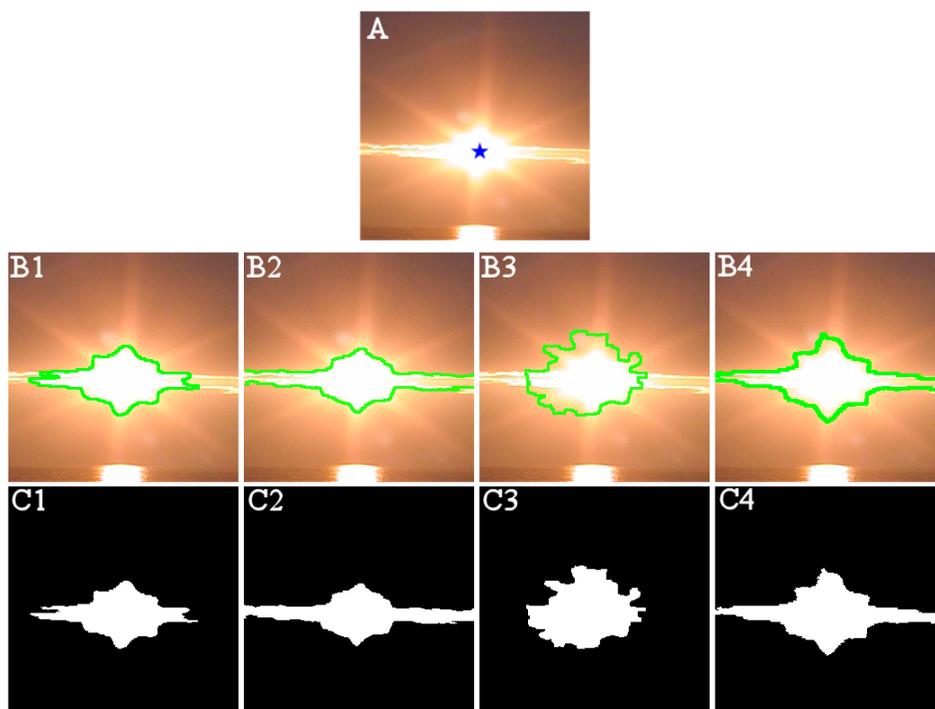


Figura 4.44: A: Región de degradado. B y C: Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.38 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].

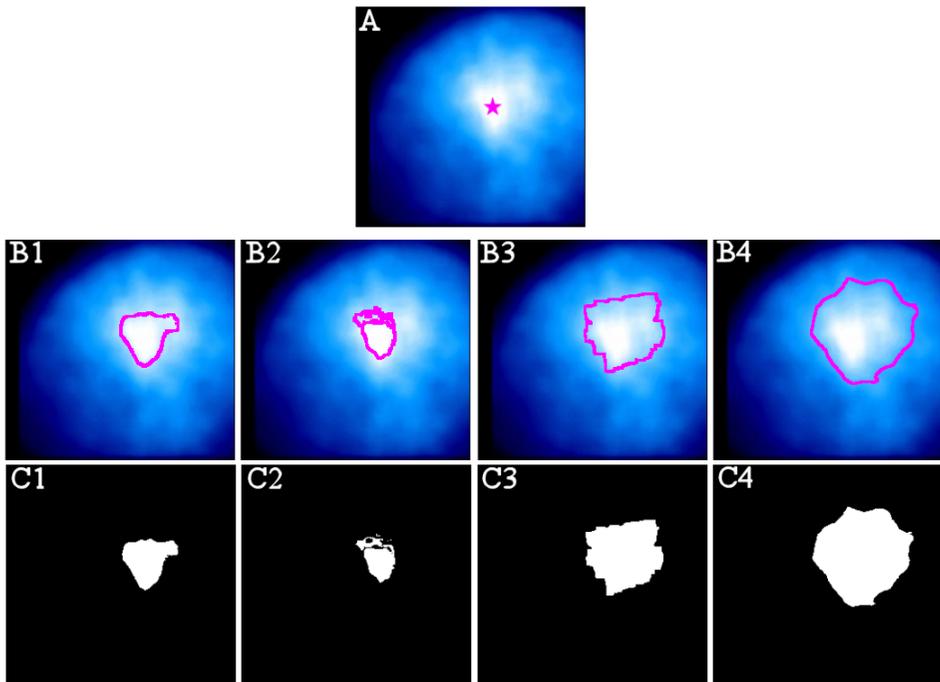


Figura 4.45: A: *Región de degradado*. B y C: *Aproximaciones precisas obtenidas con (1) la técnica propuesta en este capítulo, a partir de la región difusa en la figura 4.39 (B1), (2) la técnica de Foliguet et al. [253] a partir de la región difusa en la figura 4.35 (B2), (3) el resultado de la segmentación de Makrogiannis et al. [206, 207, 209, 210, 213] y (4) el resultado de la segmentación por crecimiento de regiones preciso [59].*

geneidad similares a la t -norma de Weber con $\lambda \rightarrow -1$ son las más adecuadas, mientras que para regiones de degradados, las medidas obtenidas con funciones de agregación como la diferencia acotada permiten obtener modelos difusos más exactos. Las medidas de homogeneidad calculadas con funciones de agregación entre ambas, son adecuadas para las regiones intermedias.

Partiendo de las conclusiones de este estudio, se ha establecido una relación funcional entre el parámetro de la t -norma de Weber y un valor que representa la variación de color en las fronteras en torno a la semilla de la región a modelar. Esta relación funcional permite estimar de forma automática una medida de homogeneidad adecuada para modelar la región.

Finalmente, se ha propuesto una técnica para obtener aproximaciones precisas de una región difusa, basada en buscar los α -cortes de dicho conjunto en los que se producen cambios en la homogeneidad.

Capítulo 5

Segmentación Difusa

Como se vio anteriormente, la segmentación de imágenes consiste en *dividir una imagen en subconjuntos de píxeles semejantes y conectados* [42, 44]. Desde un punto de vista práctico, la segmentación de una imagen es una forma de representar la información presente en ella, en un formato diferente con mayor nivel de abstracción que la mera información dada por los píxeles. Esta representación es utilizada como punto de partida en numerosas aplicaciones de diferentes ámbitos, desde la detección de determinados tipos de células o formaciones en la anatomía humana, en el caso de las imágenes médicas como PET, mamografías, MRI o MRA [33, 73, 111, 115, 137, 160, 171, 186, 214, 219, 279, 334, 336, 347] hasta la localización de calles, manchas en el océano o diferentes tipos de zonas en imágenes aéreas, de satélite o SAR [9, 70, 70, 140, 192, 222, 292, 332, 339], pasando por la segmentación de vídeo [31, 181], las aplicaciones orientadas a la detección de caras [35, 100, 151, 180], la compresión de imágenes [263] o el análisis de la

calidad de los tejidos [194, 343]. Para estas aplicaciones es importante que la representación final de la imagen en forma de segmentación sea lo mejor posible, y modele de forma adecuada y fiel la información sobre las regiones de la imagen.

Como se vio en los antecedentes de esta memoria y en el capítulo 4, existen diferentes efectos derivados de la iluminación, las transparencias o los gradientes de color que las técnicas de segmentación precisas no son capaces de representar. Es por ello que surge la segmentación difusa de imágenes, entendiendo por tal la obtención de *un conjunto de regiones difusas, donde cada región difusa es un subconjunto difuso de píxeles semejantes y conectados, tal que cada píxel de la imagen tiene un determinado grado de pertenencia a dicho subconjunto* [253]. Existen numerosas técnicas de segmentación que se enmarcan dentro de esta definición, sin embargo no todas ellas consideran dos aspectos clave en relación con el problema de la segmentación:

- Por una parte, como se acaba de ver, es importante que la segmentación de la imagen constituya una representación lo más aproximada posible y que refleje las peculiaridades de cada región que hay en ella, adaptándose individualmente a sus características e imprecisión. De esta forma las aplicaciones posteriores podrán contar con una información más acertada.
- Por otra parte, una misma imagen puede ser analizada con diferentes niveles de detalle. Habitualmente al mirar por primera vez una escena, se realiza una observación rápida que permite extraer la información más relevante, carente de detalles, sobre su contenido. En segmentación, esto correspondería a obtener pocas regiones de gran tamaño. Si a continuación se realiza una inspección visual más detenida, se aprecian los detalles de la escena. En este caso la segmentación debe proporcionar un mayor número de regiones de menor tamaño. Según el propósito de las aplicaciones que vayan a hacer uso de la segmentación, es posible que sea necesario obtener ésta en

una determinada escala o nivel de detalle, o incluso en varios de ellos. Esto pone de manifiesto la necesidad de contemplar la naturaleza multiescala de las imágenes a la hora de abordar el problema de la segmentación, mediante técnicas jerárquicas.

Respecto a la primera cuestión, existen numerosas técnicas de segmentación que, aún proporcionando una segmentación difusa, no se adaptan a las peculiaridades de cada región, por lo que los resultados que proporcionan no representan la información de la imagen de una forma todo lo exacta que cabría esperar. Este problema se puede resolver con técnicas como la propuesta en el capítulo 4. Siguiendo esta propuesta se puede afrontar la segmentación de imágenes aplicando sobre cada región de la misma un modelado individual que permita adaptarse a la imprecisión propia de cada una.

Esta técnica, al igual que todas las basadas en regiones, requiere la selección de un conjunto inicial de semillas, lo cual no es una cuestión trivial [35, 109, 117, 130, 136, 284, 314], que será necesario resolver de cara a obtener una segmentación difusa de la imagen. En la mayoría de los casos se parte de un número excesivo de semillas, muchas de las cuales están situadas en distintas posiciones de una misma región, lo que muestra la necesidad de realizar una selección de las mismas. Para ello se pueden aprovechar las técnicas aplicadas para ajustarse a la imprecisión de las regiones. Además, con la propuesta que se realizará para contemplar la naturaleza multiescala de las imágenes, se pueden aliviar los problemas derivados de una posible sobre-siembra.

En lo que se refiere a este segundo aspecto a considerar, según cuál sea la información de interés, las técnicas de segmentación deberán centrarse en representar regiones con diferente granularidad. Para referirse a los distintos niveles de detalle con que se puede analizar una imagen existen varios términos que representan una misma idea aunque con diferentes matices: cuando se analiza una imagen con poco detalle, se está trabajando a una escala grande o un grado de

precisión o nivel de granularidad bajo, en el que una segmentación posee pocas regiones de gran tamaño. Si por el contrario se pretende tener un nivel alto de detalle, se ha de trabajar a pequeña escala o con un grado de precisión o nivel de granularidad alto, que en segmentación se traduce en tener un gran número de pequeñas regiones.

Aunque es patente la necesidad de tener en cuenta la naturaleza multiescala de las imágenes, no siempre se tiene en cuenta al abordar la segmentación, ya que en la mayoría de los casos se obvia este hecho o se asume que interesa un determinado nivel de detalle, habitualmente el de mayor o menor precisión [16, 49, 55, 86, 125, 203, 247, 284, 287, 315, 328]. No obstante, son numerosas las propuestas que lo tienen en cuenta, aplicando algoritmos jerárquicos [28, 29, 78, 133, 143, 160, 205, 229, 322], cuyo ejemplo más básico es el de fusión de regiones [79, 107, 121, 212, 330], para obtener una segmentación con mayor granularidad en regiones que requieran más precisión. Sin embargo, la mayoría de estas propuestas utilizan información de varias escalas para obtener cada región de la imagen, proporcionando al final una única segmentación de la misma. También existen técnicas que realizan un análisis multiescala [26,40,142,211,213, 260,278,339], en el que se parte de una segmentación base con máximo (mínimo) nivel de detalle, y en cada escala se obtiene una segmentación diferente mediante la fusión (división) de regiones del nivel anterior o la aplicación de una métrica diferente. No obstante, la mayoría de estas propuestas - que suelen estar pensadas para un determinado tipo de aplicación, como la recuperación de imágenes o el estudio de imágenes astronómicas, de sonar o SAR - proporcionan como salida una jerarquía de segmentaciones precisas, por lo que sufren las mismas limitaciones que éstas en cuanto a su capacidad para representar diferentes fenómenos (iluminación, degradados,...) que se dan en imágenes reales.

En este capítulo se extenderá esta filosofía al ámbito difuso, de forma que dada una segmentación difusa que se ajuste a la definición 2.4, independientemente

del algoritmo con el que se haya calculado, se puedan obtener a partir de ella diferentes segmentaciones difusas correspondientes a distintos niveles de detalle de la imagen. Para ello, se definirá una jerarquía anidada de segmentaciones difusas, que formalice esta filosofía y que permita obtener una segmentación difusa en cada nivel.

La estructura de este capítulo es la siguiente: en la sección 5.1 se muestra una forma de obtener la segmentación difusa, que se adapta a las características de cada región de la imagen. En esta propuesta se abordará también el problema de la siembra inherente a las técnicas basadas en regiones. La segmentación obtenida en la primera sección podrá ser utilizada como nivel base de la jerarquía que se formalizará en la sección 5.2. En dicha sección se define una jerarquía anidada de segmentaciones difusas, cada una con un nivel de detalle diferente, y se propone un algoritmo para calcularla. Finalmente, en las secciones 5.3 y 5.4 se mostrarán los resultados obtenidos con estas propuestas y las conclusiones que se pueden extraer a partir de ellos, respectivamente.

5.1. Metodología para Obtener una Segmentación Difusa

Entre las técnicas de segmentación que aplican la Lógica Difusa, son las basadas en regiones las que proporcionan como resultado una segmentación difusa de acuerdo a la definición 2.4, ya que las basadas en agrupamiento difuso obtienen conjuntos difusos de colores, y las basadas en fronteras obtienen el grado en que un píxel puede estar en una frontera [22, 102]. Sin embargo, como se vio anteriormente, las regiones difusas obtenidas con las técnicas basadas en regiones propuestas hasta ahora no siempre proporcionan resultados todo lo exactos que cabría esperar, debido a que fijan una misma métrica para toda la imagen, independientemente de las características de las regiones a representar. Esto perjudica al resultado final y la representación de la imagen a través de las regiones en ella.

En esta sección se realizará una propuesta para obtener una segmentación de la imagen que represente las características de sus regiones lo mejor posible. Para ello, en el apartado 5.1.1 se planteará la segmentación como un proceso de modelado individual de las regiones representadas por un conjunto de semillas, cuya selección se abordará en el apartado 5.1.2.

5.1.1. Segmentación Inicial

Nuestra propuesta, al ser una técnica basada en regiones, parte de un conjunto de semillas iniciales $\mathcal{S} = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$, representativas de las regiones difusas que se quiere obtener. La idea básica consiste en aplicar el algoritmo 4 sobre cada una de las semillas del conjunto \mathcal{S} .

Dada una semilla $r_i \in \mathcal{S}$, se aplica dicho algoritmo para calcular un camino óptimo desde cada píxel, p , de la imagen hasta la semilla, y se utiliza la ecuación 4.1 para calcular su grado de pertenencia a la región difusa \tilde{R}_{r_i} . Repitiendo este proceso para cada una de las semillas en \mathcal{S} , se obtendrá el grado de pertenencia de cada píxel de la imagen a cada región difusa; es decir, se obtendrá el conjunto de regiones difusas $\tilde{\Theta} = \{\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_m\}$ que constituyen la segmentación difusa de la imagen. Esta idea es la que se plasma en el algoritmo 5.1.1. En él, la función *RegiónDifusa* implementa el algoritmo 4 propuesto en el capítulo 4 para calcular una región difusa siguiendo una metodología basada en caminos.

En las figuras 5.1 y 5.2 se ha aplicado el algoritmo 5.1.1 para obtener las regiones difusas correspondientes a unas semillas ubicadas a mano, utilizando la automatización de la sección 4.3 para seleccionar una medida de homogeneidad adecuada para cada región. En la imagen (A) de dichas figuras se muestra la imagen original con las semillas destacadas mediante un cuadrado. Las imágenes 5.1 (B1 y B2) y 5.2 (B1 a B3) muestran el conjunto difuso obtenido para cada semilla, mientras que las imágenes 5.1 (C) y 5.2 (C) muestran una composición de las regiones difusas. Esta composición se ha obtenido superponiendo mediante

Algoritmo 5.1.1: Algoritmo de Segmentación Difusa

Entrada:

1. Imagen \mathcal{I} de tamaño $N \times M = n$.
2. Conjunto Inicial de Semillas \mathcal{S} .

Notación:

$\tilde{\Theta}$: Conjunto de regiones difusas.

Inicialización

$$\tilde{\Theta} = \emptyset$$

Para cada semilla, $r_i \in \mathcal{S}, i \in \{1, \dots, m\}$

$$\tilde{R}_i = \text{RegiónDifusa}(r_i, \mathcal{I})$$

$$\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta} \cup \{\tilde{R}_i\}$$

transparencias las regiones difusas. A cada una de ellas se le ha asignado un color diferente y cada píxel se ha pintado del color que se obtiene al utilizar su grado de pertenencia a cada región como el grado de transparencia de cada capa.

El cálculo de la segmentación difusa completa según el algoritmo 5.1.1, debe repetir el proceso indicado en el algoritmo 4 tantas veces como semillas haya. Puesto que el orden de eficiencia de éste era $O(n \log n)$, el coste computacional de la segmentación completa será de orden $O(m \cdot n \log n)$, donde m es el número de semillas y n el número de píxeles de la imagen.

Los resultados del algoritmo 5.1.1, como se indicó en la sección 4.1 dependen de dos factores: por una parte, de la medida utilizada para calcular la función de pertenencia a cada región, que influye en la forma en que la región difusa obtenida representa la imprecisión y se adecúa a la región; por otra parte, también depende de la ubicación de las semillas, que determina qué regiones se van a extraer. Mediante la automatización propuesta en la sección 4.3, es posible adaptarse a la imprecisión propia de cada región, abordando así el primero de los factores. En cuanto al segundo, una adecuada ubicación de las semillas es crucial para obtener buenos resultados en la segmentación, por lo que en el siguiente apartado se abordará el problema de la siembra.

5.1.2. Selección de Píxeles Semilla

La bondad de la representación final de la imagen a través de sus regiones, dependerá en gran medida de que las semillas escogidas sean buenas representantes de las regiones en la imagen. Sin embargo, determinar cuál será el conjunto de semillas a partir de las que se obtendrán las regiones de la imagen no es una cuestión trivial [284]. En un caso ideal, habrá una única semilla en cada una de las regiones que visualmente se distinguen, y estará centrada en la misma. Sin embargo no es fácil conseguir una siembra inicial así ya que, independientemente de si se seleccionan para una técnica precisa o difusa, se pueden dar distintos problemas, que

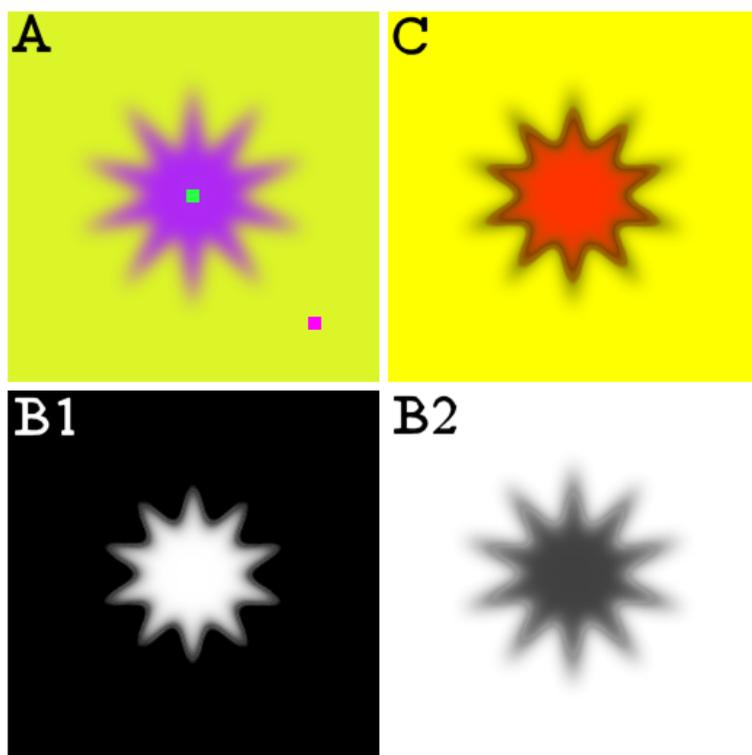


Figura 5.1: Resultados del algoritmo 5.1.1 de segmentación difusa. A: Imagen original con cuadrados marcando las semillas. B1-2: Regiones difusas obtenidas para cada semilla. C: Composición de las regiones difusas en una sola imagen.

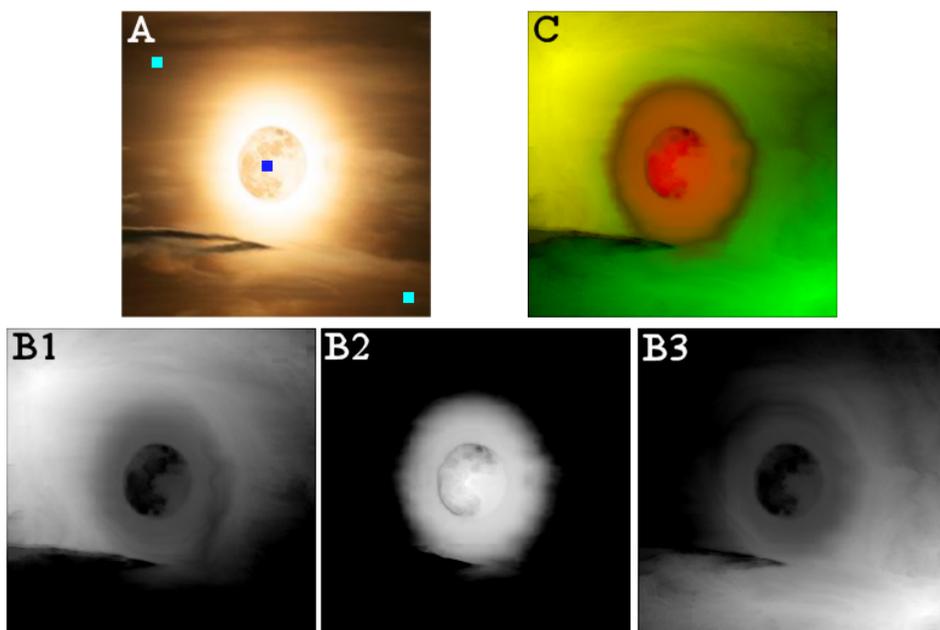


Figura 5.2: Resultados del algoritmo 5.1.1 de segmentación difusa. A: Imagen original con cuadrados marcando las semillas. B1-3: Regiones difusas obtenidas para cada semilla. C: Composición de las regiones difusas en una sola imagen.

se ilustran en la figura 5.3:

- Puede ser que haya alguna región dentro de la cual no se haya situado ninguna semilla, como en la figura 5.3 (A1, A2). En una segmentación precisa, esa región quedará incluida dentro de alguna vecina. En la segmentación difusa, lo que ocurrirá es que no tendrá un soporte propio, sino que estará incluida en el soporte de otra u otras regiones difusas.
- Si dentro de lo que se percibe como una misma región se colocan varias semillas, como es el caso de la figura 5.3 (B1, B2), en el resultado de una segmentación precisa esa región quedará fragmentada en tantas regiones como semillas haya en ella, mientras que en una segmentación difusa se obtendrían tantos conjuntos difusos para esa región como semillas haya, con la consiguiente replicación de información.
- Otro problema, en la figura 5.3 (C1, C2), se da cuando hay una semilla en una región pero está situada muy cerca del contorno de la misma. Esto podría dar lugar a que puntos cercanos a la semilla pero poco homogéneos, incluso más allá del contorno de la región, pertenezcan a la misma con mayor grado que otros más homogéneos pero lejanos respecto a la semilla.

Una selección de semillas realizada a mano podría proporcionar una siembra ideal, que asegure la presencia de una única semilla en el centro de cada región de interés [276]. Habitualmente, se suele tomar como referencia la siembra realizada por usuarios expertos, según el ámbito de las imágenes [195], aunque una siembra así es incómoda y tediosa de realizar. Es por ello que resulta necesario buscar técnicas que de forma automática realicen una siembra lo más parecida posible a la ideal, a la realizada por un usuario experto.

A pesar de que el problema de la siembra automática inicial es bien conocido, en la literatura son pocas las propuestas específicas para realizarla, puesto que la

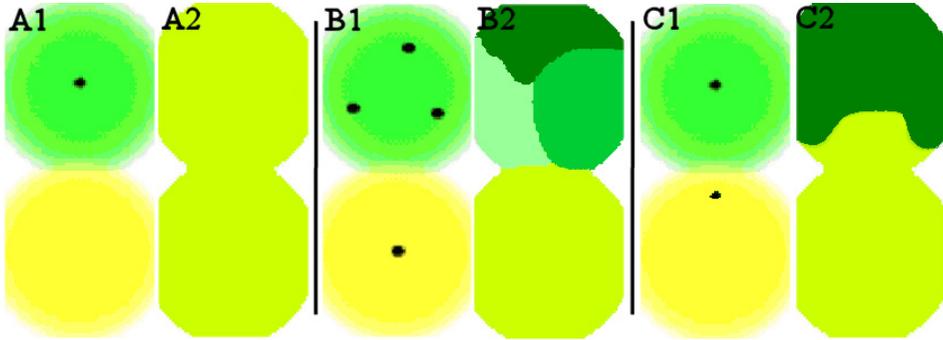


Figura 5.3: Ejemplos de semillas mal situadas. A1, B1, C1: Imagen original con las semillas. A2, B2, C2: Resultado de una segmentación. A: Falta una semilla en una región. B: Hay varias semillas en la misma región. C: La semilla está mal situada.

mayoría de los algoritmos de segmentación basados en regiones suponen la existencia de un conjunto inicial de semillas, sin especificar cómo se han obtenido éstas [4, 87, 353]. Hay casos en los que se opta por fijar un tamaño de ventana, por ejemplo 3×3 y situar una semilla en el centro de cada ventana [177], aunque esta alternativa no se acerca al caso ideal, pues no se tiene en cuenta ninguna información sobre las regiones de interés. También existen propuestas que se sitúan justo en el extremo contrario, como las del entorno de la imagen médica [109, 314, 323, 326], o de detección de caras [35, 151] que se basan en el conocimiento previo de las regiones que se pretende obtener y sus características. El inconveniente de estas técnicas es que no se pueden generalizar para cualquier tipo de regiones.

Las escasas propuestas que abordan de forma directa el problema de obtener una siembra inicial independientemente del tipo de imagen, lo hacen basándose en una pre-segmentación. Una propuesta de este tipo es la de Ikonomakis et al. [130],

que consiste en realizar un estudio multiescala de la varianza en las componentes cromáticas, definiendo umbrales de varianza en la componente de tono tales que cuando se alcancen en una escala, se sitúa una semilla en la zona correspondiente. El inconveniente de esta opción es que el estudio de las escalas se hace mediante *quadtree*, con lo que una siembra de este tipo responde a regiones formadas por bloques cuadrados. Otra opción, propuesta por Shih et al. [284], es definir una serie de criterios que deba cumplir una semilla y suponer que cada punto de la imagen es una semilla para, a continuación, realizar un proceso de crecimiento de regiones en el que se unan aquellos puntos que cumplen dichos criterios. De este forma, se obtendrá un conjunto de regiones-semillas, que serán la base del posterior proceso de segmentación. Una alternativa diferente es realizar un estudio de los contornos, de modo que mediante operaciones morfológicas sobre ellos se encuentren regiones cerradas en cuyos centroides situar las semillas [86]. El principal inconveniente de estas dos últimas propuestas es que requieren la ejecución de un proceso de segmentación previo al de segmentación propiamente dicho, con el consiguiente coste computacional.

En la mayoría de los casos, para evitar el coste que suponen estas propuestas, se suele optar por ubicar las semillas en los mínimos locales del gradiente de intensidad, que por su simplicidad es la opción más extendida [29,253,262], o de color, como los propuestos por [102,197]. También es posible encontrar propuestas que realizan una siembra en posiciones aleatorias de la imagen [136]. El inconveniente de estas siembras es que dan lugar a un número excesivo de semillas, lo que se suele conocer como *sobre-siembra*.

En este apartado se realizará una propuesta para, dado el conjunto de semillas resultante de una sobre-siembra, seleccionar un subconjunto de ellas que sea suficiente para representar las regiones en la imagen. En el esquema 5.4, se numeran los pasos que se seguirán en este estudio: 1) en primer lugar, se determinarán las características que debería tener una semilla para estar en este conjunto y, en base

a ellas, 2) se definirá un criterio de bondad que permita ordenarlas. Partiendo de esta ordenación, 3) se propondrá un algoritmo que seleccione la de mayor bondad entre aquellas que representan una misma región de la imagen. De esta forma, se podrá obtener un conjunto que, idealmente, debería tener una única semilla centrada en cada región de la imagen.

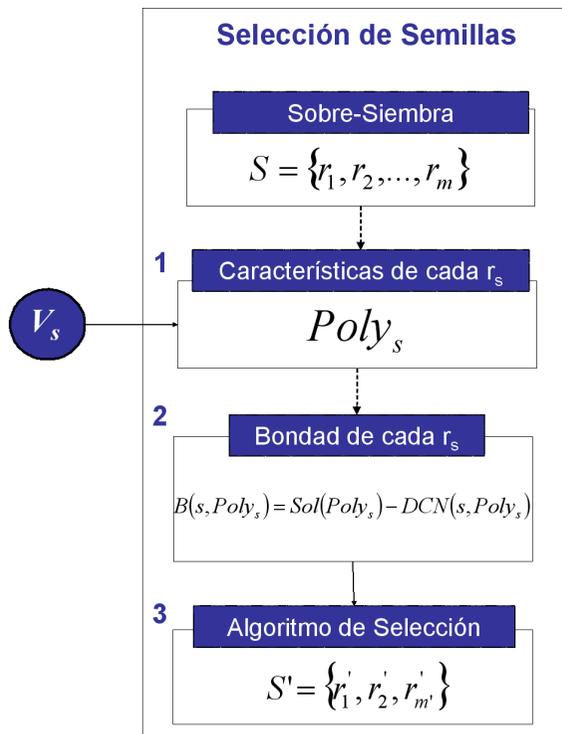


Figura 5.4: Esquema resumiendo los pasos seguidos en este apartado.

1) Características de las Semillas

La idea básica que se persigue es establecer un criterio de bondad que permita, dadas varias semillas para una misma región, establecer un orden de preferencia entre ellas. Si se dijera a un usuario que eligiera entre dos semillas dadas para una misma región, lo que intuitivamente haría es localizar los contornos de la misma y ver cuál de ellas se encuentra más centrada respecto al contorno, asignándole a ésta mayor bondad. El criterio que guía esta ordenación es lo centrada que se encuentre una semilla respecto a la región de interés. En la figura 5.5 se muestra un ejemplo de ello. En dicha figura se observan diversos casos de semillas que se pueden encontrar en una siembra inicial. En cada región se encuentran varias semillas, entre las cuales se ha marcado con un círculo de color azul aquellas a las que intuitivamente se les asignaría mayor bondad, mientras que con un cuadrado naranja se representan las menos preferibles.



Figura 5.5: Ejemplos de semillas en una imagen. Círculos azules: Semillas mejor situadas para representar la región a su alrededor. Cuadrados naranja: Semillas menos preferibles.

Tomando este criterio como base para definir la medida de bondad, surge el

problema de localizar los contornos de la región, ya que en este punto del procesamiento aún no se han definido las regiones ni la posición de sus fronteras. Es aquí donde la mayoría de las propuestas que se encuentran en la literatura se ven obligadas a realizar una pre-segmentación de la imagen [86, 284].

Para evitarlo, proponemos realizar una aproximación a la región utilizando para ello la estimación de la posición de las fronteras en torno a la semilla, que se propuso en la sección 4.3.1 para determinar un valor representativo de la imprecisión en la región. La idea es, dada una semilla r_s , utilizar el conjunto formado por el primer punto de variación relevante en cada uno de los n caminos estudiados, $\mathcal{V}_s = \hat{v}_{s1}, \hat{v}_{s2}, \dots, \hat{v}_{sn}$, para construir un polígono que sirva de aproximación a la región. Evidentemente esta aproximación es muy poco exacta a la hora de describir la región. Sin embargo, resulta muy útil para determinar si una semilla se encuentra o no centrada respecto a las fronteras que la rodean.

Este polígono, que se notará $Poly_s$, se forma uniendo en el sentido contrario al de las agujas del reloj (de 0 a 360 grados) los puntos del conjunto \mathcal{V}_s que rodean a la semilla r_s . En las figuras 5.6 (A-F) y 5.7 (A-F) se ha marcado con una línea blanca el polígono que se obtiene para cada una de las semillas de la figura 5.5, destacadas con un cuadrado cyan.

Traduciendo a términos de este polígono el criterio intuitivamente seguido con la región, la bondad de una semilla dependerá de lo centrada que se encuentre respecto al polígono que la rodea. Ahora bien, se puede dar el caso de que una semilla esté próxima a una frontera, con lo que debería tener una bondad baja, pero que se encuentre muy centrada respecto a su polígono. Este caso se da, por ejemplo, en la figura 5.7 (E, F). En estos casos el polígono en torno a la semilla suele tener una forma irregular, poco convexa y sólida. Teniendo esto en cuenta, una semilla deberá tener mayor bondad cuanto:

- más centrada se encuentre respecto a su polígono y

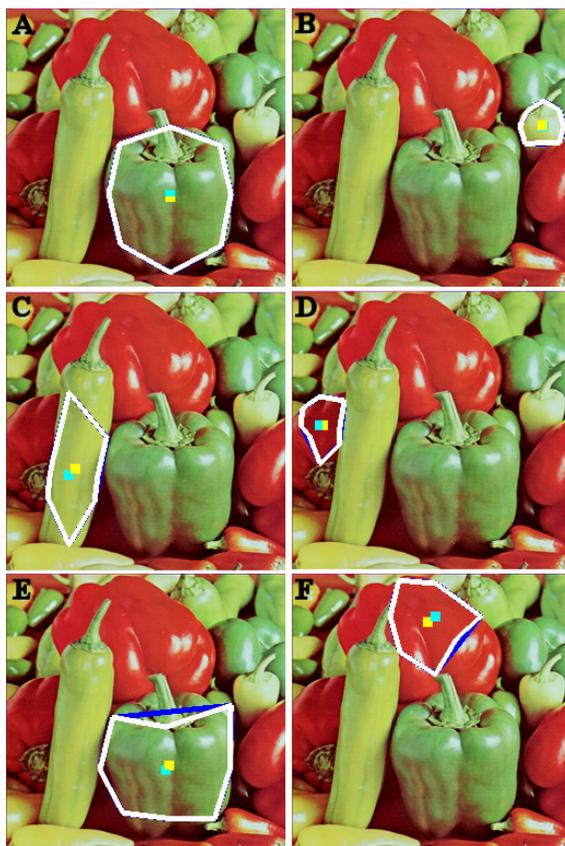


Figura 5.6: Semillas mejor situadas, marcadas con un cuadrado cyan. Línea blanca: Polígono formado al unir los puntos de \mathcal{V}_s en sentido contrario a las agujas del reloj. Cuadrado amarillo: Posición de su centroide. Línea azul: Polígono convexo.

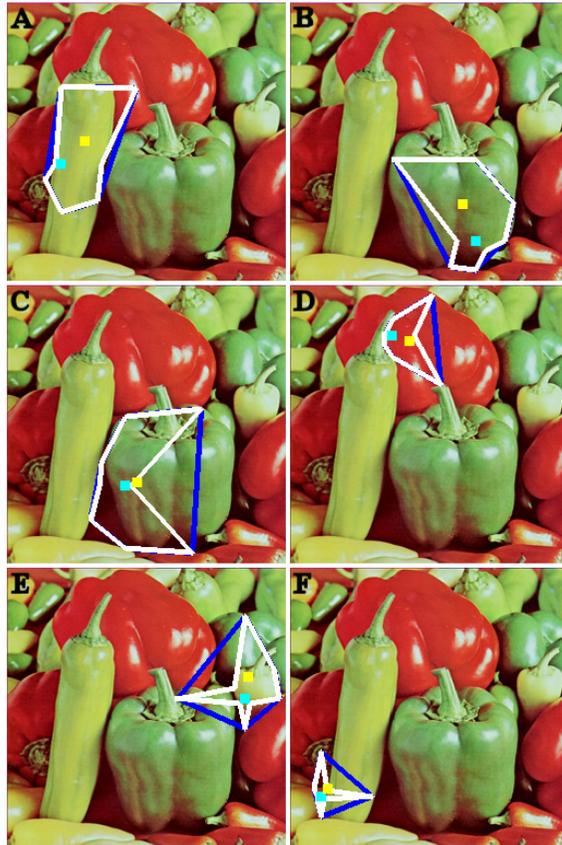


Figura 5.7: Semillas peor situadas, marcadas con un cuadrado cyan. Línea blanca: Polígono formado al unir los puntos de \mathcal{V}_s en sentido contrario a las agujas del reloj. Cuadrado amarillo: Posición de su centroide. Línea azul: Polígono convexo.

- más convexo y sólido sea éste.

Partiendo de esta base será necesario encontrar medidas que permitan evaluar estas características para una semilla y su polígono, con el fin de utilizarlas en la definición de la medida de bondad. En la literatura se pueden encontrar distintas medidas que dan información sobre la forma de un polígono [59]. Un gran número de ellas se basa en la comparación con el polígono convexo que lo envuelve: el menor polígono que, siendo convexo, contiene todos los puntos de un conjunto dado. En las figuras 5.6 (A a F) y 5.7 (A a F), se destaca con una línea azul el polígono convexo correspondiente a cada caso. Además, se ha marcado con un cuadrado amarillo la posición del centroide del polígono *Poly_s*, también utilizada en dichas medidas. Algunas de ellas, que pueden tener interés de cara a la selección de semillas, se resumen en la tabla 5.1, donde se indica cómo se calcula cada una. Estas medidas, salvo las tres primeras, son adimensionales. Además, en la tabla 5.2, se muestra la magnitud de cada una de las medidas consideradas para cada semilla de las figuras 5.6 (A-F) y 5.7 (A-F). A continuación se comenta la información que proporciona cada una, y su utilidad:

- *Centroide*: en geometría, “el centroide o baricentro de un objeto X perteneciente a un espacio n-dimensional es la intersección de todos los hiperplanos que dividen a X en dos partes de igual cantidad de movimiento con respecto al hiperplano”. Desde un punto de vista práctico, se puede calcular como el promedio de todos los puntos de X. De forma intuitiva, es el punto del que habría que colgar una forma para que se quedase equilibrada. Calculando *la distancia entre él y las coordenadas de la semilla*, podemos saber si ésta se encuentra centrada o no. En las imágenes de la figura 5.6, se observa que la posición del centroide y la de la semilla están muy próximas, mientras que en los ejemplos de la figura 5.7, correspondientes a semillas menos preferibles, se encuentran separados. Por tanto, interesa que la distancia entre estos

puntos, el centroide y la semilla, sea lo mínima posible. A la hora de definir la medida de bondad, habrá que tratar de no favorecer a regiones grandes frente a pequeñas, puesto que se podría perder información sobre regiones de interés en la imagen. Si se utiliza la distancia al centroide directamente, se estaría favoreciendo las regiones pequeñas frente a las grandes, ya que no es lo mismo una distancia de 5 píxeles cuando la una región tiene un tamaño de 10×10 píxeles que cuando es de 100×100 . Por tanto, será necesario normalizar esta distancia, y para ello se puede utilizar el radio máximo, que se define a continuación.

- *Radio Máximo*: proporciona una aproximación al tamaño de la región. Es la mayor de las distancias entre el centroide de la región y un punto del contorno de la misma. Se ha propuesto utilizar este valor para normalizar la distancia entre la semilla y el centroide, ya que es la mayor distancia teórica que puede haber entre ambos puntos.
- *Área*: indica el tamaño de una región en número de píxeles. Con esta medida, se favorece las regiones grandes frente a las pequeñas, incluso aunque sus semillas estén peor ubicadas, como sucede con en los ejemplos de las imágenes 5.6 (B) y 5.7 (F), por lo que no es conveniente utilizarla en la medida de bondad.
- *Excentricidad*: da información sobre cómo de alargado es el polígono. Se mide como la excentricidad de una elipse con los mismos momentos de segundo orden que el polígono, calculada como la razón entre el eje mayor y el menor de dicha elipse. Su valor varía entre 0 y 1, siendo 0 para una circunferencia. Si se utilizase esta medida, se favorecería regiones con forma determinada, alargadas si se maximiza o redonda si se minimiza, al igual que sucede con otras medidas de forma como la *redondez*, la *curvatura* o la *razón de aspecto*.

- *Factor de forma*: mide el grado en que está deformado el contorno de una región. Su magnitud varía con las irregularidades que presenta una determinada forma, pero no con su envergadura ni su redondez. En un principio, se podría pensar en utilizar esta medida para el cálculo de la bondad; sin embargo, dado que se trabaja con polígonos, el número máximo de irregularidades en su contorno está limitado por el número máximo de vértices, que es igual para todas las semillas, por lo que en la práctica no permite establecer una ordenación en términos de bondad.
- *Grado de Compactación*: muestra en qué medida los puntos de una forma se encuentran dispersos respecto a su centro: cuanto menor sea la dispersión, mayor será el grado de compactación de la forma. Es evidente, que las formas para las cuales la distancia de todos los puntos a su centro es mínima son las circulares, o similares como hexágonos, octógonos,... Por tanto, esta medida va a tender a favorecer regiones con dichas formas.
- *Convexidad*: permite saber si una forma tiene irregularidades en su contorno, midiendo el grado en que ésta se parece a su polígono convexo, mediante la razón entre el perímetro del polígono convexo y el de la forma. A priori, se podría pensar que cuanto mayor sea, mejor será la semilla; sin embargo, como se observa en la tabla 5.2, hay ejemplos como el de la figura 5.7 (B, C) que tienen un valor alto de convexidad, debido a que las irregularidades en el contorno hacen que el perímetro de $Poly_s$ se aproxime o sea mayor que el del polígono convexo.
- *Solidez*: compara el área de un polígono con la de su polígono convexo. Esta medida mejora, de cara a la selección de semillas, la información dada por la convexidad. Mediante la razón entre el área del polígono y la del polígono convexo se puede saber si el polígono tiene huecos en su interior o irregularidades en su contorno; es decir, si se trata de una forma compacta.

Su rango es $[0, 1]$, siendo 1 el valor máximo. Como se aprecia en la tabla 5.2, las semillas que interesa seleccionar tienen una solidez elevada. Algunas ventajas de esta medida son que está normalizada y no influye en ella el tamaño de la región ni favorece un tipo de forma frente a otras.

Puesto que la excentricidad, la redondez, la curvatura, la razón de aspecto y la compactación favorecen regiones con un determinado tipo de forma, quedan descartadas para utilizarlas en la medida de bondad. También hay que descartar el área, ya que favorece a las regiones según su tamaño. El factor de forma tampoco sirve de cara a la medida de bondad, ya que en polígonos con un determinado número máximo de vértices la deformación de su contorno va a ser poco distintiva. La solidez y la convexidad miden informaciones similares, aunque ya se ha visto que hay casos en que la convexidad no se comporta como cabría esperar. Quedan por tanto la distancia normalizada al centroide y la solidez, que serán las medidas seleccionadas para el cálculo de la bondad, ya que no favorecen ningún tipo de región y que permiten distinguir semillas de acuerdo a los criterios de bondad antes fijados.

Las imágenes (A a F) de las figuras 5.6 y 5.7, se han dispuesto de modo que la ordenación de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo de las mismas sea una aproximación a lo que se obtendría si, de forma intuitiva, se ordenaran las semillas de mayor a menor bondad, atendiendo a los criterios antes mencionados: lo centradas que se encuentran y lo sólido que es su polígono. De este modo, observando la tabla 5.2, es más sencillo determinar qué medidas permiten establecer un orden de preferencia entre semillas.

En la tabla 5.2 se observa que las medidas elegidas toman valores acordes a la ordenación seguida en las figuras 5.6 y 5.7. La *distancia normalizada al centroide*, que notaremos DNC , es de orden de 10^{-2} para las semillas que se consideran preferibles y de 10^{-1} para las otras, mientras que la solidez se encuentra por debajo de 0.9 para las que intuitivamente deben tener menor bondad. El resto de las

Medida	Ecuación	Rango	Favorece un tipo de Región
Centroide	$Cent(Poly_s) = \left(\frac{\sum_{r_i \in Poly_s} x_i}{AreaPoly_s}, \frac{\sum_{r_i \in Poly_s} y_i}{AreaPoly_s} \right)$	Coordenadas en \mathcal{I}	No
Radio Máximo	$RM(Poly_s) = \max_{\hat{v}_s^i \in \mathcal{V}_s} \{ \ \hat{v}_s^i - r_s\ \}$	$[0, \sqrt{M^2 + N^2}]$	Si
Distancia Normalizada al Centroide	$DNC(r_s, Poly_s) = \frac{\ Cent(r_s) - r_s\ }{RM(r_s)}$	$[0, 1]$	No
Area	$Area(Poly_s) = \sum_{r_i \in Poly_s} 1$	$[0, M \times N]$	Si
Excentricidad	$Exc(Poly_s) = \frac{Longitud\ del\ eje\ mayor}{Longitud\ del\ eje\ menor}$	$[0, 1]$	Si
Factor de Forma	$FF(Poly_s) = \frac{4\pi Area}{Perimetro^2}$	$[0, 1]$	Si
Compactación	$Comp(Poly_s) = \frac{\sqrt{\frac{4}{\pi^2} Area}}{Máximo\ Diámetro}$	$[0, 1]$	No
Convexidad	$Conv(Poly_s) = \frac{Perimetro\ Convexo}{Perimetro}$	> 0	No
Solidez	$Sol(Poly_s) = \frac{Area}{Area\ Convexa}$	$[0, 1]$	No

Tabla 5.1: Algunas medidas que se pueden tomar sobre un polígono para medir los criterios que determinan la bondad de una semilla.

Figura (Imagen)	<i>DNC</i>	<i>Area</i>	<i>Exc</i>	<i>FF</i>	<i>Comp</i>	<i>Conv</i>	<i>Sol</i>
5.6 (A)	0.03	11530.0	0.49	0.61	2.82	1.00	0.99
5.6 (B)	0.07	1246.0	0.35	0.64	2.77	1.01	0.97
5.6 (C)	0.11	4466.0	0.93	0.38	1.67	1.00	0.97
5.6 (D)	0.09	1659.0	0.77	0.52	2.29	1.00	0.94
5.6 (E)	0.06	9918.0	0.61	0.57	2.50	0.96	0.92
5.6 (F)	0.16	4440.0	0.44	0.49	2.78	1.00	0.95
5.7 (A)	0.31	5829.0	0.89	0.47	2.25	1.00	0.89
5.7 (B)	0.33	6128.0	0.78	0.41	2.31	0.98	0.85
5.7 (F)	0.11	6748.0	0.85	0.26	2.00	0.81	0.62
5.7 (D)	0.26	1791.0	0.81	0.26	2.08	0.90	0.68
5.7 (E)	0.26	2557.0	0.70	0.22	1.69	1.02	0.49
5.7 (F)	0.20	579.0	0.71	0.16	1.38	1.07	0.34

Tabla 5.2: Magnitud de las medidas en la tabla 5.1, para cada una de las semillas en las figuras 5.6 y 5.7.

medidas no presentan valores en su magnitud que se correspondan con la ordenación intuitiva hecha sobre las semillas.

2) Medida de la Bondad de una Semilla

Tomando como punto de partida las medidas elegidas, habrá que seleccionar aquellas semillas para las que la distancia normalizada entre el centroide y las coordenadas de las semillas, *DNC*, sea mínima y la solidez máxima. Algunas funciones que permiten minimizar y maximizar respectivamente y de forma simultánea dichos valores son la diferencia o la razón entre ambos valores, como muestran las ecuaciones 5.1 y 5.2. No obstante, hay que tener en cuenta los dis-

tintos órdenes de magnitud que presentan dichas medidas según las semillas que se traten: para las de menor bondad, ambas son de orden 10^{-1} , mientras que para las de mayor bondad la DNC es de orden 10^{-2} y la solidez de orden 10^{-1} .

$$\mathcal{B}1(r_s, Poly_s) = Sol(Poly_s) - DNC(r_s, Poly_s) \quad (5.1)$$

$$\mathcal{B}2(r_s, Poly_s) = \frac{Sol(Poly_s)}{DNC(r_s, Poly_s)} \quad (5.2)$$

Teniendo esto en cuenta, la diferencia entre ambas magnitudes podría dar un valor de bondad alto a semillas sólidas pero poco centradas, ya que si una semilla tiene una solidez alta, la distancia al centroide tendrá poca influencia. Con la razón entre ambos valores sucede lo contrario, puesto que una distancia pequeña dará lugar a una bondad alta, aunque el polígono sea poco sólido, favoreciendo así a semillas centradas aunque no sean muy sólidas. Una alternativa para resolver estas cuestiones es tratar de equiparar los órdenes de magnitud de ambas medidas utilizando, en el caso de la diferencia, un factor que haga que el orden de magnitud de la DNC se equipare con el de la solidez tal y como se indica en la ecuación 5.3. Una medida así, no sufre los problemas teóricos antes comentados, ya que no favorece un determinado tipo de semillas, por lo que proponemos su uso.

$$\mathcal{B}(r_s, Poly_s) = Sol(Poly_s) - \left(DNC(r_s, Poly_s) \cdot 10^{\left\lfloor \log\left(\frac{Sol(Poly_s)}{DNC(r_s, Poly_s)}\right) \right\rfloor} \right) \quad (5.3)$$

En la tabla 5.3, se muestra la magnitud de la bondad calculada con las tres medidas que se acaban de comentar, para cada una de las semillas de las figuras 5.6 y 5.7. Como se puede observar tanto la diferencia, mostrada en la primera columna, como la función en la tercera columna, dan valores de bondad acordes a la ordenación que intuitivamente se había hecho para las semillas del ejemplo 5.5. En cambio, la razón entre solidez y distancia, en la segunda columna, refleja

los problemas antes comentados como sucede, por ejemplo, en la figura 5.7 (C) donde, aún tratándose de una semilla poco sólida, su bondad es elevada debido a que está próxima al centroide del polígono. Descartando esta medida, quedan la diferencia entre la solidez y la distancia normalizada al centroide y la razón entre la solidez y la exponencial DNC . Más adelante se verá que ambas medidas proporcionan resultados muy similares, tendiendo la primera a descartar más semillas que la segunda. Puesto que el comportamiento de ambas es similar, la elección de una u otra se puede basar en otros criterios como su simplicidad de cómputo. Atendiendo a este criterio, proponemos utilizar la medida de bondad de la ecuación 5.3.

Figura (Imagen)	$B1(r_s, Poly_s)$	$B2(r_s, Poly_s)$	$B3(r_s, Poly_s)$
5.6 (A)	0.96	31.66	0.96
5.6 (B)	0.89	13.25	0.90
5.6 (C)	0.85	8.47	0.86
5.6 (D)	0.85	10.27	0.86
5.6 (E)	0.87	16.19	0.87
5.6 (F)	0.79	6.09	0.81
5.7 (A)	0.58	2.90	0.42
5.7 (B)	0.52	2.57	0.37
5.7 (C)	0.51	5.40	0.35
5.7 (D)	0.42	2.62	0.19
5.7 (E)	0.23	1.89	0.14
5.7 (F)	0.14	1.71	0.02

Tabla 5.3: Magnitud de distintas medidas de bondad para cada una de las semillas en la figura 5.5.

Algoritmo de Selección de semillas

El objetivo que debe perseguir el algoritmo de selección de semillas es proporcionar un subconjunto del conjunto inicial, tal que exista una única semilla en cada región de la imagen y que ésta esté centrada en ella, siendo la de mayor bondad entre todas las semillas que hay en dicha región. Sin embargo, como se comentó anteriormente, en este punto del proceso aún no se dispone de las regiones de la imagen, por lo que es necesario establecer unos criterios en términos de la medida de bondad que sean los que guíen el algoritmo de selección. Intuitivamente, unos criterios razonables para ello son:

1. Eliminar las semillas que son redundantes, por haber varias en la misma región, dejando únicamente la de mayor bondad entre ellas.
2. Eliminar las semillas que tienen una bondad muy baja, evitando descartar aquellas que, pese a tener una bondad baja, sean las únicas representantes de una región.

A la hora de diseñar el algoritmo, se presentan varias alternativas:

- Una opción es descartar aquellas semillas cuya medida de bondad está por debajo de un umbral. Esta opción presenta dos inconvenientes: el primero es la definición del umbral, que debería adaptarse a las características de la imagen; el segundo, es que de los dos criterios anteriores, no cumple el segundo.
- Otra alternativa es ordenar las semillas de mayor a menor bondad y eliminar, entre aquellas cuyos polígonos se solapan, las de menor bondad. Con esta opción, de forma automática, se pueden eliminar semillas que cubran las mismas regiones. Sin embargo, en pocos casos un polígono estará totalmente incluido en otro. Una posible solución es establecer un porcentaje

de solapamiento, independientemente de las características de la imagen, tal que dadas dos semillas cuyos polígonos se superpongan en un % mayor que este umbral, se elimine la de menor bondad.

- Una tercera opción consiste en descartar sólo aquellas semillas cuya posición queda dentro del polígono de otra semilla de mayor bondad. Esta alternativa es un caso particular de la anterior, pero posee un inconveniente, y es que las semillas próximas a las fronteras difícilmente caerán dentro de los polígonos de las semillas de mayor bondad, ya que éstos no cubren las zonas fronterizas. Esto dará lugar a que se seleccionen varias semillas para una misma región, una bien centrada y el resto próximas a sus fronteras.

De las anteriores opciones proponemos escoger la segunda ya que, aunque no asegura que haya una única semilla en cada región, es la que cumple este criterio en mayor medida. Además, es preferible que se seleccionen semillas de más (lo cual se puede solucionar con una fusión de regiones o una técnica jerárquica como la propuesta en la sección 5.2) a que queden regiones sin ninguna semilla. Así pues, dada una semilla r_s , se descartarán las semillas r_t , que cumplan la siguiente condición:

$$\left(\text{Area}(\text{Poly}_s \cap \text{Poly}_t) \geq \tau \cdot \text{Area}(\text{Poly}_t) \right) \wedge (\mathcal{B}(r_s, \text{Poly}_{r_s}) > \mathcal{B}(r_t, \text{Poly}_{r_t})) \quad (5.4)$$

donde $\text{Poly}_s \cap \text{Poly}_t$ es la intersección de los dos polígonos, la parte de la imagen en la que se solapan, y τ es el porcentaje de solapamiento. Experimentalmente, se ha comprobado que un valor adecuado para este umbral es $\tau = 75\%$.

El algoritmo 5.1.2, resume los pasos a seguir para reducir el número de semillas procedentes de una sobre-siembra, descartando aquellas que son redundantes y tienen una bondad pequeña, sin eliminar las que sean buenas representantes de las regiones de la imagen. Aunque este algoritmo no asegura que no haya dos semillas cubriendo el mismo área, esto es preferible a que haya regiones sin semilla.

Algoritmo 5.1.2: Algoritmo de Selección de Semillas

Entrada:

Imagen \mathcal{I} de tamaño $(N \times M = n)$.

Conjunto Inicial de Semillas \mathcal{S} .

Notación:

$Solap_s$: Conjunto de semillas cuyos polígonos se solapan con $Poly_s$, más de τ .

\mathcal{S}_{sel}^i : Conjunto de semillas seleccionadas en la iteración i -ésima.

\mathcal{S}_{res}^i : Conjunto de semillas pendientes de revisar en la iteración i -ésima.

\mathcal{S}' : Conjunto final de semillas seleccionadas por el algoritmo.

Inicialización:

1. Para cada semilla, $r_s \in \mathcal{S}^0$,

- Calcular $Poly_s$
- Calcular $\mathcal{B}(s, Poly_s)$

2. $i = 0$

3. $\mathcal{S}_{sel}^i = \emptyset$

4. $\mathcal{S}_{res}^i = \mathcal{S}$

Selección de semillas:

1. Mientras $\mathcal{S}_{res}^i \neq \emptyset$

- $i = i + 1$
- $r_s = \underset{r_j \in \mathcal{S}_{res}^{i-1}}{\operatorname{argmax}} \{ \mathcal{B}(r_j, Poly_{r_j}) \}$
- $Solap_s = \{ r_k \in \mathcal{S}_{res}^{i-1} \mid \operatorname{Area}(Poly_{r_k} \cap Poly_{r_s}) \geq \tau \cdot \operatorname{Area}(Poly_{r_k}) \}$
- $\mathcal{S}_{sel}^i = \mathcal{S}_{sel}^{i-1} \cup \{ r_s \}$
- $\mathcal{S}_{res}^i = \mathcal{S}_{res}^{i-1} \setminus (\{ r_s \} \cup Solap_s)$

2. $\mathcal{S}' = \mathcal{S}_{sel}^i$

El coste computacional de este algoritmo es $O(m^2)$, siendo m el número de semillas en la siembra inicial. Este orden de eficiencia se calcula según se indica a continuación. Sea m el número de semillas, v el número de vértices de un polígono, a , el área de un polígono, y $N \times M$ el tamaño de la imagen. El orden de eficiencia de cada una de las etapas es:

- El primer paso es el cálculo de los vértices, siguiendo la metodología propuesta en la sección 4.3.1. El cálculo de un vértice requiere recorrer 2 veces el camino, de longitud l en el que se encuentra, una para el cálculo del gradiente y del máximo extremo de éste (en valor absoluto), y otra para localizar el punto que será el vértice. Dado que esto se lleva a cabo en las tres componentes de color, su cómputo será $3 \cdot 2 \cdot l$. Como los vértices en las otras componentes se buscan en un intervalo en torno a la posición del vértice en la primera componente, en el peor de los casos habrá que recorrer todo el camino dos veces más (una por cada una de las otras componentes). Por tanto, el cálculo de un vértice requiere recorrer el camino 8 veces. En total, para obtener los v vértices, el cómputo será de orden $O(v \cdot 8 \cdot l)$. Hay que tener en cuenta que ambos parámetros para una imagen dada son constantes (en los ejemplos de la sección 4.3.1 eran 8 y el 30 % del tamaño de la imagen), por lo que se puede considerar que su cálculo es de orden constante. Puesto que hay m semillas, esta fase completa será de orden $O(m)$.
- Cálculo de la medida de Bondad: El cálculo del centroide depende del área del polígono, luego su eficiencia es $O(a)$. El del radio máximo depende del número de vértices, es $O(v)$. Para obtener la solidez, sólo se necesita el área del polígono y su convexo. El cálculo de estas áreas sólo depende del número de vértices que tengan y dado que el número de vértices del polígono convexo siempre es menor o igual que el del original, su cómputo será $O(2v)$. Así, el orden de eficiencia de esta etapa es $O(m \cdot (v + a))$, y

dado que v es constante, el orden final es $O(m \cdot a)$.

- Para el algoritmo de ordenación, suponiendo que es el *quicksort* o uno similar, el orden de eficiencia es $O(m \cdot \log m)$.
- Determinar si un punto está o no dentro del polígono asociado a una semilla, depende del número de vértices de este polígono, siendo su eficiencia $O(v)$, lo cual se puede considerar constante, como ya se ha indicado. Puesto que esta operación se ejecuta cada vez que se añade una semilla al conjunto de seleccionadas, y se realiza para todas las semillas que quedan en el conjunto restante, su orden de eficiencia es $O(m \cdot (m - 1))$, es decir $O(m^2)$. Sin embargo, es importante tener en cuenta que rara vez se seleccionarán todas las semillas del conjunto inicial, con lo que este orden de eficiencia no será el habitual. En el caso medio, se ejecuta esta fase tantas veces como semillas se hayan seleccionado finalmente. Sea m' el número de semillas seleccionadas, entonces el orden de eficiencia es $O(m' \cdot m)$, que como se verá más adelante es el que habitualmente se dará, siendo $m' \ll m$.

De todas las etapas, las de mayor coste computacional son la segunda y la cuarta, de orden $O(m \cdot a)$ y $O(m \cdot m')$, respectivamente. El área de un polígono en el peor de los casos será la imagen entera, por lo que la primera etapa podría llegar a ser $O(m \cdot n)$, sin embargo es muy poco probable que se de el caso en que los polígonos de todas las semillas ocupen todo el área de la imagen. Teniendo esto en cuenta, el orden de eficiencia del algoritmo será $O(m \cdot \max\{a, m'\})$.

Ejemplos

En las figuras 5.8 a 5.13, se muestra el resultado obtenido aplicando el algoritmo 5.1.2 sobre el resultado de una siembra en los mínimos locales del gradiente de la componente de intensidad de la imagen. Para calcular este gradiente se ha

utilizando una máscara gaussiana de tamaño 5 y con una desviación típica de 1.5, y al aplicar el algoritmo se ha fijado un porcentaje de solapamiento del 75 %.

Las figuras 5.8 (A) a 5.13 (A) muestran la imagen original sobre la que se ha calculado el gradiente, que se encuentra en la imagen (B) de dichas figuras. La imagen (C) muestra el resultado de la siembra inicial sobre la que se aplica el algoritmo 5.1.2, cuya salida se observa en las imágenes 5.8 (D) a 5.13 (D), donde la medida de bondad utilizada es la dada en la ecuación 5.3.

A la vista de estas figuras la primera conclusión que se puede extraer es que el número de semillas seleccionadas es considerablemente menor que el número de semillas original. Analizando de una forma más detenida las figuras 5.8 (D) a 5.13 (D), se observa que en la mayoría de los casos, hay una semilla por cada región de la imagen que pueda ser de interés, siendo la excepción algunas de las células en las figuras 5.10 (D) y 5.11 (D). Entre las semillas seleccionadas, la mayor parte de ellas se encuentran centradas en la región a la que representan, con la salvedad de algunas semillas en las figuras 5.9 (D) y 5.12 (D).

En la tabla 5.4 se puede ver numéricamente la reducción del número de semillas, con la medida utilizada, ya que el número de semillas seleccionadas en estos ejemplos oscila aproximadamente entre un 1 % y un 3 % del número inicial de semillas, lo cual supone una gran reducción, que hace que computacionalmente sea menos costoso aplicar el algoritmo de selección de semillas y a continuación el proceso de segmentación difusa sobre las semillas elegidas, que directamente realizar la segmentación difusa sobre el conjunto inicial de semillas.

En la tabla 5.5 se muestra un ejemplo de ello, para la imagen de la figura 5.8 (A y D). En esta figura la imagen original es de tamaño 256×256 , por lo que tiene $n = 65535$ píxeles. El número inicial de semillas es $m = 2660$, mientras que tras la selección sólo quedan $m' = 44$. Como se observa en la tabla, la segmentación de m semillas requiere del orden de 10^9 unidades de tiempo, mientras que la selección y segmentación de m' semillas requiere del orden de 10^8 unidades de

Imagen	Nº Inicial de Semillas	Nº de Semillas Seleccionadas
5.8	2660	47
5.9	2495	45
5.10	3841	28
5.11	1765	51
5.12	2442	24
5.13	2617	58

Tabla 5.4: Resultados de la aplicación del algoritmo 5.1.2 a las imágenes de las figuras 5.8 (A) a 5.13 (A).

tiempo.

Si se observan las figuras 5.12 (D) y 5.13 (D), y se comparan con las 5.8 (D) y 5.9 (D), se aprecia que cuanto mayor es la imprecisión en las regiones de la imagen, el método tiende más a seleccionar un número excesivo de semillas.

Como conclusión general, se puede decir que el algoritmo de selección de semillas permite obtener un conjunto de semillas reducido y representativo de las regiones de la imagen, en el que hay una semilla por cada región y, aunque puede tender a una ligera sobre-siembra, el número final de semillas se ve reducido de forma ostensible. Los resultados del algoritmo, que funciona de forma adecuada a los objetivos fijados, se podrían mejorar si se tiene en cuenta que se seleccionan algunas semillas colocadas en zonas próximas a las fronteras. Esto se debe a que el algoritmo no las elimina por ser únicas representantes de una región, aunque su bondad sea baja. Para solucionarlo caben dos alternativas: una opción es mejorar la siembra inicial, de modo que no se coloquen semillas en las proximidades de una frontera; otra alternativa es fijar un umbral de bondad y descartar las semillas cuya medida quede por debajo de él. Entre estas dos opciones, la segunda puede

Procesamiento	Orden de eficiencia	Tiempo de Ejecución (u.t)	Orden del Tiempo de Ejecución
Segmentación Difusa de m semillas	$O(m \cdot n \log n)$	839.622.557	10^9
Selección de m Semillas + Segmentación Difusa de m' semillas	$O(m' \cdot m) + O(m' \cdot n \log n)$	14.005.533	10^8

Tabla 5.5: Comparación entre el tiempo requerido para segmentar las m semillas de la figura 5.8 (D), y la selección y segmentación de sus m' semillas.

ser más recomendable ya que con la primera se pueden perder semillas de regiones pequeñas, mientras que en el segundo caso es menos probable que esto suceda. Una línea futura puede ser el estudio de otras medidas de bondad o de otros criterios que permitan obtener medidas más discriminantes. En cualquier caso, las propuestas realizadas llevan a cabo una buena selección de semillas, reduciendo su número a un 1 % del inicial con un coste computacional que hace que resulte 10 veces más rápido ejecutar el proceso de selección como paso previo a un proceso de segmentación de imágenes.

5.2. Agrupamiento de Regiones

Como se indicó en la introducción de este capítulo, una misma imagen puede ser analizada con diferentes niveles de detalle. Son numerosas las aplicaciones que requieren tener este hecho en cuenta. En algunos casos, se suele fijar un nivel de precisión y se analiza la imagen en él, como sucede en las imágenes biomédicas [14,279,280,285] o en algunas técnicas de recuperación de imágenes en bases

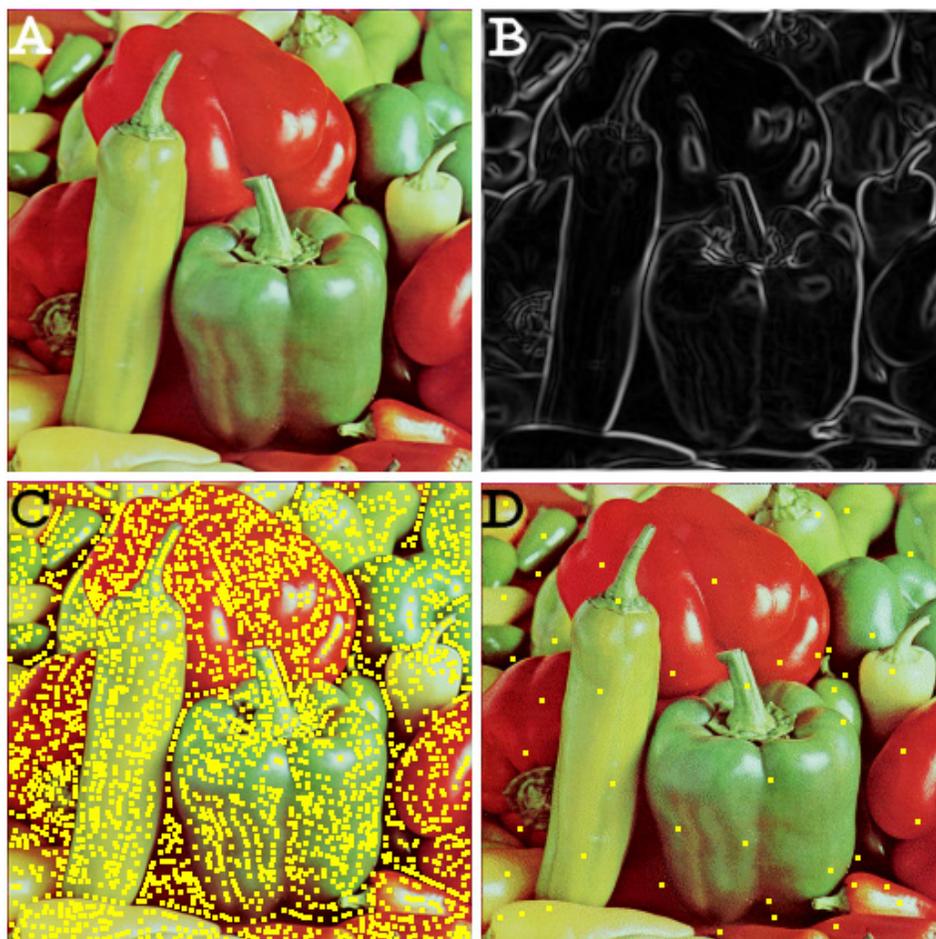


Figura 5.8: A: Imagen Original. B: Gradiente. C: Mínimos locales del gradiente. D: Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.

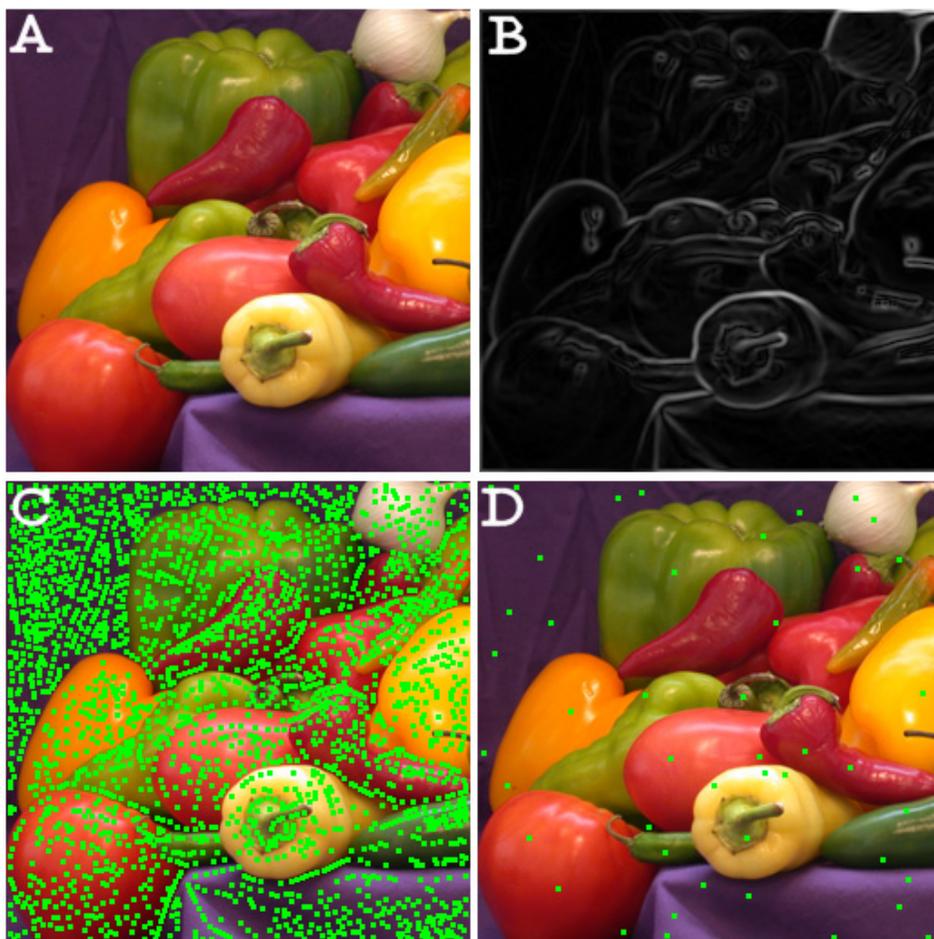


Figura 5.9: A: *Imagen Original*. B: *Gradiente*. C: *Mínimos locales del gradiente*. D: *Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3.*

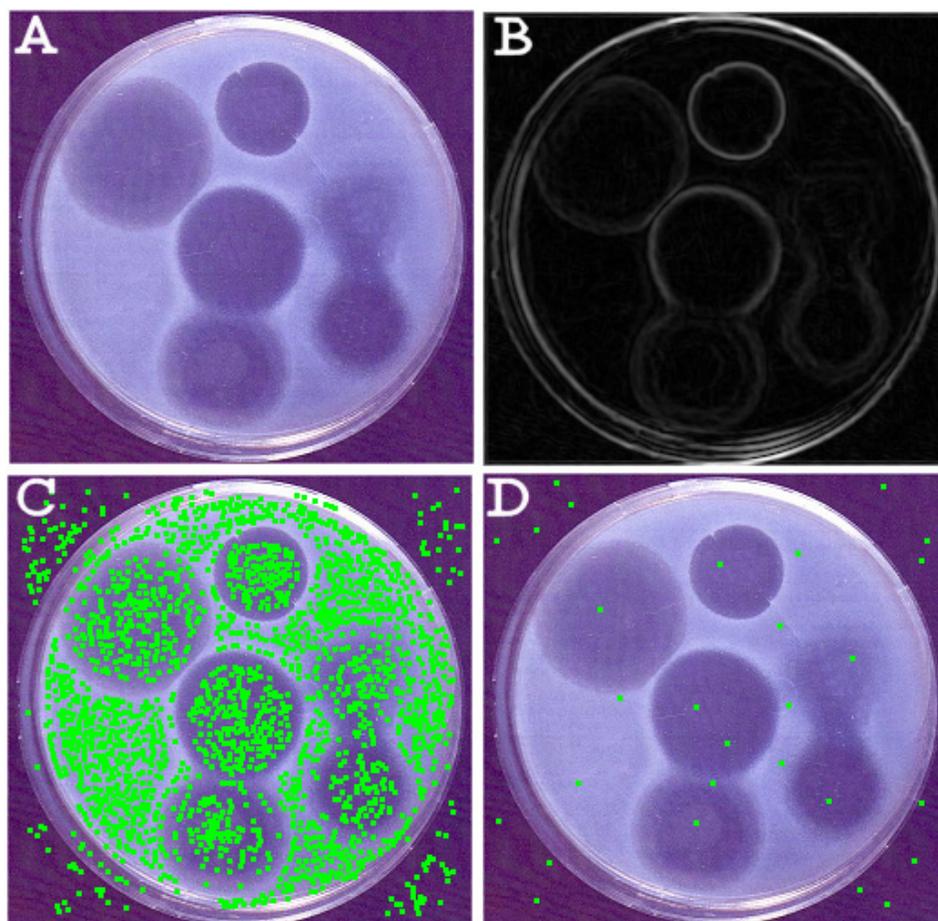


Figura 5.10: A: *Imagen Original*. B: *Gradiente*. C: *Mínimos locales del gradiente*. D: *Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3*.

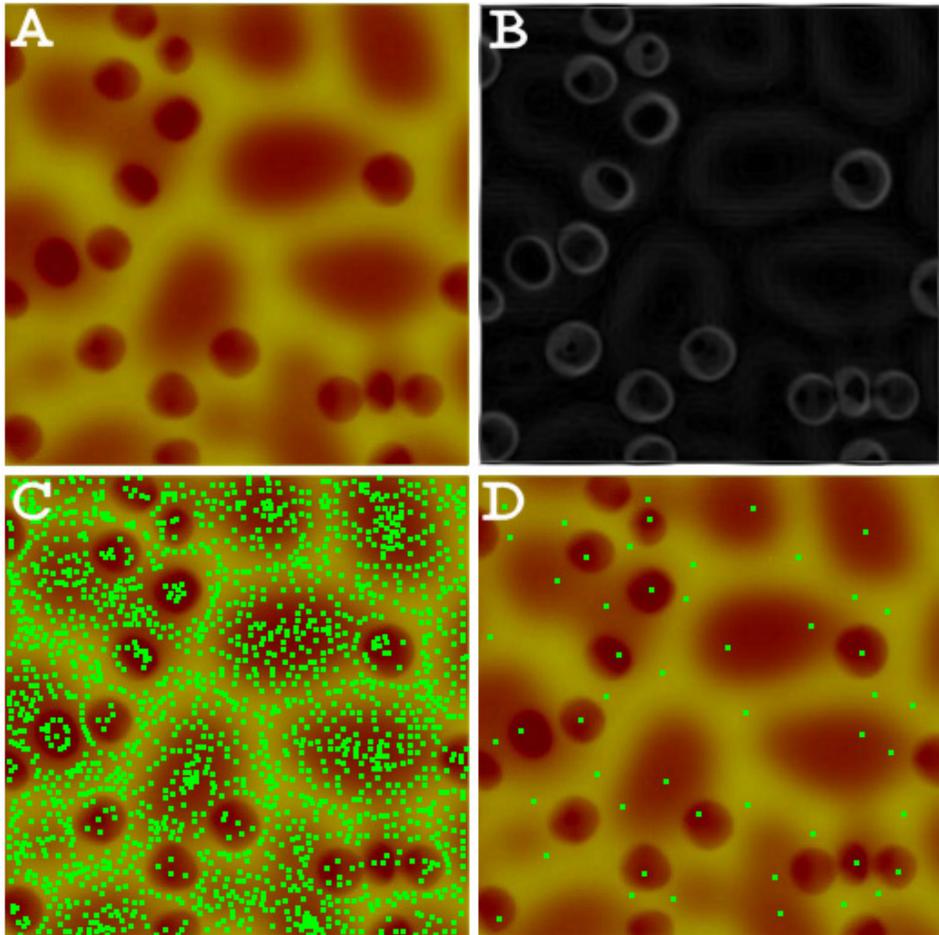


Figura 5.11: A: *Imagen Original*. B: *Gradiente*. C: *Mínimos locales del gradiente*. D: *Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3*.

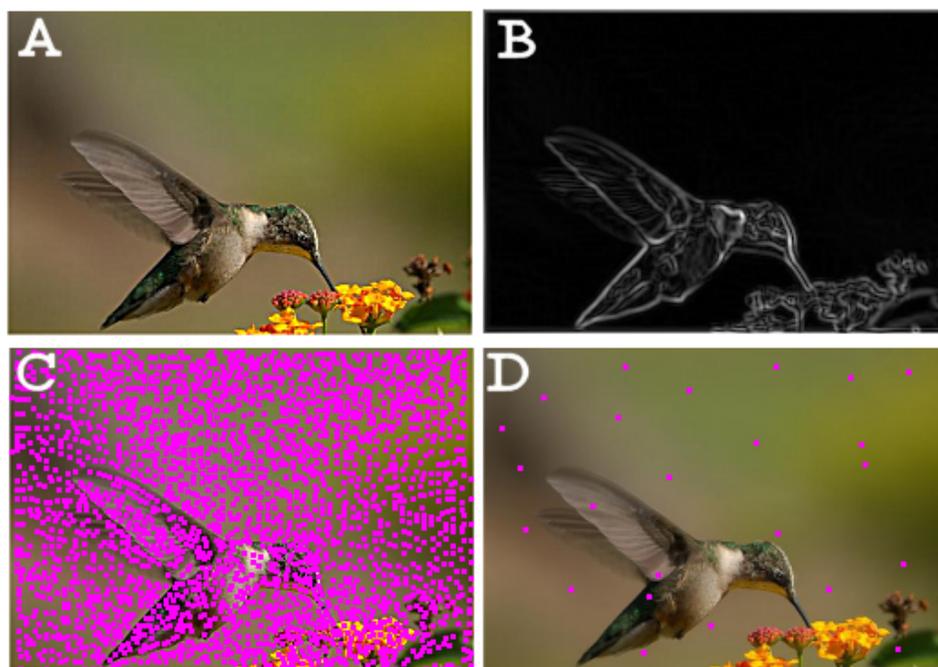


Figura 5.12: A: *Imagen Original*. B: *Gradiente*. C: *Mínimos locales del gradiente*. D: *Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3*.

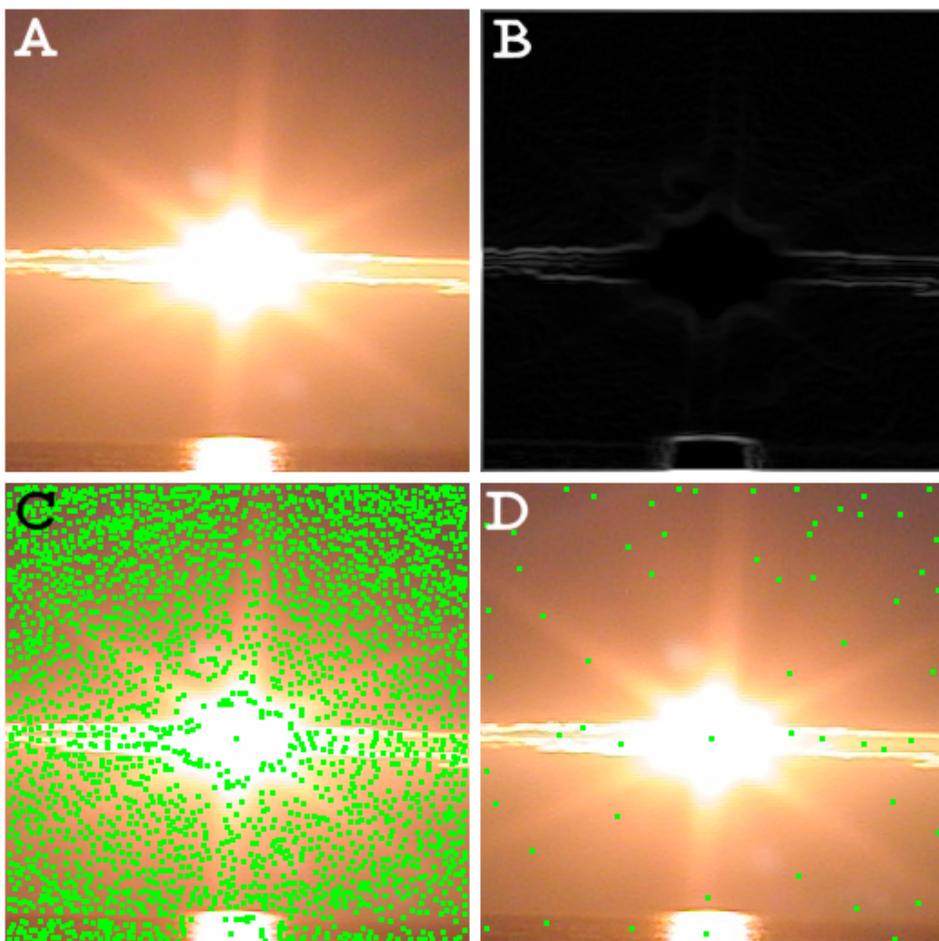


Figura 5.13: A: *Imagen Original*. B: *Gradiente*. C: *Mínimos locales del gradiente*. D: *Semillas seleccionadas por la medida de bondad de la ecuación 5.3*.

de datos [14, 95, 129]. En otras ocasiones se trata de seleccionar el nivel de detalle más adecuado a cada región de la imagen [178, 193]. Sin embargo, son muchos los casos en que lo importante es considerar de forma conjunta los diferentes niveles de detalle [21, 143, 321, 322]. Algunos ejemplos de ello son las aplicaciones de recuperación de imágenes en bases de datos, que comparan las relaciones espaciales entre regiones o el parecido entre ellas a diferentes escalas [99, 175, 273, 301]; el análisis de mayor a menor escala de las imágenes astronómicas, de Sonar o SAR [57, 69, 222, 332, 333], y en el de las imágenes aéreas de las que se puede extraer información variada, desde distinguir zonas de agua, tierra o bosque, hasta localizar manchas en el mar, claros en el bosque o zonas habitadas, según el nivel de detalle que se precise. Este tipo de aplicaciones hace que sea necesaria la definición de algoritmos, estructuras y métodos que permitan considerar y trabajar con los distintos niveles de detalle de una imagen.

En segmentación esto implica que es necesario contar con técnicas para representar el conjunto de segmentaciones de diferente precisión que se pueden obtener a partir de una imagen. Actualmente son numerosos los métodos de segmentación que tienen esto en cuenta, permitiendo integrar tanto la información superficial como la estructura detallada de la imagen. Entre estos métodos se pueden distinguir dos grandes vertientes:

Por una parte se encuentran los algoritmos que trabajan en el espacio de las escalas, las *técnicas multi-escala* [59, 276]. Estos algoritmos estudian la evolución de las fronteras, que en cada escala son más borrosas que en la anterior, realizando una nueva segmentación de la imagen en cada nivel. De forma intuitiva, lo que hacen es difuminar la imagen mediante una *función de emborronamiento*, siendo este emborronamiento mayor conforme aumenta la escala. Dependiendo de la función utilizada se pueden encontrar métodos isotrópicos o anisotrópicos. Entre los primeros se hayan los espacios de escala gaussianos [210, 322], en los que se realiza la convolución con un filtro gaussiano de núcleo cada vez mayor, siendo

lineal la relación entre los núcleos de diferentes escalas para asegurar la invarianza a ésta. El problema de este tipo de espacios es que al hacerse gruesas las fronteras debido al emborronamiento, se pierde su localización y hay que realizar un seguimiento de las mismas comparando con la imagen original en cada nivel. Además tratan de igual forma la información ruidosa que la información de interés. Es por ello que surgen los métodos anisotrópicos [159,322] que, incluyendo información adicional, difuminan en menor medida las zonas próximas a las fronteras que las lejanas a las mismas, mediante una función de filtrado dependiente del gradiente de la imagen, como el método de Perona-Malik (*Perona-Malik diffusion*) [250]. El inconveniente de estas técnicas son sus restricciones numéricas y que, debido al cálculo del gradiente, el filtrado y la segmentación que han de hacer en cada escala, tienen tiempos de computación que en la mayoría de los casos son difícilmente aceptables [322].

Por otra parte, están las *técnicas jerárquicas*, que realizan una segmentación de la imagen y construyen cada nivel de granularidad uniendo regiones del nivel anterior [79, 121, 211, 330]. Estas técnicas, centran sus esfuerzos en la definición de un criterio de unión de regiones y en la selección de la condición de parada. Usualmente el criterio de unión consiste en que la diferencia entre los colores medios de las regiones esté por debajo de un umbral, y la condición de parada también se suele basar en la selección de un umbral de “homogeneidad”. El ejemplo más básico de este tipo de propuestas es el algoritmo de fusión puro, en el que inicialmente cada píxel de la imagen es una región independiente y en cada iteración se unen las dos regiones más parecidas entre sí, hasta obtener una única región que incluye todos los puntos de la imagen. También hay versiones que utilizan algoritmos de división (*split*) [65], construyendo los distintos niveles en orden contrario (desde el nivel de menor número de regiones hasta el de mayor número de éstas), o una combinación de ambos [205]. Este tipo de métodos se suele aplicar para solucionar el problema de la sobre-segmentación que sufren algunos

algoritmos como el *watershed*, para los que se realiza un post-procesamiento aplicando un algoritmo de fusión de regiones (*merging*), antes de dar la segmentación final [42, 167, 208]. Sin embargo, pese a las numerosas propuestas dentro de este ámbito son pocos los algoritmos que abordan la construcción de la jerarquía como tal.

La mayoría de las propuestas en la literatura que abordan explícitamente la construcción de una *jerarquía de segmentaciones*, trabajan sobre una noción de jerarquía que se puede concretar del siguiente modo:

Definición 5.1 *Una jerarquía de segmentaciones es un conjunto de segmentaciones de una imagen, $H_\Theta = \{\Theta_1, \dots, \Theta_d\}$, tal que el conjunto de regiones en una segmentación está incluido en la segmentación del siguiente nivel: $\forall R_s^i \in \Theta_i \exists R_t^{i+1} \in \Theta_{i+1}$ tal que $R_s^i \subseteq R_t^{i+1}$, $\forall i \in \{1 \dots d - 1\}$*

Las técnicas que proporcionan como resultado una jerarquía de este tipo se centran en:

- La selección de un algoritmo para construir la jerarquía. Habitualmente, se aplica el de fusión [143, 211, 213, 284], aunque hay interesantes propuestas que utilizan campos de Markov [57, 180] o Gibbs [333].
- La definición de un método de fusión de regiones, que indique cuándo se han de unir y cómo se ha de formar la nueva región. Normalmente, se basa en unir aquellas regiones cuya unión maximiza o minimiza la medida asociada a cada nueva región. En la mayoría de los casos, esto se traduce en calcular el color medio de cada región y unir las regiones adyacentes cuya diferencia de colores medios es menor. También se pueden encontrar propuestas más complejas, basadas en el criterio de Gestalt, que introducen información sobre la forma y estructura de las regiones a unir (solidez, compactación, área) para definir una medida de energía a optimizar [127].

Otras técnicas miden la magnitud de los bordes, normalmente en direcciones prefijadas (4 u 8), y unen las regiones en las que los bordes son más débiles [29, 333], aunque sin tener en cuenta cómo de parecidas son las regiones a unir.

- La elección de una estructura de datos para mantener la información de la jerarquía. Las más utilizadas son los árboles, por su natural e inherente estructura jerárquica [99, 273], en las que cada nodo hoja es una región y en cada nivel se guarda la información sobre las regiones que se han unido en él. Dentro de ellos los *quadtree* [57] se suelen utilizar en las técnicas basadas en la transformada *wavelets*, que ofrece información direccional y no redundante a diferentes escalas. En los *quadtrees* cada nodo tiene cuatro hijos de diferentes tamaños, de modo que en las áreas que requieran mayor nivel de detalle se pueden realizar subdivisiones más finas, aportando mayor resolución. Otras estructuras habitualmente utilizadas son las pirámides [28, 143], regulares o irregulares, en las que cada nivel contiene un grafo en el que cada nodo es una región y los arcos representan las conexiones con sus regiones adyacentes, candidatas a unirse a ella en el siguiente nivel. También se pueden encontrar otras estructuras menos habituales como las esferas o islas hexagonales tridimensionales [300].

Estas propuestas proporcionan un método para construir y almacenar una jerarquía de segmentaciones. Sin embargo, la mayoría de ellas se basa en información sobre el centro de la región o sobre las fronteras, sin considerar la evolución que tiene lugar entre los centros de las regiones ni analizar si la transición entre ellos es suave y gradual o abrupta. Para poder tener en cuenta la información sobre cómo es la transición entre dos regiones, hay que saber en qué medida cada píxel de la imagen está asociado a cada una de ellas, y esto lo permiten las técnicas de segmentación difusa que se ajustan a la definición 2.4. Teniendo esto en cuenta,

es necesario definir el concepto de *jerarquía de segmentaciones difusas*, que se puede especificar del siguiente modo:

Definición 5.2 Una *jerarquía de segmentaciones difusas* es un conjunto de segmentaciones difusas de una imagen, $H_{\tilde{\Theta}} = \{\tilde{\Theta}_1, \dots, \tilde{\Theta}_d\}$, tal que el conjunto de regiones en una segmentación está incluido en la segmentación del siguiente nivel, considerando la inclusión en el sentido del menor grado; es decir, dadas $\tilde{R}_s^i \in \tilde{\Theta}_i$, $\tilde{R}_t^{i+1} \in \tilde{\Theta}_{i+1}$,

$$\mu_{\tilde{R}_s^i}(p) \leq \mu_{\tilde{R}_t^{i+1}}(p) \quad (5.5)$$

$$\forall p \in \mathcal{I} \forall i \in \{1 \dots d - 1\}.$$

En esta sección proponemos obtener una jerarquía de segmentaciones difusas mediante la definición de una relación de similitud (reflexiva, simétrica y max-min transitiva). A partir de esta es posible construir una jerarquía, mediante la realización de α -cortes. Como es bien conocido y se detalla en el apéndice A, las relaciones de similitud max-min transitivas verifican que cada α -corte de las mismas es una relación de equivalencia precisa (*crisp*). Así, cada α -corte corresponderá a un nivel de la jerarquía en el que se unirán las regiones que son similares en el grado dado por α , formando así la segmentación difusa de dicho nivel. Para definir esta relación de similitud, se partirá de una relación de semejanza entre regiones adyacentes (con intersección no vacía) en la que se consideren las características de la transición entre los centros de las regiones. Esto se llevará a cabo en el apartado 5.2.1, mientras que en el apartado 5.2.2 se mostrará como construir la jerarquía de segmentaciones a partir de la relación de similitud entre regiones. Finalmente, en el apartado 5.2.3 se mostrará un algoritmo para el cálculo de la jerarquía siguiendo esta propuesta y se mostrarán los resultados obtenidos con él.

5.2.1. Semejanza y Similitud entre Regiones Difusas

En la literatura se pueden encontrar diferentes propuestas para medir el grado de parecido entre dos regiones dadas [207, 209, 213, 313]. La mayoría de ellas se basan en medir la separación entre las regiones [29, 333], por ejemplo, mediante la magnitud de la frontera, o bien midiendo el parecido en sus características [51, 90, 206], utilizando habitualmente la diferencia entre sus colores medios. Sin embargo, es posible encontrar ejemplos como los de la figura 5.14, en los que uno de estos criterios por sí sólo no es suficiente para tomar una decisión:

- Midiendo la magnitud de las fronteras sólo se tiene en cuenta la información sobre los contornos de las regiones, lo cual es suficiente cuando éstos están bien definidos, como en la figura 5.14 (B), pero no cuando hay imprecisión en ellos. Un ejemplo extremo es un brillo o un gradiente de color entre dos regiones como el de la figura 5.14 (A), en el que no se puede localizar la frontera.
- Del mismo modo, calculando sólo el color medio se puede dar el caso en que se unan regiones de color similar aunque exista entre ellas una clara frontera, como en la imagen 5.14 (B), mientras que otras regiones de color diferente pero con una suave transición entre ellas no llegarían a unirse. Además, las técnicas basadas sólo en las características de la región suelen basarse en el cálculo de valores promedios que, en determinados casos como los gradientes de color, pueden ser poco representativos dado que existe una variación “constante” en el color de los píxeles que forman cada región.

Para evitar estos problemas es necesario tener en cuenta ambos criterios, dado que los dos proporcionan informaciones relevantes y complementarias.

A la hora de definir la medida de semejanza existen numerosas formas de hacerlo, dependiendo de la información con la que se cuente y de cómo se haya

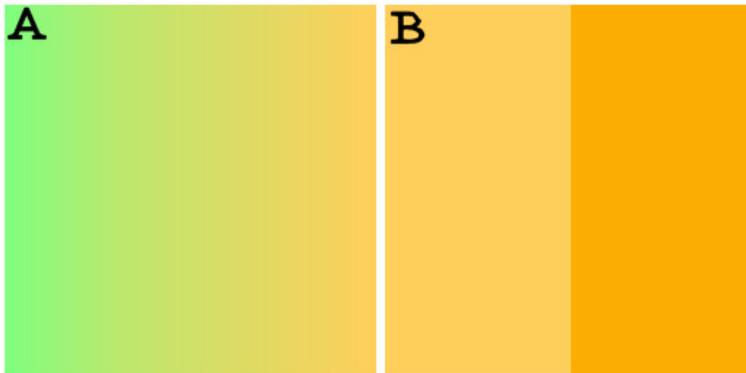


Figura 5.14: *Distintos tipos de transición entre regiones. A: Transición suave entre regiones de diferente color. B: Cambio de color brusco entre regiones de color similar.*

obtenido la segmentación inicial. En nuestro caso, la segmentación difusa inicial se ha obtenido aplicando una técnica basada en caminos, por lo que se utilizará la información proporcionada por ellos. Si la segmentación difusa se hubiera obtenido con otra técnica, bastaría con calcular esta relación de semejanza difusa de un modo adecuado a ella para poder aplicar la técnica que se propone para construir la jerarquía.

A continuación, como se indica en el esquema 5.15, se verá como obtener dos valores, uno representativo de la transición entre las regiones y otro sobre su parecido en color, para después combinarlos en una medida de semejanza entre regiones. A partir de ella, se definirá la medida de similitud entre regiones a partir de la cual construir la jerarquía de segmentaciones difusas.

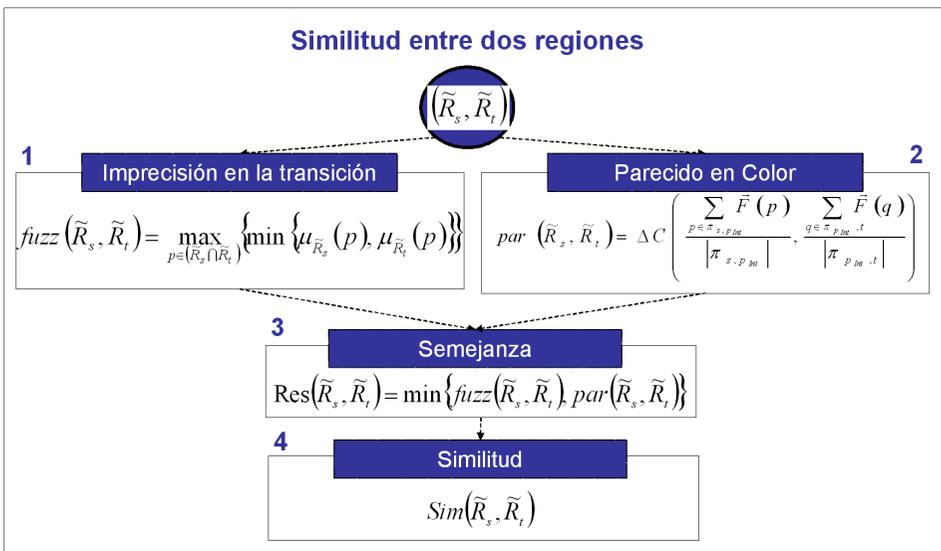


Figura 5.15: Esquema con los pasos a seguir para calcular la similitud entre regiones.

1) Imprecisión entre las regiones

Dadas dos regiones se cuenta con el conjunto difuso obtenido para cada una de ellas así como con los caminos óptimos a partir de los que se han calculado estos conjuntos. La información sobre la imprecisión existente en la transición entre regiones se encuentra en la intersección de los conjuntos difusos que las modelan. Lo que proponemos es resumir esta información en un único valor dado por el mayor grado de pertenencia de los píxeles que se encuentran en la intersección. Este valor se calcula según la ecuación 5.6.

$$fuzz(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) = \max_{p \in \mathcal{I}} \{ \min[\mu_{\tilde{R}_s}(p), \mu_{\tilde{R}_t}(p)] \} \quad (5.6)$$

En la figura 5.16 (A) se muestra gráficamente cuál es el valor elegido: las curvas verde y naranja representan el perfil del conjunto difuso correspondiente a las regiones \tilde{R}_s y \tilde{R}_t , respectivamente. En color rojo se ha la intersección de ambos conjuntos y el círculo azul marca el punto, p_{Int} , utilizado para calcular $fuzz(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t)$, cuyo valor se encuentra en el eje Y.

2) Parecido en color de las regiones

En lo que se refiere a la información sobre cómo de parecidas son las regiones en sus características, proponemos utilizar la información sobre los caminos óptimos entre sus semillas. Dado que existen numerosos caminos que unen dichos puntos, proponemos estimar un valor representativo del parecido en color a través de los subcaminos entre cada semilla y el punto de unión entre las dos regiones, p_{Int} a partir del cual se obtiene el valor $fuzz(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t)$.

Evaluando el color medio a lo largo de dichos subcaminos y calculando la diferencia entre ellos, tal como indica la ecuación 5.7, se puede obtener una aproximación que indica cómo de parecidas son esas regiones:

$$par(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) = \Delta C(\bar{c}(\pi_{r_s p_{Int}}), \bar{c}(\pi_{r_t p_{Int}})) \quad (5.7)$$

donde $p_{Int} \in \tilde{R}_s \cap \tilde{R}_t$ con máxima pertenencia en la intersección, $\mu_{\tilde{R}_s \cap \tilde{R}_t}(p_{Int}) \geq \mu_{\tilde{R}_s \cap \tilde{R}_t}(p_j), \forall p_j \in \tilde{R}_s \cap \tilde{R}_t$. El valor $\bar{c}(\pi_{pq})$ denota el color medio del camino entre los puntos p y q , expresado en coordenadas HSI, y ΔC es la distancia de color definida en este espacio en la sección 3.1.2.

En la figura 5.16 (B) se representa gráficamente cómo se calcula el parecido entre las regiones. Las regiones verde y naranja representan una vista superior de los conjuntos difusos \tilde{R}_s y \tilde{R}_t , respectivamente, mientras que en color rojo se aprecia la vista superior de su intersección. Los círculos verde y naranja marcan la posición de las semillas, r_s y r_t , de ambas regiones y, mediante un círculo azul, se marca la posición de p_{Int} . Las líneas negras representan los dos subcaminos, $\pi_{r_s p_{Int}}$ y $\pi_{r_t p_{Int}}$, que unen p_{Int} con las semillas de \tilde{R}_s y \tilde{R}_t , respectivamente. Lo que se ha propuesto es calcular y comparar el color medio a lo largo de estos dos caminos.

3) Relación de semejanza difusa entre regiones

Intuitivamente, dos regiones se deben unir cuando la transición entre ellas sea suave y las regiones sean parecidas en sus características. Esta idea, supone la conjunción de ambos valores, que se puede calcular mediante una t -norma. Entre las t -normas existentes, proponemos utilizar el mínimo para combinar ambas informaciones. Con esto la semejanza difusa entre dos regiones se define del siguiente modo:

Definición 5.3 *La relación de semejanza difusa $Res_{\tilde{\Theta}}$ entre dos regiones difusas en $\tilde{\Theta}$,*

$$Res_{\tilde{\Theta}} : \tilde{\Theta} \times \tilde{\Theta} \rightarrow [0, 1]$$

es

$$Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) = \min\{fuzz(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t), par(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t)\} \quad (5.8)$$

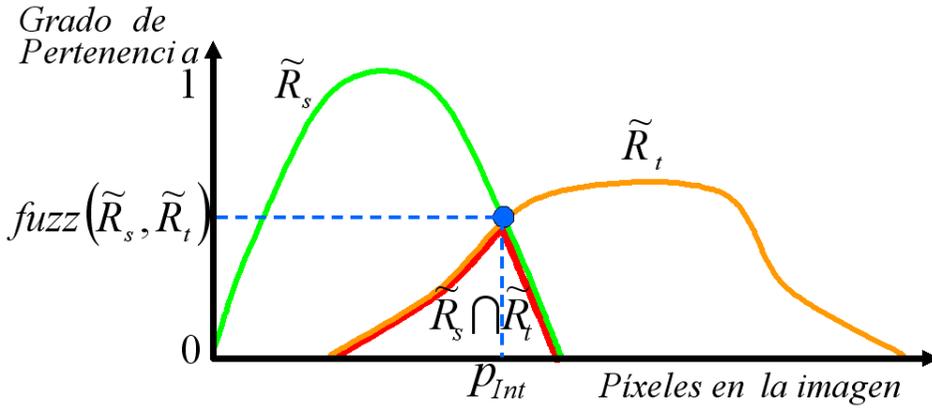


Figura 5.16: A: Cálculo de la medida de imprecisión en la transición entre dos regiones. B: Cálculo de la medida de parecido en las características de dos regiones.

Es trivial demostrar que esta relación es reflexiva y simétrica; es decir, se verifica que $\forall \tilde{R}_s \in \tilde{\Theta}, Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_s) = 1$ y $Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) = Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_t, \tilde{R}_s) \forall \tilde{R}_s, \tilde{R}_t \in \tilde{\Theta}$. Sin embargo, esta relación no es en general max-min transitiva, es decir, no siempre verifica

$$Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) \geq \max_{\tilde{R}_n \in \tilde{\Theta}} \{ \min(Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_n), Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_n, \tilde{R}_t)) \}$$

Por ello, vamos a construir a partir de ella una relación de similitud que sí verifique esta última propiedad, como se explica en el siguiente apartado.

4) Medida de Similitud entre Regiones

Para obtener $Sim_{\tilde{\Theta}}$ a partir de $Res_{\tilde{\Theta}}$ se puede aplicar cualquiera de los procedimientos existentes [3, 318]. En el algoritmo 5.2.1 se muestra el algoritmo propuesto por Kandel et al. [3], cuya eficiencia es de orden $O(m^3)$, ya que para cada

pareja de regiones se ha de comprobar si su similitud es mayor a través de una tercera región.

Una vez obtenida esta relación de equivalencia difusa, cada α -corte que se lleve a cabo sobre ella proporcionará un nivel de la jerarquía, un conjunto preciso que contiene todas las regiones difusas de la segmentación inicial que se parecen con un grado mayor o igual que el α escogido. Puesto que $Sim_{\tilde{\Theta}}$ es una relación de equivalencia difusa, cada α -corte será una relación de equivalencia precisa en la que cada región es una clase de equivalencia formada por regiones que se parecen con un grado mayor o igual que α . Uniendo estas regiones se obtendrá la segmentación difusa correspondiente, como se muestra en el siguiente apartado.

5.2.2. Unión Jerárquica de Regiones Difusas

Dada una segmentación difusa inicial $\tilde{\Theta}$ se puede obtener, a partir de $Sim_{\tilde{\Theta}}$, la jerarquía anidada de segmentaciones difusas, $H_{\tilde{\Theta}} = \{\tilde{\Theta}_1, \dots, \tilde{\Theta}_d\}$. En ella, la segmentación difusa asociada a cada nivel de detalle se obtiene a partir de un α -corte en la relación de similitud $Sim_{\tilde{\Theta}}$, que notaremos $(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_i}$. Este α -corte proporciona una relación de equivalencia precisa, que da lugar a la segmentación difusa en ese nivel, dada por el conjunto $\tilde{\Theta}_i = \{\tilde{R}_1^i, \dots, \tilde{R}_{m_i}^i\}$ siendo $\tilde{R}_k^i \in \tilde{\varphi}(\mathcal{I})$ una región difusa. La relación de equivalencia precisa, $(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_i}$, correspondiente a la segmentación difusa $\tilde{\Theta}_i$ proporciona un conjunto de clases de equivalencia. Uniendo las regiones pertenecientes a la misma clase de equivalencia se obtienen las regiones \tilde{R}_k^i de dicha segmentación.

El número de niveles de detalle de la jerarquía, d , será igual al número de valores diferentes de α en $Sim_{\tilde{\Theta}}$ [350], $\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}})$ y se define como sigue:

Definición 5.4 Se define $\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}})$ como el conjunto de todos los posibles valores diferentes de α en $Sim_{\tilde{\Theta}}$:

$$\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}}) = \left\{ Sim_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) \mid (\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) \in \tilde{\Theta} \times \tilde{\Theta} \right\} \quad (5.9)$$

Algoritmo 5.2.1: Algoritmo para calcular la Relación de Similitud

Entrada:

Imagen \mathcal{I} de tamaño $N \times M = n$.

Conjunto de regiones difusas en la segmentación inicial $\tilde{\Theta} = \{\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_m\}$.

Notación:

MA : Matriz de adyacencia con la semejanza entre \tilde{R}_s y \tilde{R}_t en la posición (s,t).

1. Cálculo de $Res_{\tilde{\Theta}}$:

- Para cada región $\tilde{R}_s, s \in \{1, \dots, m\}$
 - Para cada región $\tilde{R}_t, s \leq t < m$
 - $MA(s,t) = Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t)$

2. Cálculo de $Sim_{\tilde{\Theta}}$:

- Para cada $s \in \{1, \dots, m\}$
 - Para cada $t \in \{1, \dots, m\}$
 - Si $MA(s, t) > 0$
 - ◇ Para cada $u \in \{1, \dots, m\}$
 - a) $MA(t,u) = \text{máx} \{MA(t, u), \text{mín} \{MA(t, s), MA(s, u)\}\}$
 - b) $MA(u,t) = MA(t,u)$

Notaremos el conjunto $\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}})$ como $\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}}) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_d\}$, con $\alpha_1 = 1$, ya que $Sim_{\tilde{\Theta}}$ es reflexiva, $\alpha_d = \min \{Sim_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t) \mid \tilde{R}_s, \tilde{R}_t \in \tilde{\Theta}\}$, y donde $\alpha_i > \alpha_{i+1} \forall i \in \{1, \dots, d-1\}$. Dado que el valor de α indica el grado de similitud entre parejas de regiones por encima del cuál éstas serán unidas, si α vale 1 sólo se unirán aquellas regiones que sean iguales. Este α -corte, por tanto, no tiene por qué coincidir con la segmentación inicial de la imagen, ya que es posible que haya regiones que se parezcan con grado 1, como ocurre cuando se realiza una sobre-siembra en una región. Conforme vaya disminuyendo el valor de α , se irán uniendo regiones, de modo que en el último nivel, α_d , se habrán combinado todas en una única región.

Para cada $\alpha_i \in \Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}})$, se definirá una segmentación difusa $\tilde{\Theta}_i$. Cada región difusa de esta segmentación se obtendrá mediante la unión de las regiones difusas de $\tilde{\Theta}$ que se encuentran en la misma clase de equivalencia del conjunto cociente $\tilde{\Theta}/(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_i}$ [350]. Siguiendo este procedimiento, el número de regiones en cada nivel es $m_i = |\tilde{\Theta}/(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_i}|$, donde $\tilde{\Theta}/(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_i}$ es el conjunto cociente.

Al unir las regiones el grado de pertenencia de los píxeles a la nueva región, tal como muestra la figura 5.17, se calcula como el máximo grado de pertenencia del píxel a las regiones que se están uniendo. De un modo más formal, sea

$$\tilde{\Theta}/(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_i} = \{C_1^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}, \dots, C_{m_i}^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}\}$$

Entonces la región \tilde{R}_k^i se obtiene como la unión de las regiones pertenecientes a $C_k^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}$ como se indica en la ecuación 5.10:

$$\mu_{\tilde{R}_k^i}(p_j) = \max_{\tilde{R}_s^i \in C_k^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}} \{\mu_{\tilde{R}_s^i}(p_j)\} \quad (5.10)$$

Por ejemplo, a partir del conjunto $\tilde{\Theta}/(Sim_{\tilde{\Theta}})_{\alpha_d}$ se obtiene una segmentación difusa, $\tilde{\Theta}_d$, con una única región que corresponde a toda la imagen. El grado de

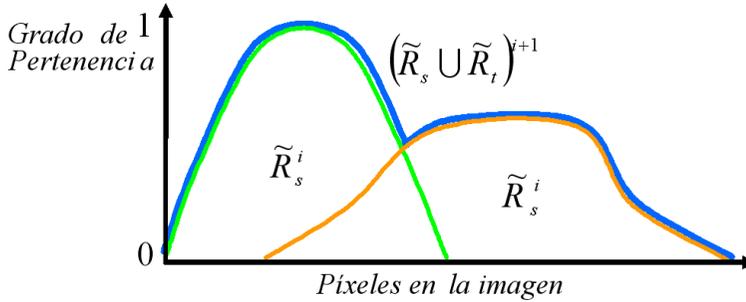


Figura 5.17: Unión de regiones difusas: \tilde{R}_s en verde, \tilde{R}_t en naranja y $\tilde{R}_s \cup \tilde{R}_t$ en azul.

pertenencia de cada píxel a esa región será el máximo grado de pertenencia que tenga a las regiones en $\tilde{\Theta}$.

Una vez definidos los diferentes niveles $\tilde{\Theta}_i$ de la jerarquía, es trivial demostrar la siguiente proposición:

Proposición 5.1 $H_{\tilde{\Theta}}$ es una jerarquía anidada de segmentaciones difusas. En particular, para cada $\tilde{R}_k^i \in \tilde{\Theta}_i$ con $i \in \{1, \dots, d - 1\}$ existe $\tilde{R}_l^{i+1} \in \tilde{\Theta}_{i+1}$ tal que $\tilde{R}_k^i \subseteq \tilde{R}_l^{i+1}$ (la inclusión en el sentido del menor grado; es decir, $\mu_{\tilde{R}_k^i}(p) \leq \mu_{\tilde{R}_l^{i+1}}(p) \forall p \in I$).

5.2.3. Algoritmo para Calcular la Jerarquía

Con la propuesta realizada se ha asentado la base formal que permite, dada una segmentación inicial $\tilde{\Theta}$ de la imagen, tener una herramienta para trabajar de forma sencilla con los distintos niveles de precisión de dicha imagen, pues basta con cambiar el valor de α , para obtener una segmentación difusa de la misma con un nivel de detalle diferente.

El algoritmo 5.2.3 permite implementar la construcción de la jerarquía de seg-

mentaciones difusas de acuerdo a la propuesta realizada. Este algoritmo consta de tres etapas:

- El primer paso consiste en calcular, a través de la función *CalculaSimilitud* que aparece en el algoritmo 5.2.3, la similitud entre las regiones. Esto se hace a través de cualquiera de los procedimientos existentes [3] y mediante una matriz de adyacencia.
- A continuación se calculan los valores de α que darán lugar a los distintos niveles de la jerarquía, buscando en la matriz de adyacencia con los valores de semejanza, que notamos MA , los diferentes valores de similitud que existen.
- Finalmente, se construye la jerarquía uniendo en cada nivel las regiones que pertenecen a la misma clase de equivalencia.

La eficiencia de este algoritmo es de orden $O(m^3)$, según lo siguiente:

- La primera, con el algoritmo 5.2.1, es de orden $O(m^3)$, como se observa en dicho algoritmo.
- La segunda etapa requiere recorrer toda la matriz MA en busca de los distintos valores de similitud, por lo que su orden de eficiencia es $O(m^2)$, aunque uniendo esta fase y la anterior es posible realizar una implementación, con un orden de eficiencia $O(m^2 \cdot \log m)$.
- La última etapa en la que se calcula la jerarquía depende del número de niveles, d , y del número de regiones que se unen en cada nivel m_i , lo cual es variable de una imagen a otra. En cualquier caso, lo que se suele hacer es calcular un árbol que mantenga la estructura de las regiones que se unen en cada nivel, y posteriormente se calcula cada una de las regiones, en el

momento en que sea necesario generar la segmentación difusa. En el peor caso, el cálculo de éste árbol requerirá recorrer en cada nivel la matriz de adyacencia para ver qué regiones se unen en él, por lo que su orden de eficiencia será $O(m^2)$. Dado que el número de niveles es d , cuya cota superior es el número inicial de regiones (en cada nivel se unen sólo dos regiones), la construcción del árbol completo será de orden $O(m^3)$.

- Cada vez que se vaya a calcular una segmentación difusa, habrá que recorrer las regiones m uniendo aquellas que correspondan según el nivel. Realizar la unión de regiones implica recorrer el soporte de los conjuntos difusos de las regiones que se va a unir lo cual, en el peor caso, será toda la imagen. Siendo n el número de píxeles en la imagen, obtener la segmentación difusa de un nivel tendrá un coste computacional de orden $O(m \cdot n)$.

Ejemplos

En las figuras 5.19 a 5.22 se muestran los resultados obtenidos calculando la jerarquía de segmentaciones difusas sobre las imágenes 5.18 (A a C), respectivamente. Para la imagen 5.18 (A) la jerarquía se muestra en las figuras 5.19 y 5.20. En la primera fila de las figuras 5.19 a 5.22 se muestra la segmentación difusa obtenida en cada nivel de la jerarquía, correspondiente al α -corte indicado en la parte superior de la figura. Esta representación de la segmentación difusa se ha obtenido mediante la superposición de todas sus regiones difusas utilizando transparencias. Así el color de cada píxel es el que se obtiene al ponderar el color de cada región difusa a la que pertenece por su grado de pertenencia a ella. En la misma columna de cada segmentación difusa se representan las regiones difusas que la forman y con flechas se indica cómo se van uniendo para formar cada nivel.

En estas figuras se observa que los niveles inferiores de la jerarquía están formados por un gran número de pequeñas regiones, que se van uniendo con grados

Algoritmo 5.2.3: Algoritmo para calcular la Jerarquía Anidada $H_{\tilde{\Theta}}$

Entrada:

Imagen \mathcal{I} de tamaño $N \times M = n$.

Conjunto de regiones difusas en la segmentación inicial $\tilde{\Theta} = \{\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_m\}$.

Notación:

MA : Matriz de adyacencia con la semejanza entre \tilde{R}_s y \tilde{R}_t en la posición (s,t) .

Algoritmo:

1. Cálculo de $Sim_{\tilde{\Theta}}$:

- Para cada región $\tilde{R}_s, s \in \{1, \dots, m\}$
 - Para cada región $\tilde{R}_t, s \leq t < m$
 - $MA(s,t) = Res_{\tilde{\Theta}}(\tilde{R}_s, \tilde{R}_t)$
- $MA = CalculaSimilitud(MA)$

2. Cálculo de $\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}})$:

- $\Lambda(Sim_{\tilde{\Theta}}) = \{MA(s,t) | s, t \in \{1..m\}\}$

3. Cálculo de $H_{\tilde{\Theta}}$:

- Inicialización
 - $\tilde{\Theta}_0 = \tilde{\Theta}$
 - $H_{\tilde{\Theta}} = \emptyset$
 - Para cada $i \in \Lambda\{1, \dots, d\}$
 - $\tilde{\Theta}_i = \{C_1^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}, C_2^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}, \dots, C_{m_i}^{\tilde{\Theta}, \alpha_i}\}$
 - $H_{\tilde{\Theta}} = H_{\tilde{\Theta}} \cup \{\tilde{\Theta}_i\}$
-

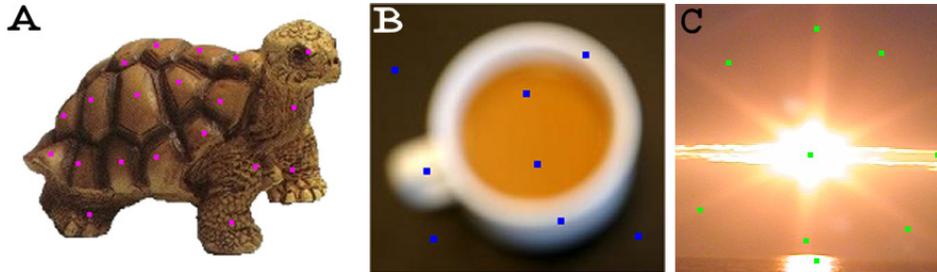


Figura 5.18: Las imágenes A a C representan las semillas utilizadas en las figuras 5.19, 5.21 y 5.22, respectivamente.

de similitud muy parecidos entre sí, en torno a 0.6 en la figura 5.19 y de 0.7 en las figuras 5.21 y 5.22. Este proceso continúa hasta que se van formando los distintos objetos de la imagen, como son la taza, el caparazón de la tortuga o las cuatro grandes regiones en el degradado de luz. A partir de ahí comienzan a unirse regiones grandes y poco parecidas, con lo que el valor de α con el que se genera cada nivel de la jerarquía experimenta un apreciable descenso, pasando a ser en torno a 0.4 en las figuras 5.19 y 5.21 y en torno a 0.6 en la figura 5.22.

5.3. Resultados

En esta sección se muestran los resultados que se obtienen encadenando el proceso de selección de semillas, la segmentación difusa de la imagen y la construcción de la jerarquía. En las imágenes que se muestran en este apartado se ha llevado a cabo una siembra en los mínimos locales del gradiente, a partir de la cual se ha seleccionado un subconjunto de semillas aplicando la metodología descrita en este capítulo. Sobre las semillas seleccionadas, se ha ejecutado el proceso de segmentación difusa, cuyo resultado sirve de nivel inicial de la jerarquía de segmentaciones difusas, que permite analizar la imagen con diferentes niveles de

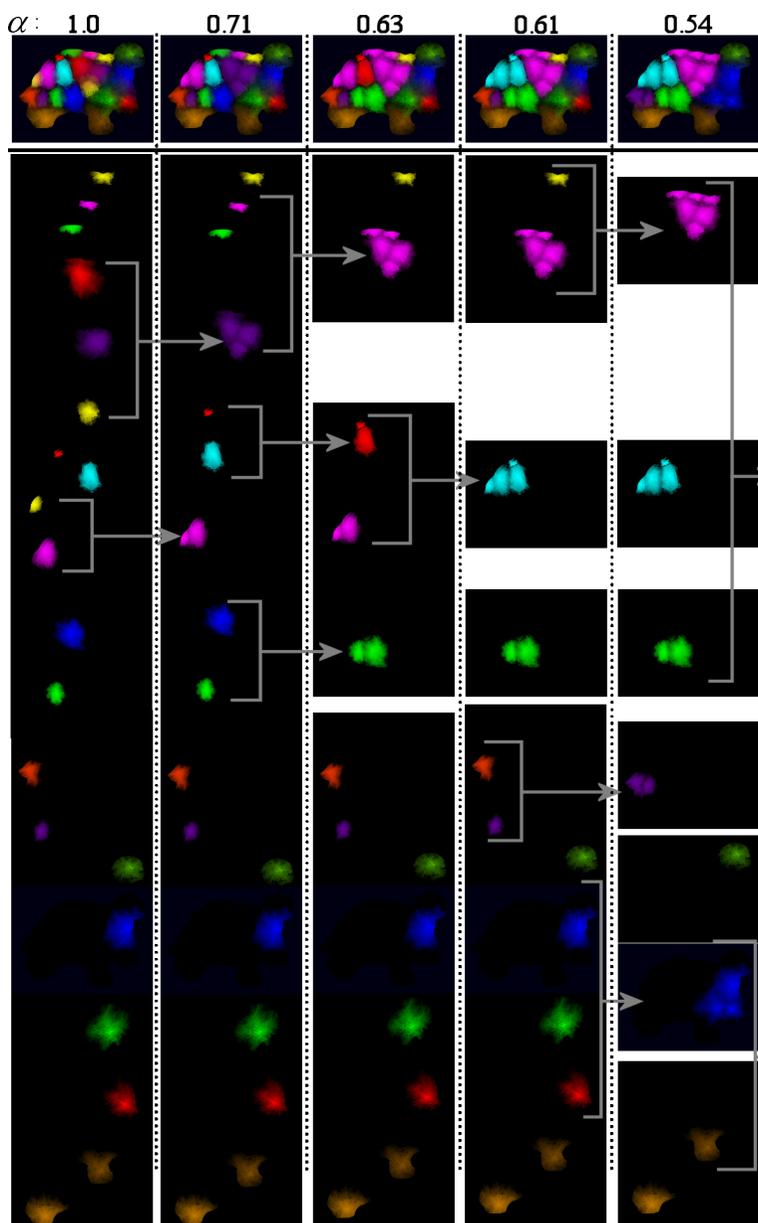


Figura 5.19: Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido.

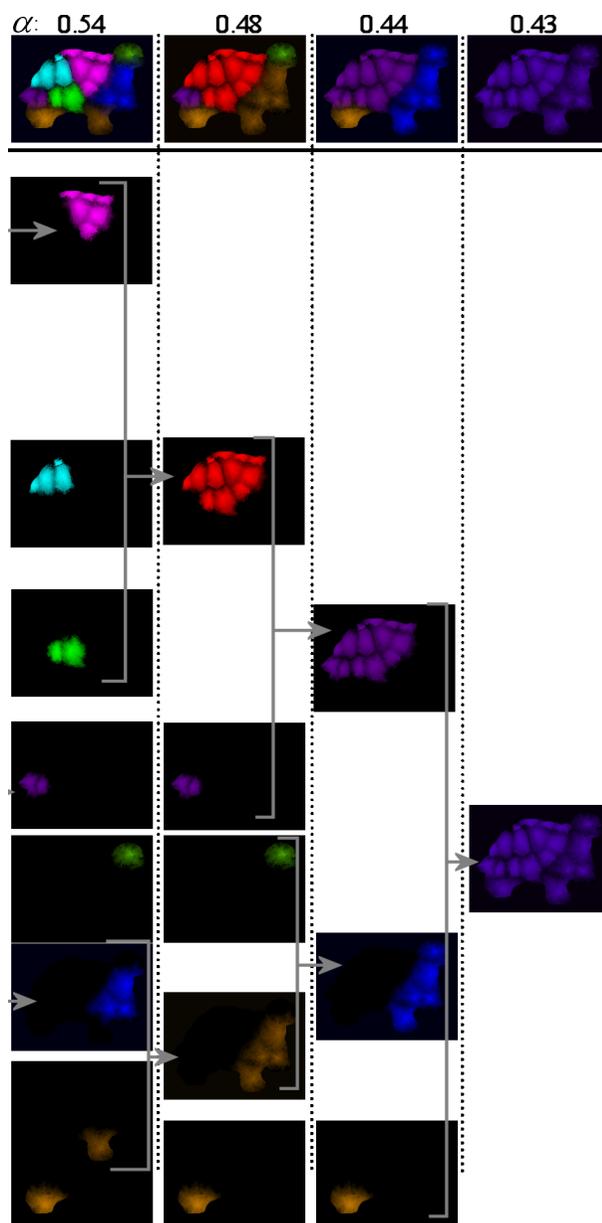


Figura 5.20: Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido.

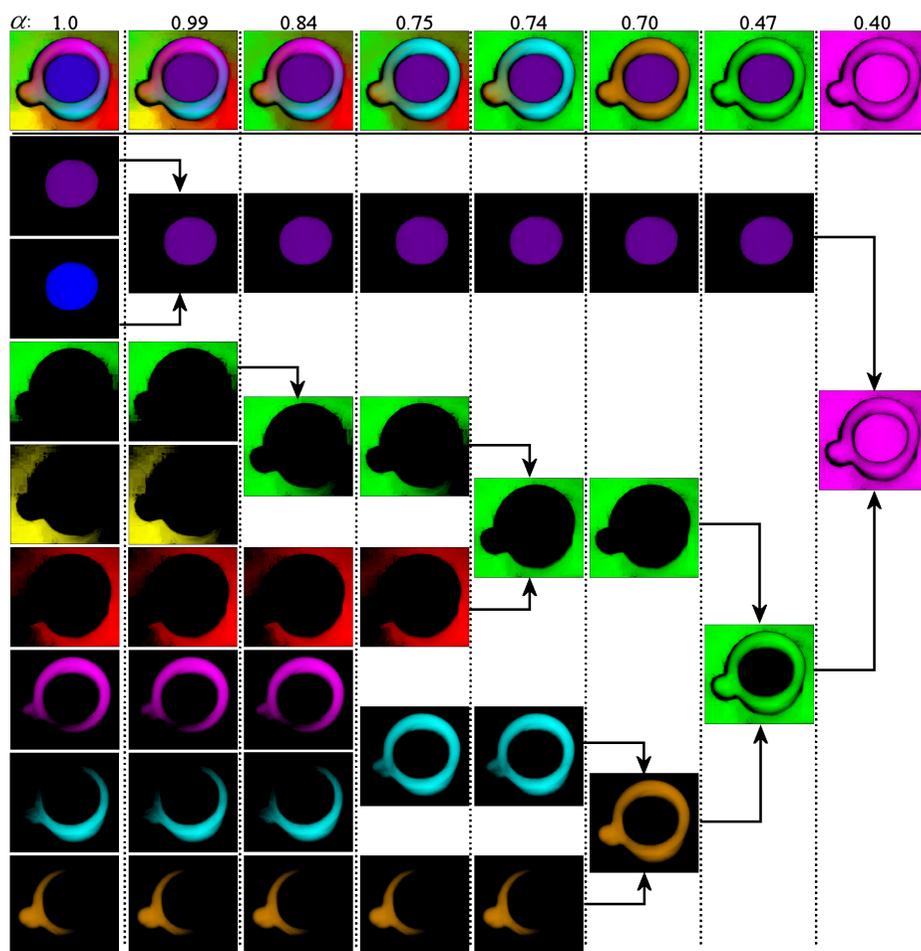


Figura 5.21: Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido.

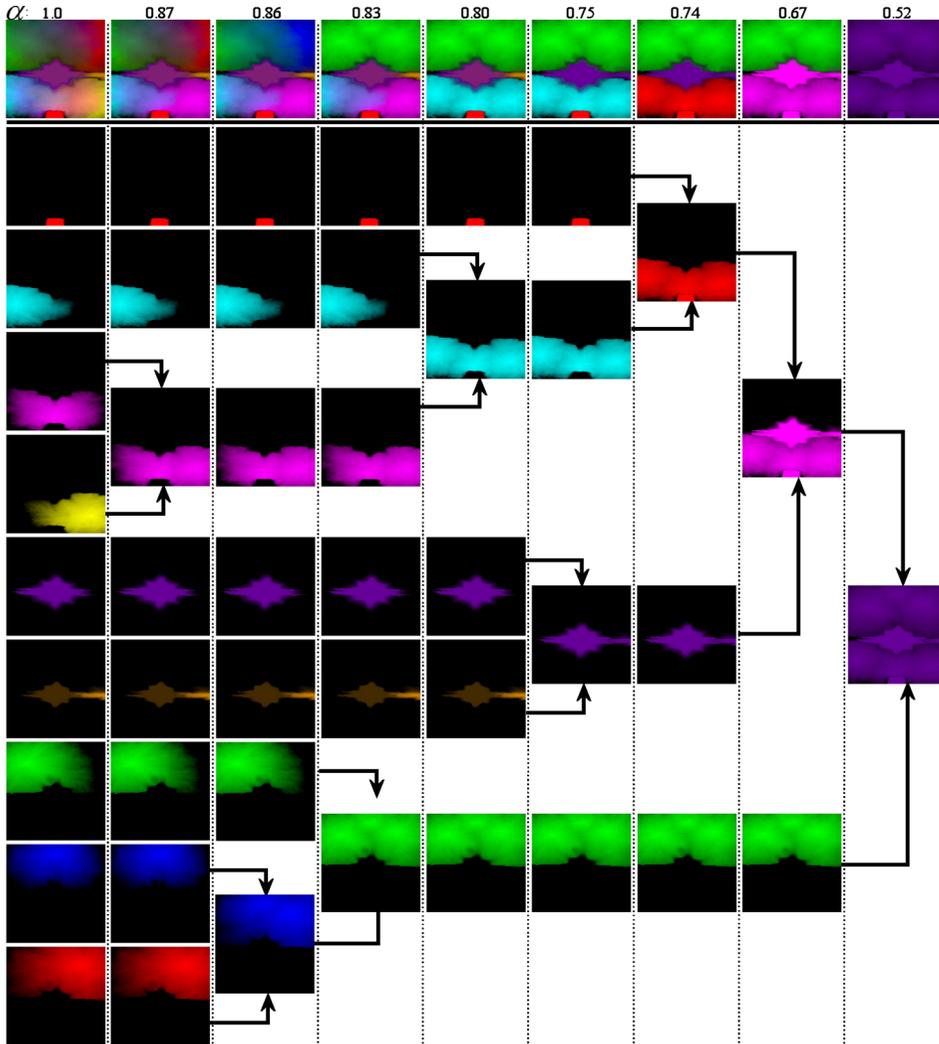


Figura 5.22: Primera Fila: Segmentación difusa correspondiente a distintos niveles de la jerarquía, formada por las regiones difusas en su columna. Sobre cada segmentación se indica el valor α con el que se ha obtenido.

detalle.

En las figuras 5.23 a 5.25 se muestran algunos ejemplos de los resultados obtenidos sobre diferentes tipos de imágenes. Estas imágenes contienen regiones de diversa naturaleza y con distintos grados de imprecisión en sus contornos. Las figuras 5.23 (A) a 5.25 (A) muestran la sobre-siembra inicial mientras que en las figuras 5.23 (B) a 5.25 (B) se observan los resultados del proceso de selección de semillas. El resultado de calcular el modelo difuso para cada una de las semillas seleccionadas se muestra en las figuras 5.23 (C) a 5.25 (C) en las que, como en casos anteriores, se han superpuesto mediante transparencias todos los conjuntos difusos obtenidos. Las imágenes 5.23 (D1 a D3) a 5.25 (D1 a D3) muestran, algunas segmentaciones difusas correspondientes a distintos niveles de la jerarquía.

En la tabla 5.6 se indica cuál es el nivel de la jerarquía que se ha representado en cada una de las imágenes 5.23 (C a D3) a 5.25 (C a D3), así como el número de regiones que hay en dicho nivel. En las imágenes 5.23 (D1 a D3) a 5.25 (D1 a D3) se representa con un cuadrado blanco la semillas correspondiente a una de las regiones que se han unido para formar la representada por ella.

Como se observa en las figuras 5.23 (C) a 5.25 (C), la segmentación difusa obtenida para cada imagen representa, no sólo qué regiones se pueden extraer de ella, sino también la imprecisión existente en cada región y en la transición entre ellas. Las figuras 5.23 (A y B) a 5.25 (A y B), muestran cómo el proceso de selección de semillas permite reducir considerablemente el número de semillas en cada región, disminuyendo así la redundancia de información que supondría tener para cada región de la imagen tanto conjuntos difusos como semillas hay en la siembra inicial.

En las figuras 5.23 (D1 a D3) a 5.25 (D1 a D3), se pueden apreciar diferentes niveles de la jerarquía de segmentaciones difusas. Como se observa, al contar con una jerarquía de segmentaciones difusas se pueden distinguir diferentes niveles de precisión en la información contenida en la imagen, proporcionando a los niveles



Figura 5.23: A: Imagen con la sobre-siembra inicial. B: Resultado de la selección de semillas. C: Segmentación inicial con 47 regiones difusas. D1-3: Segmentación difusa correspondiente a los α -cortes 0.95 (D1), 0.84 (D2) y 0.73 (D3) de la jerarquía, en los que hay 38, 23 y 10 regiones difusas, respectivamente. Un cuadrado blanco marca, para cada región difusa, la posición de la semilla de una de las regiones que se han unido para formarla. .

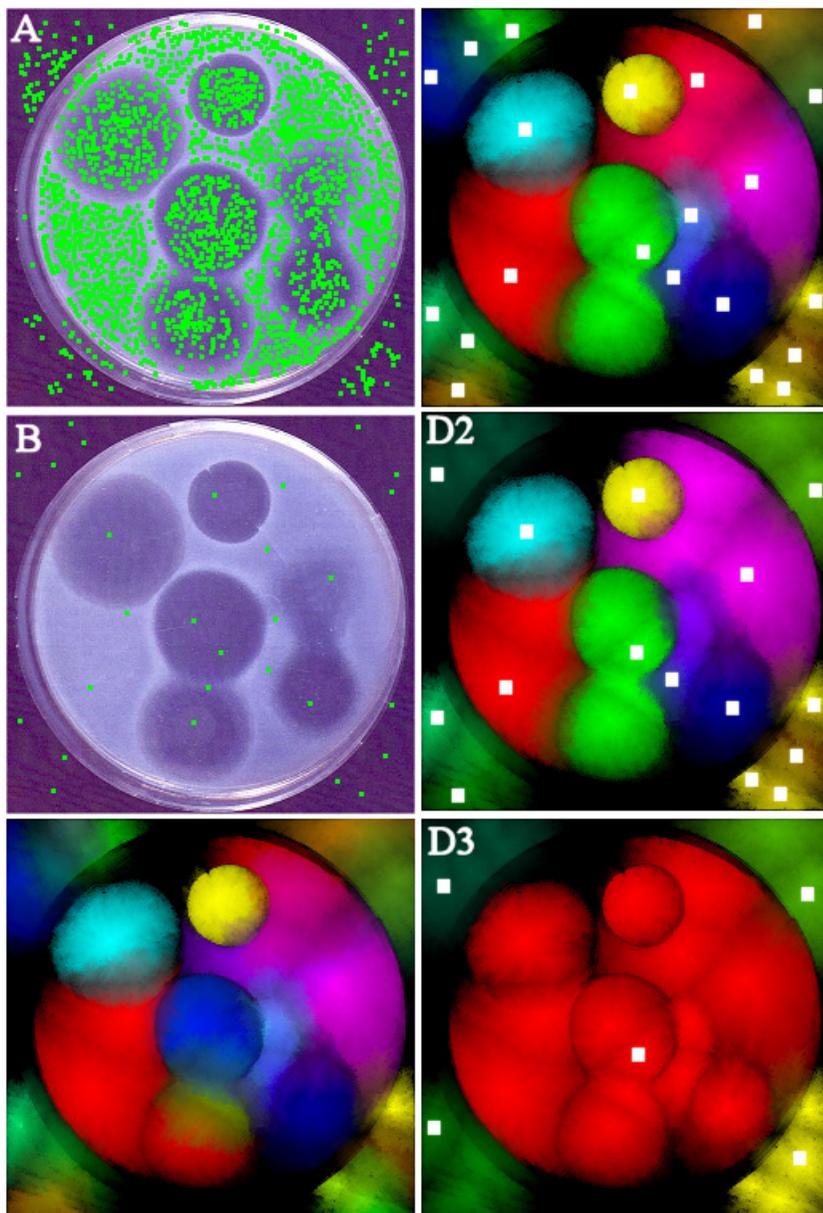


Figura 5.24: A: Imagen con la sobre-siembra inicial. B: Resultado de la selección de semillas. C: Segmentación inicial con 28 regiones difusas. D1-3: Segmentación difusa correspondiente a los α -cortes 0.84 (D1), 0.79 (D2) y 0.61 (D3) de la jerarquía, en los que hay 21, 15 y 5 regiones difusas, respectivamente. .

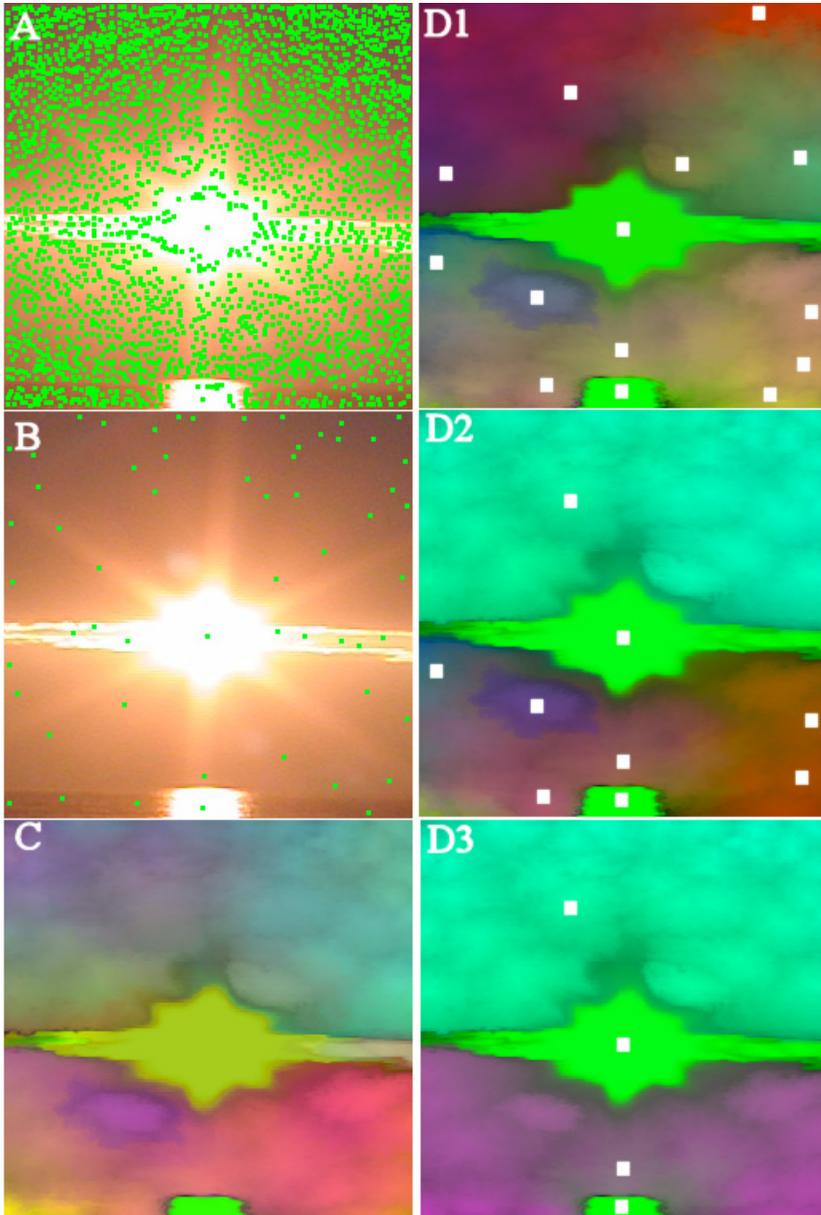


Figura 5.25: A: Imagen con la sobre-siembra inicial. B: Resultado de la selección de semillas. C: Segmentación inicial con 58 regiones difusas. D1-3: Segmentación difusa correspondiente a los α -cortes 0.91 (D1), 0.90 (D2) y 0.86 (D3) de la jerarquía, en los que hay 13, 9 y 4 regiones difusas, respectivamente. .

Imagen	α -corte	Nº de Regiones
5.23 (C)	1.0	47
5.23 (D1)	0.95	38
5.23 (D2)	0.84	23
5.23 (D3)	0.73	10
5.24 (C)	1.0	28
5.24 (D1)	0.84	21
5.24 (D2)	0.79	15
5.24 (D3)	0.61	5
5.25 (C)	1.0	58
5.25 (D1)	0.91	13
5.25 (D2)	0.90	9
5.25 (D3)	0.86	4

Tabla 5.6: Número de regiones que hay en los niveles de la jerarquía representados en las imágenes (C) y (D1 a D3) de las figuras 5.23 a 5.25 .

posteriores del procesamiento la información que necesitan.

5.4. Conclusiones

En este capítulo se ha propuesto una técnica de segmentación difusa basada en el modelado individual de cada región de la imagen, con el fin de adaptarse lo mejor posible a la imprecisión de cada una, y así lograr que la segmentación difusa final sea una representación de la imagen adecuada para posteriores etapas del procesamiento. Dado que la técnica que se ha propuesto está basada en el crecimiento de regiones, se ha desarrollado una técnica para, partiendo de una sobre-siembra de la imagen, poder seleccionar un subconjunto de semillas mediante el estudio del polígono definido para cada una por la posición de las fronteras en diferentes direcciones en torno a ellas. Realizando esta selección, el proceso completo de segmentación difusa resulta menos costoso que si se procesaran todas las regiones de la sobre-siembra inicial.

También se ha propuesto un método para, dada una segmentación difusa de una imagen, construir una jerarquía anidada de segmentaciones difusas que permitan analizar la imagen con diferentes niveles de detalle. Para ello se ha definido una relación de similitud max-min transitiva entre regiones, a partir de cuyos α -cortes se obtiene la segmentación difusa de cada nivel de la jerarquía. Además, esta jerarquía permite aliviar los problemas derivados de una sobre siembra, uniendo aquellas regiones que representan una misma región de la imagen.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

Finalmente se ofrece en este capítulo un resumen de las principales conclusiones a las que se ha llegado en el transcurso de la labor investigadora que ha dado como fruto la presente memoria. Asimismo se plantean las futuras vías de investigación abiertas en el desarrollo de este trabajo.

6.1. Conclusiones

El objetivo que ha guiado la realización de la presente memoria ha sido el desarrollo de una técnica de segmentación de imágenes que permita resolver dos problemas principales: en primer lugar, obtener modelos de regiones que permitan representar la imprecisión existente, adaptándose a las características de las mismas; en segundo lugar, proporcionar segmentaciones a distintos niveles de granularidad.

Consideramos que los objetivos planteados se han alcanzado, mediante propuestas de formulación sencilla pero muy potentes y con propiedades intuitivas y deseables. A continuación se resumen por temas las conclusiones finales de este

trabajo.

6.1.1. Modelado difuso de regiones

Para obtener modelos capaces de adaptarse a las características de las regiones y recoger la imprecisión, se ha planteado el uso del concepto de región difusa, definida como un subconjunto difuso de píxeles semejantes y conectados. Dado que se ha optado por la segmentación de imágenes basada en caminos, se ha partido de un pixel *semilla* como origen de una región, con grado de pertenencia 1 a la misma.

Para poder adaptar la función de pertenencia de una región a las características de la misma en la imagen, y siguiendo la definición, se han estudiado en primer lugar medidas de semejanza entre píxeles, sobre las que se han definido medidas de conectividad. Las medidas de semejanza se han basado en la normalización de una distancia definida en el espacio de color HSI, cuya formulación se ha desarrollado para resolver el problema de la indefinición de algunos componentes de dicho espacio para determinadas áreas del mismo.

Utilizando como base la agregación de semejanzas (bondad) entre píxeles consecutivos de un camino (secuencia de píxeles) que una a dos píxeles en una imagen (vista ésta como un grafo), se ha propuesto una medida de conectividad entre píxeles como la mejor bondad de los caminos que unen ambos píxeles. La principal aportación en este aspecto ha sido el uso para la agregación de la t-norma paramétrica de Weber. El uso de distintos parámetros λ de esta t-norma en la agregación ha constituido una potente herramienta para conseguir adaptar la función de pertenencia, obtenida directamente como la conectividad entre la semilla que origina la región y el píxel considerado, a las características de la región. Esto es posible ya que a distintos valores de λ corresponden distintos comportamientos de la función de pertenencia que, como se ha mostrado, se ajustan a los distintos tipos de región que podemos encontrar en imágenes reales.

Finalmente, se ha propuesto una técnica para estimar, en base a las características de la región en la imagen, un valor adecuado del parámetro λ que permita obtener un modelo representativo de la región. Para ello se ha estimado la posición de las fronteras de la región estudiando las variaciones en el perfil, entendiendo como tal la secuencia de magnitudes de componentes de color en los píxeles, de un número pequeño y representativo de caminos equidistribuidos en distintas direcciones y que parten de la semilla. La pendiente de la recta que aproxima al perfil en la zona estimada como frontera ha sido utilizada como valoración de la característica de la región, y ha sido asociada al valor de λ más adecuado mediante una función ajustada en base a un proceso experimental.

La aplicación de estas propuestas originales a un conjunto de imágenes de diverso tipo ha proporcionado resultados satisfactorios en general.

6.1.2. Segmentación difusa

Para obtener segmentaciones a distintos niveles de granularidad se ha partido de una segmentación inicial. Para obtener dicha segmentación inicial partimos de una siembra inicial, de una selección de píxeles semilla que originarán regiones, y se aplican las técnicas descritas anteriormente para determinar la función de pertenencia que modelará cada región; es decir, se estima el parámetro λ más adecuado y se utiliza el mismo y la medida de conectividad resultante para determinar los grados de pertenencia.

La calidad de la segmentación inicial y el tiempo empleado en calcularla dependerán en gran medida de la cantidad y calidad de las semillas empleadas. Partiendo de una siembra habitual como es la basada en designar como semillas los mínimos locales del gradiente, y aunque no está entre los objetivos principales que se han planteado en esta memoria, se ha aportado una técnica de selección de semillas basada en el estudio del área poligonal delimitada por los puntos estimados como frontera de la región en el proceso de determinación del valor de λ adecuado.

Mediante el uso de medidas adecuadas sobre los polígonos obtenidos se ha obtenido una medida de bondad de la semilla que tiene en cuenta su posición central en las regiones, y que ha permitido ordenar las mismas y seleccionar un número reducido de ellas que permita cubrir toda la imagen. Esta técnica ha permitido reducir en gran medida el número de semillas iniciales y, consecuentemente, el número de regiones obtenidas en la segmentación inicial. Esto ha repercutido en un menor tiempo de ejecución tanto en la segmentación inicial como en el proceso posterior de obtención de segmentaciones a distintos niveles de detalle.

Una vez calculada la segmentación inicial, y para conseguir segmentaciones a distintos niveles de detalle, se han definido relaciones difusas de similitud entre las regiones obtenidas en la segmentación inicial. Dichas relaciones, que pueden considerarse de alguna manera como relaciones de equivalencia difusas, nos permiten determinar un conjunto de particiones anidadas del conjunto de regiones difusas inicial, como aquellas aproximaciones crisp obtenidas mediante alfa-cortes. Mediante la unión en cada uno de los niveles de aquellas regiones que aparecen en una misma clase de equivalencia, se obtienen tantas segmentaciones difusas como niveles de la relación de similitud, es decir, como grados distintos aparezcan en la misma.

El conjunto resultante, denominado jerarquía de segmentaciones difusas, representa adecuadamente la información relativa a las regiones (difusas) presentes en la imagen a diferentes niveles de detalle. Concretamente, el valor de alfa representa hasta qué punto estamos dispuestos a relajar el criterio de equivalencia entre regiones, de modo que cuanto menor es el valor de alfa que representa el nivel, que está en el intervalo $(0,1]$, relajamos más el concepto de equivalencia y obtenemos un número menor de clases con más regiones del conjunto inicial, lo que se traduce en, una vez unidas las regiones pertenecientes a la misma clase, una segmentación con un menor número de regiones.

Para obtener la relación de similitud (reflexiva, simétrica y max-min transitiva)

entre regiones de la segmentación inicial, se parte de una relación de semejanza (reflexiva y simétrica) que es posteriormente transformada mediante un proceso equivalente al cálculo de la clausura transitiva. Un aspecto clave en este proceso es la definición de una relación de semejanza adecuada entre regiones, que tan solo tiene sentido entre regiones vecinas. Para ello se combinan dos medidas de parecido entre regiones: por un lado, una estimación de la semejanza en el color medio de las regiones; por otro lado, el grado de compatibilidad de ambas regiones, calculado como el máximo grado de pertenencia a la intersección de ambas.

De nuevo, la aplicación de estas propuestas originales a un conjunto de imágenes ha permitido concluir que las mismas constituyen una solución satisfactoria en general al problema planteado.

6.2. Trabajos futuros

Como continuación del trabajo realizado en la presente memoria, y al margen de los objetivos fijados, quedan abiertas algunas líneas futuras de investigación que consideramos interesantes.

En primer lugar se plantea extender la caracterización de los píxeles a otras características, como por ejemplo descriptores de texturas. En particular, planteamos introducir el uso de descriptores difusos que recojan la imprecisión en la caracterización de un píxel. En relación con este punto, se plantea asimismo la definición de medidas de semejanza y conectividad entre píxeles que tomen en consideración las nuevas caracterizaciones, y su aplicación a la segmentación. De esta forma sería posible realizar segmentaciones sobre la base, por ejemplo, de las texturas presentes en la imagen, con respecto a la cual la segmentación basada en homogeneidad en color sería, de hecho, un caso particular.

Un segundo trabajo futuro que se llevará a cabo es utilizar la relación de semejanza entre píxeles, concretamente alfa-cortes de distintos niveles, como método

para generar lo que podría denominarse "núcleo de regiones", como extensión del concepto de semilla. De esta forma la generación de una región se haría a partir de un conjunto de píxeles en lugar de un solo píxel, con lo que se contaría con un punto de partida más robusto e informativo. Naturalmente, este cambio en el punto de partida afecta a otros aspectos como la valoración de las características de la región bajo estudio y, en consecuencia, la estimación de los parámetros más adecuados para modelarla.

Con respecto a la siembra inicial, se plantea el estudio de medidas alternativas de bondad para las semillas, así como extender el concepto de bondad a los núcleos de regiones indicados en el párrafo anterior.

Otro problema interesante que se estudiará en el futuro es la determinación de los niveles más significativos de la jerarquía de segmentaciones difusas. De la misma forma que en ocasiones es necesario obtener aproximaciones crisp al modelo de una región difusa, también puede ser conveniente tratar de determinar cual de los distintos niveles de una jerarquía de segmentaciones difusas representa de manera más adecuada el conjunto de regiones presentes en una imagen. Para ello se plantean dos enfoques principales: en primer lugar, el estudio de la asignación básica de probabilidad a los distintos niveles, entendiendo que el valor alfa de cada alfa-corte representa una distribución de posibilidad sobre los niveles. En segundo lugar, el estudio de las variaciones de homogeneidad en las distintas segmentaciones.

Finalmente, un trabajo futuro muy interesante que se abordará es la aplicación de las técnicas propuestas a la segmentación en bases de datos de imágenes, con el objetivo de realizar sistemas de recuperación de información visual. Este trabajo futuro engloba una gran cantidad de tareas, tales como el desarrollo de técnicas de indexación, de caracterización de regiones, y de localización espacial relativa entre regiones. Finalmente, y a partir de las técnicas de indexación desarrolladas a partir de las caracterizaciones, el desarrollo de medidas de acoplamiento con

consultas para la recuperación de información.

Apéndice A

Conjuntos difusos y lógica difusa

La información con la que trabajamos diariamente no siempre presenta el grado de perfección que caracteriza a los modelos matemáticos que utilizamos para su tratamiento automático. En ocasiones, dicha información puede ser:

- Incompleta (solo describe parcialmente la realidad)
- Imprecisa (el valor de una variable se encuentra en un conjunto de valores, pero no podemos precisar cual es), y/o
- Incierta (no tenemos total certeza de que la información sea verdadera).

Esto ha hecho que a lo largo de los años se hayan introducido modelos matemáticos que permitan representar información imperfecta, tales como la Teoría de la probabilidad, la Teoría de la Evidencia de Dempster/Shafer [277] y la Teoría de Factores de Certeza [286]. Uno de dichos modelos es la Teoría de Subconjuntos Difusos [349], propuesta por L.A.Zadeh en 1965, y que desde entonces ha experimentado un fuerte auge debido a las aportaciones de muchos otros investigadores.

Esta teoría es especialmente adecuada para la representación de conceptos e información imprecisa, es decir, de conceptos en los que la transición entre el ser

y el no ser es gradual y no brusca. A continuación se detallan algunos conceptos básicos de la Teoría de Subconjuntos Difusos. Una descripción en mayor profundidad puede obtenerse en [80] y [162]. Finalmente, esbozamos algunas ideas básicas de la Teoría de la Evidencia de Dempster/Shafer.

A.1. Concepto de conjunto difuso

El concepto de conjunto difuso sobre un universo X (también llamado referencial) es una generalización del concepto clásico de conjunto en el que la función indicadora (que indica si un elemento pertenece o no al conjunto) tiene como rango el intervalo real $[0,1]$ en lugar del conjunto $\{0,1\}$. Así, el conjunto difuso A viene descrito por su función de pertenencia μ_A

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

Por lo general se suele identificar al conjunto con su función indicadora, que en el contexto de la teoría de subconjuntos difusos se denomina función de pertenencia. Nosotros seguiremos esta última notación

$$A : X \rightarrow [0, 1]$$

de tal forma que $A(x)$, donde $x \in X$, representa el grado de pertenencia del elemento x al conjunto A . Cuando el referencial es finito, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, usaremos la siguiente notación para representar a un conjunto difuso A sobre X :

$$A = \{A(x_1)/x_1 + A(x_2)/x_2 + \dots + A(x_n)/x_n\}$$

Algunos conceptos básicos sobre conjuntos difusos son los siguientes:

- Se dice que un conjunto difuso A es *normal* si existe al menos un $x \in X$ tal que $A(x) = 1$.

- Se llama *soporte* del conjunto difuso A al conjunto

$$Sop(A) = \{x \in X \mid A(x) > 0\} \quad (A.1)$$

- Se llama *nucleo* del conjunto difuso A al conjunto

$$Ker(A) = \{x \in X \mid A(x) = 1\} \quad (A.2)$$

- El conjunto de subconjuntos difusos sobre un referencial X se nota $\tilde{\mathcal{P}}(X)$. Es obvio que $\mathcal{P}(X) \subset \tilde{\mathcal{P}}(X)$.

- Se dice que un conjunto difuso A es convexo si verifica

$$x \leq y \leq z \Rightarrow A(y) \geq \min(A(x), A(z)) \quad (A.3)$$

A.2. Operaciones básicas con conjuntos difusos

La extensión del concepto de conjunto no tendría sentido sin extender simultáneamente las operaciones que podemos realizar con ellos. Las principales operaciones sobre conjuntos son la unión, la intersección y el complemento. Estas operaciones pueden generalizarse al caso de conjuntos difusos de diversas formas. La condición indispensable que deben verificar las extensiones es que, cuando los conjuntos implicados son ordinarios, éstas deben comportarse como los operadores ordinarios. Las familias de operadores difusos más importantes son las llamadas t -normas, t -conormas y negaciones, que extienden las operaciones de intersección, unión y complemento respectivamente.

A.2.1. Operadores de intersección: t -normas

Una t -norma es una función

$$i : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

que verifica las siguientes propiedades para cualesquiera $a, b, c \in [0, 1]$:

- Frontera: $i(a, 1) = a$
- Monotonía: $b \leq c$ implica $i(a, b) \leq i(a, c)$
- Conmutatividad: $i(a, b) = i(b, a)$
- Asociatividad: $i(a, i(b, c)) = i(i(a, b), c)$

La intersección de dos conjuntos difusos A y B mediante una t -norma i se define pues como

$$(A \cap B)(x) = i(A(x), B(x)) \quad (\text{A.4})$$

Algunas de las t -normas más utilizadas son las siguientes:

- Intersección estándar: $i(a, b) = \min(a, b)$
- Producto algebraico: $i(a, b) = ab$
- Resta acotada (Lukasiewicz): $i(a, b) = \max(0, a + b - 1)$
- Intersección drástica: $i(a, b) = \begin{cases} a & b = 1 \\ b & a = 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$

A.2.2. Operadores de unión: t -conormas

Una t -conorma es una función

$$u : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

que verifica las siguientes propiedades para cualesquiera $a, b, c \in [0, 1]$:

- Frontera: $u(a, 0) = a$

- Monotonía: $b \leq c$ implica $u(a, b) \leq u(a, c)$
- Conmutatividad: $u(a, b) = u(b, a)$
- Asociatividad: $u(a, u(b, c)) = u(u(a, b), c)$

La unión de dos conjuntos difusos A y B mediante una t -conorma u se define pues como

$$(A \cup B)(x) = u(A(x), B(x)) \tag{A.5}$$

Algunas de las t -conormas más utilizadas son las siguientes:

- Unión estándar: $u(a, b) = \max(a, b)$
- Suma algebraica: $u(a, b) = a + b - ab$
- Suma acotada (Lukasiewicz): $u(a, b) = \min(1, a + b)$
- Unión drástica: $u(a, b) = \begin{cases} a & b = 0 \\ b & a = 0 \\ 1 & \text{otro caso} \end{cases}$

A.2.3. Operadores de complemento: negaciones

Una negación es una función

$$c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

que verifica las siguientes propiedades para cualesquiera $a, b \in [0, 1]$:

- Frontera: $c(0) = 1$ y $c(1) = 0$
- Monotonía: Si $a \leq b$ entonces $c(a) \geq c(b)$

Estas propiedades son las mínimas que deben ser verificadas por una negación, pero se suelen exigir algunas otras propiedades para definir mejores negaciones desde un punto de vista práctico:

- Continuidad: c debe ser una función continua.
- Propiedad involutiva: $c(c(a)) = a$ para todo $a \in [0, 1]$

El complemento de un conjunto difuso A se define como

$$\overline{A}(x) = c(A(x)) \quad (\text{A.6})$$

La negación más utilizada es la llamada negación estandar,

$$c(a) = 1 - a \quad (\text{A.7})$$

Las negaciones más drásticas son las llamadas negaciones umbrales, cuya expresión general es

$$c(a) = \begin{cases} 1 & a < t \\ 0 & a \geq t \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

donde $t \in (0, 1]$ es el umbral. Un caso particular es $t = 1$, en cuyo caso tenemos la negación

$$c(a) = \begin{cases} 1 & a < 1 \\ 0 & a = 1 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

A.3. Representación de conjuntos difusos

En la literatura pueden encontrarse diversas formas para representar un conjunto difuso sobre X de forma unívoca mediante un conjunto de subconjuntos ordinarios de X , cada uno afectado de un cierto grado de importancia en la representación, dado por un peso que toma valor en $[0, 1]$. Esta idea es muy importante

porque establece una conexión entre los conjuntos difusos y los ordinarios que permite extender las operaciones que realizamos sobre estos últimos a los primeros. Hay diversas representaciones posibles de un conjunto difuso mediante conjuntos ordinarios. La más utilizada es la representación de un conjunto difuso mediante el conjunto de sus conjuntos de nivel o α -cortes.

Para cada $\alpha \in [0, 1]$ y cada subconjunto difuso A , se define el α -corte (corte de nivel α) de A como el conjunto

$${}^\alpha A = \{x \in X \mid A(x) \geq \alpha\} \tag{A.10}$$

Los conjuntos de nivel de un subconjunto difuso A se encuentran encajados unos en otros, de manera que

$$(\alpha > \beta) \Rightarrow {}^\alpha A \subseteq {}^\beta A \tag{A.11}$$

Es fácil ver que $Ker(A) = {}^1 A$. Al conjunto de valores $\alpha \in [0, 1]$ que representan distintos alfa cortes de A se le denomina *Conjunto de Niveles*, y se define formalmente como

$$\Lambda(A) = \{\alpha \mid A(x) = \alpha \text{ para algún } x \in X\} \tag{A.12}$$

El *Teorema de Descomposición* [350] establece que un conjunto difuso A puede representarse unívocamente mediante el conjunto de sus alfa cortes, al que se suele denominar *descomposición de A* , y al que denominaremos $\mathcal{AL}(A)$. El peso de ${}^\alpha A$ en la representación es α , aunque es posible utilizar otros pesos para representar la importancia de cada alfa corte en la representación, como se verá más adelante. Formalmente, el teorema de descomposición establece que

$$A(x) = \bigcup_{\alpha \in \Lambda(A)} \alpha {}^\alpha A(x) \tag{A.13}$$

donde \cup representa la unión estándar mediante el máximo. En caso de utilizar otros pesos distintos de los valores de $\Lambda(A)$, es necesario determinar la expresión que tomaría el teorema de descomposición para dicha representación. Un

caso particular es el uso de una distribución de probabilidad sobre los conjuntos que forman la representación. En ese caso el teorema de descomposición podría expresarse como

$$A(x) = \sum_{\alpha \in \Lambda(A)} \text{prob}(\alpha A) \alpha A(x) \quad (\text{A.14})$$

donde $\text{prob}(\alpha A)$ es la probabilidad de αA en la representación.

A.4. Relaciones difusas

En el ámbito crisp, se define una relación como un subconjunto del producto cartesiano de una serie de conjuntos. Un caso particular de relación es aquella que se define internamente dentro de un conjunto, usualmente relaciones binarias. Sea X un conjunto crisp. Una relación binaria en X es pues un subconjunto cartesiano del conjunto $X \times X$.

Esta idea se extiende inmediatamente al ámbito difuso considerando que una *relación difusa* es un subconjunto *difuso* del producto cartesiano $X \times X$. Dicha relación vendrá determinada por una función de pertenencia. Por ejemplo, sea R una relación difusa definida sobre el conjunto X . Entonces, dicho conjunto vendrá descrito por una función de pertenencia de la forma

$$R : X \times X \rightarrow [0, 1]$$

Algunas de las propiedades de las relaciones crisp pueden extenderse al caso difuso de manera directa. Se dice que una relación difusa R sobre X es

- **Reflexiva** si $R(x, x) = 1 \forall x \in X$
- **Simétrica** si $R(x, y) = R(y, x) \forall x, y \in X$

A las relaciones difusas que verifican estas dos propiedades se les denomina relaciones de *semejanza*. Sin embargo, extender la propiedad transitiva al caso difuso no es trivial. De hecho, existe un número infinito de posibles definiciones de transitividad, que se caracterizan por el uso de una t -norma y una t -conorma particulares. En general, sean \odot y \oplus una t -norma y una t -conorma, respectivamente, cualesquiera. Se dice que una relación difusa es $\oplus - \odot$ **transitiva** si $\forall x, y \in X$ se verifica

$$R(x, y) \geq \oplus_{z \in X} (R(x, z) \odot R(z, y))$$

Un tipo de transitividad especialmente interesantes es la *max-min transitividad* que, particularizando la expresión anterior, se verifica cuando para todo $x, y \in X$

$$R(x, y) \geq \max_{z \in X} \min (R(x, z), R(z, y))$$

A las relaciones difusas que verifican las propiedades reflexiva, simétrica y max-min transitiva se les denomina *relaciones de similitud*.

Al tratarse en definitiva de conjuntos difusos, es posible calcular alfa-cortes de relaciones difusas. Dado que el alfa-corte de un conjunto difuso es un conjunto crisp, se deduce inmediatamente que todo alfa-corte de una relación difusa es una relación crisp.

Una propiedad interesante de las relaciones de similitud es que todo alfa-corte de una relación de similitud proporciona una relación de equivalencia crisp, es decir, una relación crisp que verifica las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva. Además, dado que los alfa-cortes de un conjunto difuso están anidados, conforme aumentamos los valores de alfa (en el caso extremo $\alpha = 1$), obtenemos un refinamiento de las relaciones, en el sentido de que las relaciones obtenidas con alfa-cortes mayores proporcionan una partición del conjunto X que refina a la partición proporcionada por alfa-cortes con valores de alfa menores.

A.5. Teoría de la evidencia de Dempster/Shafer

La teoría de la probabilidad asigna a cada posible resultado de un experimento aleatorio la probabilidad de que dicho resultado se produzca, pero solo es aplicable cuando disponemos de una descripción precisa del experimento y de sus posibles resultados. La teoría de la evidencia de Dempster/Shafer permite medir la probabilidad de un resultado impreciso del experimento, descrito como un conjunto disyuntivo de resultados. De esta forma es posible medir la incertidumbre de ciertos tipos de información imprecisa. Al conjunto de probabilidades sobre resultados imprecisos se le denomina *asignación básica de probabilidad*.

Supongamos que queremos medir la probabilidad de que al sacar una bola de una urna esta sea roja, azul o verde. Supongamos que desconocemos el número de bolas de cada color que hay en la urna, y decidimos hacer una serie de experimentos (un número suficiente de ellos) para determinar la probabilidad de forma empírica. Por último, imaginemos que no distinguimos muy bien los colores y que obtenemos el siguiente resultado:

Experimentos realizados: 100

Bolas rojas: 20	$m(\{rojo\}) = 0.2$
Bolas azules: 30	$m(\{azul\}) = 0.3$
Bolas verdes: 15	$m(\{verde\}) = 0.15$
Bolas azules o verdes: 25	$m(\{azul, verde\}) = 0.25$
Bolas azules o rojas: 10	$m(\{azul, rojo\}) = 0.1$

Junto a cada resultado se ha especificado su probabilidad básica m . A los conjuntos de elementos cuya probabilidad es mayor que cero se les denomina *conjuntos focales*. Como podemos ver, algunos de los resultados del experimento se han descrito de forma imprecisa mediante conjuntos disyuntivos de resultados.

Tenemos 25 casos en los que el color ha sido azul ó verde ($\{\text{azul,verde}\}$) y 10 casos en los que el color ha sido azul ó rojo ($\{\text{azul,rojo}\}$).

La teoría de la probabilidad permite calcular probabilidades exactas para la combinación de resultados cuando se conoce la probabilidad individual de cada uno de ellos con precisión. Sin embargo, en el caso anterior no tenemos certeza total sobre la probabilidad de cada resultado individual. Por ello la teoría de la evidencia usa cotas inferiores y superiores de la probabilidad, llamadas *creencia* y *plausibilidad* respectivamente, y que se definen para un conjunto de posibles resultados A como

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (\text{A.15})$$

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad (\text{A.16})$$

De esta forma, la probabilidad de que se produzca un resultado A se encuentra en el intervalo $[Bel(A), Pl(A)]$. Por ejemplo, la probabilidad de obtener una bola azul se encuentra en el intervalo $[0.3, 0.65]$.

La teoría de la probabilidad clásica es un caso particular de la teoría de la evidencia, en el que las probabilidades de los resultados se conocen con total precisión. En este caso, creencia y plausibilidad tienen el mismo valor, que es la probabilidad clásica. Este caso se produce cuando los elementos focales contienen un sólo elemento.

Otro caso particular de la teoría de la evidencia es la *teoría de la posibilidad*. Esta teoría se aplica en el caso particular de que los elementos focales se encuentren *anidados* (es decir, incluidos unos en otros sucesivamente). En este caso la creencia y plausibilidad pasan a llamarse *necesidad* y *posibilidad* respectivamente.

Un resultado interesante en esta teoría es que dada una distribución de posibilidad π sobre una serie de resultados $A_m \subset A_{m-1} \subset \dots \subset A_1$, puede obtenerse

una asignación básica de probabilidad como

$$m(A_i) = \pi(A_i) - \pi(A_{i+1}) \quad (\text{A.17})$$

Un caso particular es considerar un conjunto difuso sobre un referencial finito como una distribución de posibilidad sobre un conjunto de elementos focales dados por sus alfa-cortes (evidentemente, un conjunto anidado de elementos focales). En este caso, es posible obtener una asignación básica de probabilidad para cada alfa-corte calculando la diferencia entre el valor de alfa que define dicho alfa-corte (que es su valor de posibilidad en la distribución) y el siguiente valor en el conjunto de niveles. Es decir, sea A un conjunto difuso tal que $\Lambda(A) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ con $\alpha_i > \alpha_{i+1} \forall i \in \{1, \dots, n-1\}$. Entonces, la asignación básica de probabilidad para cada alfa-corte ${}^{\alpha_i}A$ con $\alpha_i \in \Lambda(A)$ es

$$m({}^{\alpha_i}A) = \alpha_i - \alpha_{i+1}$$

Bibliografía

- [1] W. ABD-ALMAGEED, A. EL-OSERY Y C. SMITH. A fuzzy-statistical contour model for mri segmentation and target tracking. tomo 5438(1), páginas 25–33 (2004).
- [2] AMR R. ABDEL-DAYEM Y MAHMOUD R. EL-SAKKA SENIOR MEMBER IEEE. “Carotid Artery Ultrasound Image Segmentation Using Fuzzy Region Growing”, tomo 3656, páginas 869–878. (octubre 2005).
- [3] LAWRENCE YELOWITZ ABRAHAM KANDEL. Fuzzy chains. *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics* **SMC-4**(5), 472–475 (1974).
- [4] R. ADAMS Y L. BISCHOF. Seeded region growing. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **16**(6), 641–647 (1994).
- [5] F. ADMASU, S. AL-ZUBI, K. TOENNIES, N. BODAMMER Y H. HINRICHS. Segmentation of multiple sclerosis lesions from mr brain images using the principles of fuzzy-connectedness and artificial neuron networks. En “Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on”, tomo 2, páginas II–1081–4 vol.3 (2003).
- [6] S. AGARWAL, S. MADASU, M. HANMANDLU Y S. VASIKARLA. A comparison of some clustering techniques via color segmentation. En “Informa-

- tion Technology: Coding and Computing, 2005. ITCC 2005. International Conference on”, tomo 2, páginas 147–153 Vol. 2 (2005).
- [7] E. AL-HUJAZI Y A. SOOD. Range image segmentation combining edge-detection and region-growing techniques with applications to robot bin-picking using vacuum gripper. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on* **20**(6), 1313–1325 (1990).
- [8] M.A. ALI, L.S. DOOLEY Y G.C. KARMAKAR. Fuzzy image segmentation combining ring and elliptic shaped clustering algorithms. En “Information Technology: Coding and Computing, 2005. ITCC 2005. International Conference on”, tomo 2, páginas 118–122 Vol. 2 (2005).
- [9] RÉGIA T.S. ARAÚJO, FÁTIMA Ñ.S. DE MEDEIROS, RODRIGO C.S. COSTA, RÉGIS C.P. MARQUES, RAFAEL B. MOREIRA Y JILSEPH L. SILVA. “Locating Oil Spill in SAR Images Using Wavelets and Region Growing”, tomo 3029, páginas 1184–1193. (enero 2004).
- [10] H. ATMACA, M. BULUT Y D. DEMIR. Histogram based fuzzy kohonen clustering network for image segmentation. En “Image Processing, 1996. Proceedings., International Conference on”, tomo 1, páginas 951–954 vol.2 (1996).
- [11] F.X. AYMERICH, P. SOBREVILLA, A. ROVIRA, J. GILI Y E. MONTSENY. Automatic segmentation of the encephalic parenchyma using fuzzy techniques. En “Engineering in Medicine and Biology Society, 2001. Proceedings of the 23rd Annual International Conference of the IEEE”, tomo 3, páginas 2688–2691 vol.3 (2001).
- [12] R. BAEZA-YATES Y G. VALIENTE. An image similarity measure based on graph matching. En “String Processing and Information Retrieval, 2000.

- SPIRE 2000. Proceedings. Seventh International Symposium on”, páginas 28–38 (2000).
- [13] J.-L. BAKER, D. CAMPBELL Y A. BODNAROVA. Colour image segmentation using optimal fuzzy clustering.
- [14] MINAKSHI BANERJEE Y MALAY K. KUNDU. Edge based features for content based image retrieval. *Pattern Recognition* **36**(11), 2649–2661 (noviembre 2003).
- [15] J. BATLLE, A. CASALS, J. FREIXENET Y J. MARTI. A review on strategies for recognizing natural objects in colour images of outdoor scenes. *Image and Vision Computing* **18**(6-7), 515–530 (mayo 2000).
- [16] M. BESBES. Cells images color segmentation based on thresholding and watershed segmentation. En “Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT '04. 2004 IEEE International Conference on”, tomo 1, páginas 32–37 Vol. 1 (2004).
- [17] J. C. BEZDEK. “Pattern Recognition with fuzzy objective function algorithms”. Plenum Press (1981).
- [18] B. BHANU Y JING PENG. Adaptive integrated image segmentation and object recognition. *Systems, Man and Cybernetics, Part C, IEEE Transactions on* **30**(4), 427–441 (2000).
- [19] BIR BHANU Y STEPHANIE FONDER. Functional template-based sar image segmentation. *Pattern Recognition* **37**(1), 61–77 (enero 2004).
- [20] BIR BHANU, PETER SYMOSEK Y SUBHODEV DAS. Analysis of terrain using multispectral images. *Pattern Recognition* **30**(2), 197–215 (febrero 1997).

- [21] RUÉ F. BIJAOUÍ A. A multiscale vision model adapted to the astronomical images. *Signal Processing* **46**(3), 345–362 (marzo 1995).
- [22] G. BORGEFORS Y S. SVENSSON. Fuzzy border distance transforms and their use in 2d skeletonization. En “Pattern Recognition, 2002. Proceedings. 16th International Conference on”, tomo 1, páginas 180–183 vol.1 (2002).
- [23] V.-I. BORISENKO, A.-A. ZLATOPOL'SKII Y I.-B. MUCHNIK. Image segmentation (state-of-the-art survey) (1987).
- [24] N. BOUJEMAA. Generalized competitive clustering for image segmentation. En “Fuzzy Information Processing Society, 2000. NAFIPS. 19th International Conference of the North American”, páginas 133–137 (2000).
- [25] N. BOULLOUDANI, P. LAMBERT Y G. MAURIS. Color image processing control using fuzzy performance indicators. En “Virtual and Intelligent Measurement Systems, 2002. VIMS '02. 2002 IEEE International Symposium on”, páginas 79–83 (2002).
- [26] ULISSES BRAGA-NETO Y JOHN GOUTSIAS. Constructing multiscale connectivities. *Computer Vision and Image Understanding* **99**(1), 126–150 (julio 2005).
- [27] J. BRUCE, T. BALCH Y M. VELOSO. Fast and inexpensive color image segmentation for interactiverobots. En “Intelligent Robots and Systems, 2000. (IROS 2000). Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on”, tomo 3, páginas 2061–2066 vol.3 (2000).
- [28] LUC BRUN, MYRIAM MOKHTARI Y FERNAND MEYER. “Hierarchical Watersheds Within the Combinatorial Pyramid Framework”, tomo 3429, páginas 34–44. (enero 2005).

- [29] LUC BRUN, PHILIPPE VAUTROT Y FERNAND MEYER. “Hierarchical Watersheds with Inter-pixel Boundaries”, tomo 3211, páginas 840–847. (enero 2004).
- [30] C.J.C. BURGESS, O. MATAN, Y. LE CUN, J.S. DENKER, L.D. JACKEL, C.E. STENARD, C.R. NOHL Y J.I. BEN. Shortest path segmentation: a method for training a neural network to recognize character strings. En “Neural Networks, 1992. IJCNN., International Joint Conference on”, tomo 3, páginas 165–172 vol.3 (1992).
- [31] OH-SUNG BYUN, IN-KYU PARK, DECK-SOO BAEK Y SUNG-RYONG MOON. Video object segmentation using color fuzzy determination algorithm. En “Fuzzy Systems, 2003. FUZZ '03. The 12th IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 1305–1310 vol.2 (2003).
- [32] H. CAILLOL, A. HILLION Y W. PIECZYNSKI. Fuzzy random fields and unsupervised image segmentation. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on* **31**(4), 801–810 (1993).
- [33] O. CAMARA, G. DELSO Y I. BLOCH. “Free Form Deformations Guided by Gradient Vector Flow: A Surface Registration Method in Thoracic and Abdominal PET-CT Applications”, tomo 2717, páginas 224–233. (enero 2003).
- [34] P. CAMPADELLI, D. MEDICI Y R. SCHETTINI. Color image segmentation using hopfield networks. *Image Vision Comput.* **15**, 161–166 (1997).
- [35] B.-M. CARVALHO, E. GARDUNO Y G.-T. HERMAN. Multi-seeded fuzzy segmentation on the face centered cubic grid. (2001).

- [36] MICHELE CECCARELLI Y ALFREDO PETROSINO. Multi-feature adaptive classifiers for sar image segmentation. *Neurocomputing* **14**(4), 345–363 (marzo 1997).
- [37] J. CHAMORRO-MARTINEZ, D. SANCHEZ, B. PRADOS-SUAREZ Y E. GALAN-PERALES. Fuzzy homogeneity measures for path-based colour image segmentation. En “Fuzzy Systems, 2005. FUZZ ’05. The 14th IEEE International Conference on”, páginas 218–223 (2005).
- [38] CHIN-YUAN CHANG, WEN-SHIUAN SHIE Y JUNG-HUA WANG. Color image segmentation via fuzzy feature tuning and feature adjustment. En “Systems, Man and Cybernetics, 2002 IEEE International Conference on”, tomo 4, páginas 6 pp. vol.4– (2002).
- [39] YUCHOU CHANG, YUE ZHOU, YONGGANG WANG Y YI HONG. “A Color Image Segmentation Algorithm by Using Region and Edge Information”, tomo 3809, páginas 1237–1240. (noviembre 2005).
- [40] J. CHEN, T.N. PAPPAS, A. MOJSILOVIC Y B.E. ROGOWITZ. Perceptually-tuned multiscale color-texture segmentation. En “Image Processing, 2004. IICIP ’04. 2004 International Conference on”, tomo 2, páginas 921–924 Vol.2 (2004).
- [41] JUNQING CHEN, T.N. PAPPAS, A. MOJSILOVIC Y B.E. ROGOWITZ. Adaptive perceptual color-texture image segmentation. *Image Processing, IEEE Transactions on* **14**(10), 1524–1536 (2005).
- [42] TIE QI CHEN Y YI LU. Color image segmentation—an innovative approach. *Pattern Recognition* **35**(2), 395–405 (febrero 2002).
- [43] H.-D. CHENG, X.-H. JIANG Y Y. SUN. A survey on color image segmentation.

- [44] H. D. CHENG, X. H. JIANG, Y. SUN Y JINGLI WANG. Color image segmentation: advances and prospects. *Pattern Recognition* **34**(12), 2259–2281 (diciembre 2001).
- [45] H. D. CHENG, X. H. JIANG Y JINGLI WANG. Color image segmentation based on homogram thresholding and region merging. *Pattern Recognition* **35**(2), 373–393 (febrero 2002).
- [46] H. D. CHENG Y J. LI. Fuzzy homogeneity and scale-space approach to color image segmentation. *Pattern Recognition* **36**(7), 1545–1562 (julio 2003).
- [47] H. D. CHENG Y HUIJUAN XU. A novel fuzzy logic approach to mammogram contrast enhancement. *Information Sciences* **148**(1-4), 167–184 (diciembre 2002).
- [48] HENG-DA CHENG Y YING SUN. A hierarchical approach to color image segmentation using homogeneity. *Image Processing, IEEE Transactions on* **9**(12), 2071–2082 (2000).
- [49] S.-C. CHENG. Region-growing approach to colour segmentation using 3d clustering and relaxation labelling. *Vision, Image and Signal Processing, IEE Proceedings-* **150**(4), 270–276 (2003).
- [50] ZHERU CHI, H. YAN, Z.R. CHI, HONG YAN Y TUAN PHAM. “Fuzzy Algorithms: With Applications to Image Processing and Pattern Recognition”. World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, USA (1996).
- [51] BEEN-CHIAN CHIEN Y MING-CHENG CHENG. A color image segmentation approach based on fuzzy similaritymeasure. En “Fuzzy Systems, 2002. FUZZ-IEEE’02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on”, tomo 1, páginas 449–454 (2002).

- [52] S. CHUAI-AREE, C. LURSINSAP, P. SOPHASATHIT Y S. SIRIPANT. Fuzzy c-mean: a statistical feature classification of text and image segmentation method. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge Based Systems* **9(6)**, 661–71 (2001).
- [53] CHENG-HUNG CHUANG Y WEN-NUNG LIE. Region growing based on extended gradient vector flow field model for multiple objects segmentation. En “Image Processing, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on”, tomo 3, páginas 74–77 vol.3 (2001).
- [54] C. CIOFOLO, C. BARILLOT Y P. HELLIER. Combining fuzzy logic and level set methods for 3d mri brain segmentation. En “Biomedical Imaging: Macro to Nano, 2004. IEEE International Symposium on”, páginas 161–164 Vol. 1 (2004).
- [55] M.C. CLARK, L.O. HALL, D.B. GOLDFOF, L.P. CLARKE, R.P. VELTHUIZEN Y M.S. SILBINGER. Mri segmentation using fuzzy clustering techniques. *Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE* **13(5)**, 730–742 (1994).
- [56] L.D. COHEN Y R. KIMMEL. Global minimum for active contour models: a minimal path approach. En “Computer Vision and Pattern Recognition, 1996. Proceedings CVPR '96, 1996 IEEE Computer Society Conference on”, páginas 666–673 (1996).
- [57] CHRISTOPHE COLLET Y FIONN MURTAGH. Multiband segmentation based on a hierarchical markov model. *Pattern Recognition* **37(12)**, 2337–2347 (diciembre 2004).
- [58] D. COMANICIU Y P. MEER. Robust analysis of feature spaces: color image segmentation. En “Computer Vision and Pattern Recognition, 1997. Pro-

- ceedings., 1997 IEEE Computer Society Conference on”, páginas 750–755 (1997).
- [59] C. RUSS. “The Image Processing Handbook”. CRC Press (1994).
- [60] R. CUCCHIARA, C. GRANA, S. SEIDENARI Y G. PALLACANI. Exploiting color and topological features for region segmentation with recursive fuzzy c-means. *Machine Graphics & Vision* **11(2-3)**, 169–82 (2002).
- [61] J. CUTRONA Y N. BONNET. Two methods for semi-automatic image segmentation based on fuzzy connectedness and watersheds.
- [62] CHRISTOPHER M. CYR Y BENJAMIN B. KIMIA. A similarity-based aspect-graph approach to 3d object recognition. *International Journal of Computer Vision* **57(1)**, 5–22 (abril 2004).
- [63] J. YÁNEZ Y C. POIDOMANI D. GÓMEZ, J. MONTERO. A graph coloring approach of image segmentation. (2005).
- [64] XIAOYAN DAI Y J. MAEDA. Fuzzy-based segmentation of color natural images. En “Signal Processing, 2002 6th International Conference on”, tomo 2, páginas 969–972 vol.2 (2002).
- [65] XIAOYAN DAI Y J. MAEDA. Fuzzy based unsupervised segmentation of textured color images. En “Image Processing. 2002. Proceedings. 2002 International Conference on”, tomo 3, páginas III–293–III–296 vol.3 (2002).
- [66] L. S. DAVIS. A survey of edge detection techniques. *Computer Graphics and Image Processing* **4**, 248–170 (1975).
- [67] A. DEL AMO, J. MONTERO, A. FERNANDEZ, M. LOPEZ, J.M. TORDESILLAS Y G. BIGING. Spectral fuzzy classification: an application. Sys-

- tems, Man and Cybernetics, Part C, IEEE Transactions on* **32**(1), 42–48 (2002).
- [68] A. DEL AMO, P. SOBREVILLA, E. MONTSENY Y J. MONTERO. Fuzzy classification improvement by a pre-perceptual labelled segmentation algorithm. En “Fuzzy Information, 2004. Processing NAFIPS ’04. IEEE Annual Meeting of the”, tomo 1, páginas 486–490 Vol.1 (2004).
- [69] F. DELL’ACQUA, P. GAMBA Y G. TRIANNI. Semi-automatic choice of scale-dependent features for satellite sar image classification. *Pattern Recognition Letters* **27**(4), 244–251 (marzo 2006).
- [70] S. DELLEPIANE, R. DE LAURENTIIS Y F. GIORDANO. Coastline extraction from sar images and a method for the evaluation of the coastline precision. *Pattern Recognition Letters* **25**(13), 1461–1470 (octubre 2004).
- [71] RECEP DEMIRCI. Rule-based automatic segmentation of color images. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* **In Press, Corrected Proof**, – (2005).
- [72] XAVIER DESCOMBES, MIGUEL MOCTEZUMA, HENRI MAITRE Y JEAN-PAUL RUDANT. Coastline detection by a markovian segmentation on sar images. *Signal Processing* **55**(1), 123–132 (noviembre 1996).
- [73] A. DIMA, M. SCHOLZ Y K. OBERMAYER. Automatic segmentation and skeletonization of neurons from confocal microscopy images based on the 3-d wavelet transform. *Image Processing, IEEE Transactions on* **11**(7), 790–801 (2002).
- [74] GUO DONG Y MING XIE. Color clustering and learning for image segmentation based on neural networks. *Neural Networks, IEEE Transactions on* **16**(4), 925–936 (2005).

- [75] L.S. DOOLEY, G.C. KARMAKAR Y M. MURSHED. A fuzzy rule-based colour image segmentation algorithm. En “Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on”, tomo 1, páginas I–977–80 vol.1 (2003).
- [76] M.C. D’ORNELLAS. A multi-scale gradient approach for color-based morphological segmentation. En “Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on”, tomo 3, páginas 363–366 vol.3 (2000).
- [77] MARK S. DREW, JIE WEI Y ZE-NIAN LI. Illumination-invariant image retrieval and video segmentation. *Pattern Recognition* **32**(8), 1369–1388 (agosto 1999).
- [78] ABRAHAM DUARTE, ÁNGEL SÁNCHEZ, FELIPE FERNÁNDEZ, ANTONIO S. MONTEMAYOR Y JUAN J. PANTRIGO. “Top-Down Evolutionary Image Segmentation Using a Hierarchical Social Metaheuristic”, tomo 3005, páginas 301–311. (enero 2004).
- [79] ABRAHAM DUARTE, ÁNGEL SÁNCHEZ, FELIPE FERNÁNDEZ Y ANTONIO SANZ. “Region Merging for Severe Oversegmented Images Using a Hierarchical Social Metaheuristic”, tomo 3449, páginas 345–355. (enero 2005).
- [80] D. DUBOIS Y H. PRADE. “Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications”. Academic Press (1980).
- [81] M. P. DUBUISSON-JOLLY Y A. GUPTA. Color and texture fusion: application to aerial image segmentation and gis updating. *Image and Vision Computing* **18**(10), 823–832 (julio 2000).

- [82] C. DUCOTTET, T. FOURNEL Y C. BARAT. Scale-adaptive detection and local characterization of edges based on wavelet transform. *Signal Processing* **84**(11), 2115–2137 (noviembre 2004).
- [83] M. EGMONT-PETERSEN, D. DE RIDDER Y H. HANDELS. Image processing with neural networks—a review. *Pattern Recognition* **35**(10), 2279–2301 (octubre 2002).
- [84] ALI EL ZAART, DJEMEL ZIOU, SHENGRUI WANG Y QINGSHAN JIANG. Segmentation of sar images. *Pattern Recognition* **35**(3), 713–724 (marzo 2002).
- [85] P.A. ESTEVEZ, R.J. FLORES Y C.A. PEREZ. Color image segmentation using fuzzy min-max neural networks. En “Neural Networks, 2005. IJCNN ’05. Proceedings. 2005 IEEE International Joint Conference on”, tomo 5, páginas 3052–3057 (2005).
- [86] JIANPING FAN, D.K.Y. YAU, A.K. ELMAGARMID Y W.G. AREF. Automatic image segmentation by integrating color-edge extraction and seeded region growing. *Image Processing, IEEE Transactions on* **10**(10), 1454–1466 (2001).
- [87] JIANPING FAN, GUIHUA ZENG, MATHURIN BODY Y MOHAND-SAID HACID. Seeded region growing: an extensive and comparative study. *Pattern Recognition Letters* **26**(8), 1139–1156 (junio 2005).
- [88] JULIEN FAUQUEUR Y NOZHA BOUJEMAA. Region-based image retrieval: fast coarse segmentation and fine color description. *Journal of Visual Languages & Computing* **15**(1), 69–95 (febrero 2004).
- [89] S.D.F. FERNANDES, A.M.V. MONTEIRO Y C.L. MENDES. Parallelism and images: a parallelization experiment for image segmentation with an

- application for automatic classification of scenes obtained from orbital platforms. En “Computer Graphics and Image Processing, 2000. Proceedings XIII Brazilian Symposium on”, páginas 342– (2000).
- [90] C. FOWLKES, D. MARTIN Y J. MALIK. Learning affinity functions for image segmentation: combining patch-based and gradient-based approaches. En “Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference on”, tomo 2, páginas II–54–61 vol.2 (2003).
- [91] J. FREIXENET, X. MUNOZ, D. RABA, J. MARTI Y X. CUFI. Yet another survey on image segmentation: region and boundary information integration.
- [92] JORDI FREIXENET, DAVID RABA, ARNAU OLIVER Y JOAN ESPUNYA. Breast profile segmentation based on the region growing approach. *International Congress Series* **1281**, 1397–1397 (mayo 2005).
- [93] HICHEM FRIGUI Y RAGHU KRISHNAPURAM. Clustering by competitive agglomeration. *Pattern Recognition* **30**(7), 1109–1119 (1997).
- [94] K. S. FU Y J. K. MUI. A survey on image segmentation. *Pattern Recognition* **13**(1), 3–16 (1981).
- [95] J. M. FUERTES, M. LUCENA, N. PEREZ DE LA BLANCA Y J. CHAMORRO-MARTINEZ. A scheme of colour image retrieval from databases. *Pattern Recognition Letters* **22**(3-4), 323–337 (marzo 2001).
- [96] J.M. FUERTES, M. LUCENA, N. PÉREZ DE LA BLANCA Y J. FDEZ-VALDIVIA. A new method to segmenting color images. En A. SANFELIU, J.J. VILLANUEVA Y J. VITRIA, editores, “VII Simposium Nacional

- de Reconocimiento de Patrones y Análisis de Imágenes”, tomo 1, páginas 233 – 238. Barcelona (Spain) (1997).
- [97] J.M. FUERTES, M. LUCENA, N. PÉREZ DE LA BLANCA Y J.I. GÓMEZ. Algoritmo de segmentación basado en crecimiento de regiones. En “VIII Conferencia de la Asociación Nacional para la Inteligencia Artificial (CAE-PIA 1999)”, tomo 1, páginas 54–61. Murcia (Spain) (1999).
- [98] J.M. FUERTES, M. LUCENA, N.P. DE LA BLANCA Y N. RUIZ. Objects matching combining color and shape. En “Video/Image Processing and Multimedia Communications, 2003. 4th EURASIP Conference focused on”, tomo 1, páginas 201–208 vol.1 (2003).
- [99] CHIOU-SHANN FUH, SHUN-WEN CHO Y K. ESSIG. Hierarchical color image region segmentation for content-based image retrieval system. *Image Processing, IEEE Transactions on* **9**(1), 156–162 (2000).
- [100] MOTOFUMI FUKUI, NORIJI KATO, HITOSHI IKEDA Y HIROTSUGU KASHIMURA. “Size-Independent Image Segmentation by Hierarchical Clustering and Its Application for Face Detection”, tomo 3316, páginas 686–693. (enero 2004).
- [101] RUVIMBO GAMANYA, PHILIPPE DE MAEYER Y MORGAN DE DAPPER. An automated satellite image classification design using object-oriented segmentation algorithms: A move towards standardization. *Expert Systems with Applications* **In Press, Corrected Proof**, –.
- [102] C. GARCIA-BARROSO, P. SOBREVILLA, A.L. PEDRA Y E. MONTSENY. Fuzzy contour detection based on a good approximation of the argument of the gradient vector. En “Fuzzy Information Processing Society, 2002. Pro-

- ceedings. NAFIPS. 2002 Annual Meeting of the North American”, páginas 255–260 (2002).
- [103] J. GARCIA-CONSUEGRA, G. CISNEROS Y E.ÑAVARRO. A sequential echo algorithm based on the integration of clustering and region growing techniques. En “Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000. Proceedings. IGARSS 2000. IEEE 2000 International”, tomo 2, páginas 648–650 vol.2 (2000).
- [104] DAVID T. GERING. “Automatic Segmentation of Cardiac MRI”, tomo 2878, páginas 524–532. (enero 2003).
- [105] A. GILLET, L. MACAIRE, C. BOTTE-LECOCQ Y J.-G. POSTAIRE. Color image segmentation by fuzzy morphological transformation of the 3d color histogram. En “Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 824 vol.3– (2001).
- [106] GONZALEZ Y WOODS. “Digital Image Processing”. Prentice Hall (2002).
- [107] A. GRAU, P. SOBREVILLA Y E. MONTSENY. Merging pixels’ location and illumination levels information for getting automatic fuzzy perceptual image segmentation algorithms. En “Fuzzy Information Processing Society, 2005. NAFIPS 2005. Annual Meeting of the North American”, páginas 367–372 (2005).
- [108] H. GRECU Y P. LAMBERT. Simplification of a color image segmentation using a fuzzy attributed graph. En “Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on”, tomo 1, páginas 525–528 vol.1 (2000).
- [109] T. GRENIER, C. REVOL-MULLER, N. COSTES, M. JANIER Y G. GIMENEZ. Automated seeds location for whole body naf pet segmentation. *Nuclear Science, IEEE Transactions on* **52**(5), 1401–1405 (2005).

- [110] L. D. GRIFFIN, A. C. F. COLCHESTER Y G. P. ROBINSON. Scale and segmentation of grey-level images using maximum gradient paths. *Image and Vision Computing* **10**(6), 389–402 (1992).
- [111] D. GULIATO, R.-M. RANGAYYAN, W.-A. CARNIELLI, J.-A. ZUFFO Y J.-E.-L. DESAUTELS. Fuzzy fusion operators to combine results of complementary medical image segmentation techniques. *Journal of Electronic Imaging* **12**(3), 379–89 (2003).
- [112] L.O. HALL Y A.ÑAMASIVAYAM. Using adaptive fuzzy rules for image segmentation. En “Fuzzy Systems Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 1560–1565 vol.2 (1998).
- [113] JOONHEE HAN, R. VOLZ Y T. MUDGE. Range image segmentation and surface parameter extraction for 3-d object recognition of industrial parts. En “Robotics and Automation. Proceedings. 1987 IEEE International Conference on”, tomo 4, páginas 380–386 (1987).
- [114] S. HAN, Q. ZHANG, B.ÑI Y J. F. REID. A guidance directrix approach to vision-based vehicle guidance systems. *Computers and Electronics in Agriculture* **43**(3), 179–195 (junio 2004).
- [115] XIAO HAN, CHENYANG XU, U. BRAGA-NETO Y J.L. PRINCE. Topology correction in brain cortex segmentation using amultiscale, graph-based algorithm. *Medical Imaging, IEEE Transactions on* **21**(2), 109–121 (2002).
- [116] A.-E. HASSANIEN, J.-M. ALI Y H.ÑOBUHARA. Detection of spiculated masses in mammograms based on fuzzy image processing. (2004).

- [117] G.T. HERMAN Y B.M. CARVALHO. Multiseeded segmentation using fuzzy connectedness. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **23**(5), 460–474 (2001).
- [118] A. S. HOLMES, C. J. ROSE Y C. J. TAYLOR. Measuring similarity between pixel signatures. *Image and Vision Computing* **20**(5-6), 331–340 (abril 2002).
- [119] MICHAL HOLTZMAN-GAZIT, DORITH GOLDSHER Y RON KIMMEL. “Hierarchical Segmentation of Thin Structures in Volumetric Medical Images”, tomo 2879, páginas 562–569. (enero 2003).
- [120] BYUNG-WOO HONG Y MICHAEL BRADY. “A Topographic Representation for Mammogram Segmentation”, tomo 2879, páginas 730–737. (enero 2003).
- [121] HONGWEI-ZHU Y O. BASIR. Fuzzy sets theory based region merging for robust image segmentation. *Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*.
- [122] P. HORKAEW Y G.Z. YANG. “Optimal Deformable Surface Models for 3D Medical Image Analysis”, tomo 2732, páginas 13–24. (agosto 2003).
- [123] MATTHEW S. HORRITT. A statistical active contour model for sar image segmentation. *Image and Vision Computing* **17**(3-4), 213–224 (marzo 1999).
- [124] C.L. HUANG. Pattern image segmentation using modified hopfield model. *Pattern recognition* **13**, 345–353 (1999).
- [125] XIAOQIANG HUANG Y MARK FISHER. “From Min Tree to Watershed Lake Tree: Evaluation”, tomo 3211, páginas 858–865. (enero 2004).

- [126] YO-PING HUANG Y TSUN-WEI CHANG. A fuzzy inference model for image segmentation. En “Fuzzy Systems, 2003. FUZZ ’03. The 12th IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 972–977 vol.2 (2003).
- [127] J. HUART Y P. BERTOLINO. Similarity-based and perception-based image segmentation. En “Image Processing, 2005. ICIP 2005. IEEE International Conference on”, tomo 3, páginas 1148–1151 (2005).
- [128] ELBERT A WALKER HUNG TÑGUYEN. “A First Course in Fuzzy Logic”. CRC Press, 2 edición (1999).
- [129] K. IDRISSE, J. RICARD Y A. BASKURT. Multi-component cross entropy segmentation for color imageretrieval. En “Image and Signal Processing and Analysis, 2001. ISPA 2001. Proceedings of the 2nd International Symposium on”, páginas 132–137 (2001).
- [130] N. IKONOMAKIS, K.N. PATANIOITIS Y A.N. VENETSANOPOULOS. Un-supervised seed determination for a region-based color image segmentation scheme. En “Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on”, tomo 1, páginas 537–540 vol.1 (2000).
- [131] STEVEN K. FEINER JOHN F. HUGHES JAMES D. FOLEY, ANDRIES VAN DAM. “Computer Graphics”. Addison-Wesley, 2ª edición (1992).
- [132] N.R. JENNINGS. “The Knowledge Engineering Review”, tomo 8, capítulo Commitments and Conventions: the foundation of coordination in multi-agents systems, páginas 223–250. (1993).
- [133] M. JEON, M. ALEXANDER, W. PEDRYCZ Y N. PIZZI. Unsupervised hierarchical image segmentation with level set and additive operator splitting. *Pattern Recognition Letters* **26**(10), 1461–1469 (julio 2005).

- [134] S. JI Y H.W. PARK. Image segmetation of color image based on region coherency. En “International Conference on Image Processing”, páginas 80–83 (1998).
- [135] XIAOPENG JI, ZHIQIANG WEI Y YEWEIFENG. Effective vehicle detection technique for traffic surveillance systems. *Journal of Visual Communication and Image Representation* **17**(3), 647–658 (junio 2006).
- [136] JI-WENHUA, YU-HUIMING Y LIU-YUANYUAN. Automatic image edge extraction and segmentation by random seed region search algorithm.
- [137] JIANGUO-LIU, J.-K. UDUPA, D. ODHNER, J.-M. MCDONOUGH Y R. ARENS. Upper airway segmentation and measurement in mri using fuzzy connectedness. tomo 4683, páginas 238–47 (2002).
- [138] XU JIE Y SHI PENG-FEI. Natural color image segmentation. En “Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on”, tomo 1, páginas I–973–6 vol.1 (2003).
- [139] JAVIER GONZÁLEZ JIMÉNEZ. “Visión por Computador”. Paraninfo (2000).
- [140] XIAOYING JIN Y CURT H. DAVIS. An integrated system for automatic road mapping from high-resolution multi-spectral satellite imagery by information fusion. *Information Fusion* **6**(4), 257–273 (diciembre 2005).
- [141] FENG JING, MINGJING LI, HONG-JIANG ZHANG Y BO ZHANG. Unsupervised image segmentation using local homogeneity analysis. En “Circuits and Systems, 2003. ISCAS '03. Proceedings of the 2003 International Symposium on”, tomo 2, páginas II–456–II–459 vol.2 (2003).

- [142] M. JOVOVIC. Space-color quantization of multispectral images in hierarchy of scales. En “Image Processing, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on”, tomo 1, páginas 914–917 vol.1 (2001).
- [143] A. JUNDA Y O. CHITSOBHUK. Image segmentation based on hierarchical mapping. (2004).
- [144] N.-N. KACHOUIE Y J. ALIREZAIE. Segmentation of ikonos images by genetically derived hard and fuzzy c-means clustering algorithm.
- [145] A. KANDEL. “Fuzzy Techniques in Pattern Recognition”. Wiley (1982).
- [146] BO-YEONG KANG, DAE-WON KIM Y QING LI. “Spatial Homogeneity-Based Fuzzy c-Means Algorithm for Image Segmentation”, tomo 3613, páginas 462–469. (julio 2005).
- [147] DONG-JOONG KANG Y MUN-HO JUNG. Road lane segmentation using dynamic programming for active safety vehicles. *Pattern Recognition Letters* **24**(16), 3177–3185 (diciembre 2003).
- [148] KANGSHENG-LAI, HAIDONG-ZHANG Y DONGMING-DAI. New approach to classification of surface defects in steel plate based on fuzzy neural networks. tomo 4929, páginas 447–56 (2003).
- [149] G. KARMAKAR, L. DOOLEY Y M. MURSHED. Fuzzy rule for image segmentation incorporating texture features. En “Image Processing. 2002. Proceedings. 2002 International Conference on”, tomo 1, páginas I-797–I-800 vol.1 (2002).
- [150] G.C. KARMAKAR, L.S. DOOLEY Y M. MURSHED. Image segmentation using modified extended fuzzy rules. En “Signal Processing, 2002 6th International Conference on”, tomo 2, páginas 941–944 vol.2 (2002).

- [151] S. KARUNGARU, M. FUKUMI Y N. AKAMATSU. Feature extraction for face detection and recognition. En “Robot and Human Interactive Communication, 2004. ROMAN 2004. 13th IEEE International Workshop on”, páginas 235–239 (2004).
- [152] T.A. KENT Y G.R. HILLMAN. A fuzzy rule based approach to identify brain structures using mri, in the presence of individual anatomical differences. En “Fuzzy Information, 2004. Processing NAFIPS '04. IEEE Annual Meeting of the”, tomo 2, páginas 1000–1001 Vol.2 (2004).
- [153] E. KHALIMSKY. Topological foundations of computer-aided systems engineering. En “Systems, Man and Cybernetics, 1990. Conference Proceedings., IEEE International Conference on”, páginas 727–732 (1990).
- [154] E. KHALIMSKY. Topological foundations of design and control of multidimensional discrete systems. En “Systems, Man and Cybernetics, 1992., IEEE International Conference on”, páginas 1464–1469 vol.2 (1992).
- [155] E. KHALIMSKY. Topological graph theory foundations of design and control in multidimensional discrete systems. En “Systems, Man, and Cybernetics, 1994. 'Humans, Information and Technology', 1994 IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 1628–1633 vol.2 (1994).
- [156] E. KHALIMSKY Y S. BREWSTER. Topological foundations of large scale systems analysis and design. En “Aerospace and Electronics Conference, 1990. NAECON 1990., Proceedings of the IEEE 1990 National”, páginas 694–697 vol.2 (1990).
- [157] E. KHALIMSKY Y O.R. KHALIMSKY. Topological graph theory foundations of design and control in intelligent discrete systems. En “Systems, Man and Cybernetics, 1995. 'Intelligent Systems for the 21st Cen-

- ture'. , IEEE International Conference on", tomo 4, páginas 3760–3765 vol.4 (1995).
- [158] DAE-NYEON KIM Y KANG-HYUN JO. Environment understanding by multiple feature-based region segmentation. En "Science and Technology, 2003. Proceedings KORUS 2003. The 7th Korea-Russia International Symposium on", tomo 2, páginas 119–124 vol.2 (2003).
- [159] DAEHEE KIM, YO-SUNG HO Y B.S. MANJUNATH. "Color Image Segmentation Using Anisotropic Diffusion and Agglomerative Hierarchical Clustering", tomo 2532, páginas 759–766. (enero 2002).
- [160] YOUNGHO KIM, JUNGJA KIM, YONGGWAN WON Y YONGHO IN. "Segmentation of Protein Spots in 2D Gel Electrophoresis Images with Watersheds Using Hierarchical Threshold", tomo 2869, páginas 389–396. (enero 2003).
- [161] GEORGE J. KLIR Y BO YUAN. "Fuzzy Sets and Fuzzy Logic". Prentice Hall (1995).
- [162] G.J. KLIR Y B. YUAN. "Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications". Prentice Hall (1995).
- [163] H. KONG, QIN SUN, W. BAUSON, S. KISELEWICH, P. AINSLIE Y R. HAMMOUD. Disparity based image segmentation for occupant classification. En "Computer Vision and Pattern Recognition Workshop, 2004 Conference on", páginas 126–126 (2004).
- [164] H. KOTERA Y T. HORIUCHI. Unsupervised image segmentation by bayesian discriminator starting with k-means classifier.

- [165] R. KRISHNAPURAM Y J.M. KELLER. Fuzzy set theoretic approach to computer vision: An overview. En “Fuzzy Systems, 1992., IEEE International Conference on”, páginas 135–142 (1992).
- [166] GRZEGORZ KUKIELKA Y JERZY WOZNICKI. “Hierarchical Method of Digital Image Segmentation Using Multidimensional Mathematical Morphology”, tomo 2124, páginas 581–. (enero 2001).
- [167] NAE-JOUNG KWAK, DONG-JIN KWON, YOUNG-GIL KIM Y JAE-HYEONG AHN. Color image segmentation using edge and adaptive threshold value based on the image characteristics. En “Intelligent Signal Processing and Communication Systems, 2004. ISPACS 2004. Proceedings of 2004 International Symposium on”, páginas 555–558 (2004).
- [168] P. LAMBERT Y H. GRECU. Fast color image segmentation using fuzzy clustering. (2002).
- [169] CHIEN-CHENG LEE, PAU-CHOO CHUNG Y HONG-MING TSAI. Identifying multiple abdominal organs from ct image series using a multimodule contextual neural network and spatial fuzzy rules. *Information Technology in Biomedicine, IEEE Transactions on* **7**(3), 208–217 (2003).
- [170] JOON-WOONG LEE Y IN-SO KWEON. Map-based probabilistic reasoning to vehicle segmentation. *Pattern Recognition* **31**(12), 2017–2026 (diciembre 1998).
- [171] BOUDEWIJN P. F. LELIEVELDT, MILAN SONKA, LIZANN BOLINGER, THOMAS D. SCHOLZ, HEIN KAYSER, ROB VAN DER GEEST Y JOHAN H. C. REIBER. Anatomical modeling with fuzzy implicit surface templates: Application to automated localization of the heart and lungs in thoracic

- mr volumes. *Computer Vision and Image Understanding* **80**(1), 1–20 (octubre 2000).
- [172] S. LEVACHKINE, A. VELAZQUEZ Y V. ALEXANDROV. Color image segmentation using false colors and its applications to geo-images treatment: alphanumeric character recognition. En “Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2001. IGARSS ’01. IEEE 2001 International”, tomo 5, páginas 2212–2214 vol.5 (2001).
- [173] Y.P. LEW, A.R. RAMLI, S.Y. KOAY, R. ALI Y V. PRAKASH. A hand segmentation scheme using clustering technique in homogeneous background. En “Research and Development, 2002. SCORed 2002. Student Conference on”, páginas 305–308 (2002).
- [174] GUIZHI LI, CHENGWAN AN, JIE PANG, MIN TAN Y XUYAN TU. Color image adaptive clustering segmentation. En “Image and Graphics, 2004. Proceedings. Third International Conference on”, páginas 104–107 (2004).
- [175] XIUQI LI, SHU-CHING CHEN, MEI-LING SHYU, SHENG-TUN LI Y BORKO FURHT. “A Novel Hierarchical Approach to Image Retrieval Using Color and Spatial Information”, tomo 2532, páginas 175–182. (enero 2002).
- [176] X.Q. LI, Z.W. ZHAO, H.D. CHENG, C.M. HUANG Y R.W. HARRIS. A fuzzy logic approach to image segmentation. En “Pattern Recognition, 1994. Vol. 1 - Conference A: Computer Vision & Image Processing., Proceedings of the 12th IAPR International Conference on”, tomo 1, páginas 337–341 vol.1 (1994).
- [177] YONGMING LI, DONGMING LU, XIQUN LU Y JIANMING LIU. Interactive color image segmentation by region growing combined with image

- enhancement based on bezier model. En “Image and Graphics, 2004. Proceedings. Third International Conference on”, páginas 96–99 (2004).
- [178] KUNG-HAO LIANG Y T. TIAHJADI. Adaptive scale fixing for multiscale texture segmentation. *Image Processing, IEEE Transactions on* **15**(1), 249–256 (2006).
- [179] S. LIAPIS, E. SIFAKIS Y G. TZIRITAS. Colour and texture segmentation using wavelet frame analysis, deterministic relaxation, and fast marching algorithms. *Journal of Visual Communication and Image Representation* **15**(1), 1–26 (marzo 2004).
- [180] M. LIEVIN Y F. LUTHON. A hierarchical segmentation algorithm for face analysis.application to lipreading. En “Multimedia and Expo, 2000. ICME 2000. 2000 IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 1085–1088 vol.2 (2000).
- [181] M. LIEVIN Y F. LUTHON. Nonlinear color space and spatiotemporal mrf for hierarchical segmentation of face features in video. *Image Processing, IEEE Transactions on* **13**(1), 63–71 (2004).
- [182] A.W.-C. LIEW Y HONG YAN. An adaptive fuzzy clustering algorithm for medical image segmentation. En “Medical Imaging and Augmented Reality, 2001. Proceedings. International Workshop on”, páginas 272–277 (2001).
- [183] SEONG-JAE LIM, YONG-YEON JEONG Y YO-SUNG HO. “Segmentation of the Liver Using the Deformable Contour Method on CT Images”, tomo 3767, páginas 570–581. (octubre 2005).
- [184] GEORGE C. STOCKMAN LINDA G. SHAPIRO. “Computer Vision”. Prentice Hall, 1ª edición edición (23 de Enero de 2001 2001).

- [185] TONY LINDEBERG. “Handbook on Computer Vision and Applications”, tomo 2, capítulo Principles for Automatic Scale Selection, páginas 239–274. Academic Press (agosto 1999).
- [186] J.-G. LIU, J.-K. UDUPA, D. HACKNEY Y G. MOONIS. Brain tumor segmentation in mri by using the fuzzy connectedness method. tomo 4322 pt. 1-3, páginas 1455–65 (2001).
- [187] JIANQING LIU Y YEE-HONG YANG. Multiresolution color image segmentation. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **16**(7), 689–700 (1994).
- [188] N. LIU Y H. YAN. Segmantation of color map images based on color clustering and markov models. En “Proc. of the 2nd Australian and New Zealand Conf. on Intelligent Information Systems”, páginas 293–296 (1994).
- [189] CHI-CHUN LO Y SHUENN-JYI WANG. Video segmentation using a histogram-based fuzzy c-means clustering algorithm. En “Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 920–923 vol.3 (2001).
- [190] Y.S. LO Y S.C. PEI. Color image segmentation using local histogram and self-organizatin of kohonen feature map. En “International Conference on Image Processing”, páginas 232–239 (1999).
- [191] A. LOBO. Image segmentation and discriminant analysis for the identificationof land cover units in ecology. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on* **35**(5), 1136–1145 (1997).
- [192] BRIAN LOFY Y JACK SKLANSKY. Segmenting multisensor aerial images in class-scale space. *Pattern Recognition* **34**(9), 1825–1839 (septiembre 2001).

- [193] CHUNG P. C. CHEN C. F. LU, C. S. Unsupervised texture segmentation via wavelet transform. *Pattern Recognition* **30**(5), 729–742 (1997).
- [194] XIQUN LU Y BINWEI YANG. Segmentation of color textile images based on a multiscale context model. En “Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP ’05). IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 753–756 (2005).
- [195] L. LUCHESE Y S.-K. MITRA. Colour image segmentation: a state-of-the-art survey. En “Proceedings of the Indian National Science Academy”, tomo 67(2), páginas 207–21 (2001).
- [196] M. LUCENA, J.M. FUERTES Y N. PÉREZ DE LA BLANCA. Diffusion in color images. En “VIII Simposium Nacional de Reconocimiento de Formas y Análisis de Imágenes”, tomo 1, páginas 161–167. Bilbao (Spain) (mayo 1999).
- [197] M. LUCENA, J.M. FUERTES, N. PÉREZ DE LA BLANCA Y N. RUIZ. Algoritmo de detección de fronteras en espacios de color de escala de cromaticidad uniforme. En FRANCISCO TRIGUERO RUIZ, editor, “VII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA 1997)”, tomo 1, páginas 347 – 355. Torremolinos (Spain) (November 1997).
- [198] LUNG-CHIH-TSAI Y F.-T. BERKEY. Ionogram analysis using fuzzy segmentation and connectedness techniques (2000).
- [199] JIEBO LUO, R.T. GRAY Y HSIEN-CHE LEE. Incorporation of derivative priors in adaptive bayesian color imagesegmentation. En “Image Processing, 1998. ICIP 98. Proceedings. 1998 International Conference on”, páginas 780–784 vol.3 (1998).

- [200] KAI-KUANG MA Y JUNXIAN WANG. Color distance histogram: a novel descriptor for color image segmentation. En “Control, Automation, Robotics and Vision, 2002. ICARCV 2002. 7th International Conference on”, tomo 3, páginas 1228–1232 vol.3 (2002).
- [201] T. MACRI PELLIZZERI. Classification of polarimetric sar images of suburban areas using joint annealed segmentation and α -polarimetric decomposition. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* **58**(1-2), 55–70 (junio 2003).
- [202] J. MAEDA, C. ISHIKAWA, S. ÑOVIANTO, N. TADEHARA Y Y. SUZUKI. Rough and accurate segmentation of natural color images using fuzzyregion-growing algorithm. En “Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on”, tomo 3, páginas 638–641 vol.3 (2000).
- [203] J. MAEDA, S. ÑOVIANTO, A. MIYASHITA, S. SAGA Y Y. SUZUKI. Fuzzy region-growing segmentation of natural images using localfractal dimension. En “Pattern Recognition, 1998. Proceedings. Fourteenth International Conference on”, tomo 2, páginas 991–993 vol.2 (1998).
- [204] J. MAEDA, S. ÑOVIANTO, S. SAGA, Y. SUZUKI Y V.V. ANH. Rough and accurate segmentation of natural images using fuzzyregion-growing algorithm. En “Image Processing, 1999. ICIP 99. Proceedings. 1999 International Conference on”, tomo 3, páginas 227–231 vol.3 (1999).
- [205] J. MAEDA, S. SAGA Y Y. SUZUKI. Rough segmentation of natural color images using fuzzy-based hierarchical algorithm. En “Circuits and Systems, 2004. MWSCAS '04. The 2004 47th Midwest Symposium on”, tomo 1, páginas I–217–20 vol.1 (2004).

- [206] S. MAKROGIANNIS, G. ECONOMOU Y S. FOTOPOULOS. A fuzzy dissimilarity function for region based segmentation of color images. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence* **15(2)**, 255–67 (2001).
- [207] S. MAKROGIANNIS, G. ECONOMOU Y S. FOTOPOULOS. A fuzzy region dissimilarity measure using feature space information. En “Digital Signal Processing, 2002. DSP 2002. 2002 14th International Conference on”, tomo 2, páginas 1097–1100 vol.2 (2002).
- [208] S. MAKROGIANNIS, G. ECONOMOU Y S. FOTOPOULOS. Region oriented compression of color images using fuzzy inference and fast merging. *Pattern Recognition* **35(9)**, 1807–1820 (septiembre 2002).
- [209] S. MAKROGIANNIS, G. ECONOMOU Y S. FOTOPOULOS. A region dissimilarity relation that combines feature-space and spatial information for color image segmentation. *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics, Part B Cybernetics* **35 (1)**, 44–53 (2005).
- [210] S. MAKROGIANNIS, G. ECONOMOU, S. FOTOPOULOS Y N.-G. BOURBAKIS. Segmentation of color images using multiscale clustering and graph theoretic region synthesis. *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics, Part A Systems & Humans* **35(2)**, 224–38 (2005).
- [211] S. MAKROGIANNIS, CH. THEOHARATOS, G. ECONOMOU Y S. FOTOPOULOS. Color image segmentation using multiscale fuzzy c-means and graph theoretic merging. En “Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on”, tomo 1, páginas I–985–8 vol.1 (2003).

- [212] S. MAKROGIANNIS, I. VANHAMEL, H. SAHLI Y S. FOTOPOULOS. Scale space segmentation of color images using watersheds and fuzzy region merging. En “Image Processing, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on”, tomo 1, páginas 734–737 vol.1 (2001).
- [213] SOKRATIS MAKROGIANNIS, IRIS VANHAMEL, SPIROS FOTOPOULOS, HICHEM SAHLI Y JAN P.H. CORNELIS. Watershed-based multiscale segmentation method for color images using automated scale selection. *Journal of Electronic Imaging* **14**(3), 033007 – (2005). Multiscale segmentation;Automated scale selection;Fuzzy rule based system;
- [214] AAMIR MALIK Y TAE-SUN CHOI. “Multiscale Segmentation of HRCT Images Using Bipolar Incoherent Filtering”, tomo 3804, páginas 76–83. (noviembre 2005).
- [215] JOHN A. MARCHANT, ROBIN D. TILLET Y RENAUD BRIVOT. Real-time segmentation of plants and weeds. *Real-Time Imaging* **4**(4), 243–253 (agosto 1998).
- [216] JOAN MARTI, JORDI FREIXENET, JOAN BATLLE Y ALICIA CASALS. A new approach to outdoor scene description based on learning and top-down segmentation. *Image and Vision Computing* **19**(14), 1041–1055 (diciembre 2001).
- [217] D. MARTIN, C. FOWLKES, D. TAL Y J. MALIK. Benchmark de berkeley para segmentación de imágenes.
- [218] D.R. MARTIN, C.C. FOWLKES Y J. MALIK. Learning to detect natural image boundaries using local brightness, color, and texture cues. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **26**(5), 530–549 (2004).

- [219] TIM MCINERNEY, GHASSAN HAMARNEH, MARTHA SHENTON Y DEMETRI TERZOPOULOS. Deformable organisms for automatic medical image analysis. *Medical Image Analysis* **6**(3), 251–266 (septiembre 2002).
- [220] FERNAND MEYER. Topographic distance and watershed lines. *Signal Processing* **38**(1), 113–125 (julio 1994).
- [221] N. MEZHOUD, I. MERZOUG, R. BOUMAZA Y M.C. BATOCHE. Color image segmentation using a new fuzzy clustering method. En “Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT '04. 2004 IEEE International Conference on”, tomo 3, páginas 1209–1214 Vol. 3 (2004).
- [222] M. MIGNOTTE, C. COLLET, P. PEREZ Y P. BOUTHEMY. Sonar image segmentation using an unsupervised hierarchical mrf. *Image Processing, IEEE Transactions on* **9**(7), 1216–1231 (2000).
- [223] M. MIGNOTTE Y J. MEUNIER. A multiscale optimization approach for the dynamic contour-based boundary detection issue. *Computerized Medical Imaging and Graphics* **25**(3), 265–275 (mayo 2001).
- [224] MINGRUI-ZHANG, L.-O. HALL Y D.-B. GOLDFOF. A generic knowledge-guided image segmentation and labeling system using fuzzy clustering algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B Cybernetics* **32**(5), 571–82 (2002).
- [225] A. MOGHADDAMZADEH Y N. BOURBAKIS. A fuzzy region growing approach for segmentation of color images. *Pattern Recognition* **30**(6), 867–881 (junio 1997).
- [226] A. MOHABEY Y A.K. RAY. Fusion of rough set theoretic approximations and fcm for color image segmentation. En “Systems, Man, and Cybernetics,

- 2000 IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 1529–1534 vol.2 (2000).
- [227] A. MOHABEY Y A.K. RAY. Rough set theory based segmentation of color images. En “Fuzzy Information Processing Society, 2000. NAFIPS. 19th International Conference of the North American”, páginas 338–342 (2000).
- [228] A. MOJSILOVIC, J. KOVACEVIC, JIANYING HU, R.J. SAFRANEK Y S.K. GANAPATHY. Matching and retrieval based on the vocabulary and grammar of colorpatterns. *Image Processing, IEEE Transactions on* **9**(1), 38–54 (2000).
- [229] I. MOLINA, L.J. ROA, F. ARREBOLA Y F. SANDOVAL. Hierarchical image segmentation based on nearest neighbour regionchains. *Electronics Letters* **36**(13), 1111–1113 (2000).
- [230] E. MONTSENY Y P. SOBREVILLA. On the use of image data information for getting a brightness’perceptual fuzzy model. En “Fuzzy Systems, 2002. FUZZ-IEEE’02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 1086–1091 (2002).
- [231] E. MONTSENY, P. SOBREVILLA Y S. ROMANI. A fuzzy approach to white blood cells segmentation in color bone marrow images. En “Fuzzy Systems, 2004. Proceedings. 2004 IEEE International Conference on”, tomo 1, páginas 173–178 vol.1 (2004).
- [232] H.-H. MUHAMMED. Unsupervised fuzzy clustering using weighted incremental neural networks. *International Journal of Neural Systems* **14**(6), 355–71 (2004).
- [233] H.H. MUHAMMED. Unsupervised fuzzy clustering and image segmentation using weighted neural networks. En “Image Analysis and Proces-

- ing, 2003. Proceedings. 12th International Conference on”, páginas 308–313 (2003).
- [234] A.W. MUSSA, S. MARSHALL Y R. CHAPMAN. An object-oriented rule-based image segmentation system for underwater autonomous vehicles. En “Image Processing and its Applications, 1992., International Conference on”, páginas 167–171 (1992).
- [235] E. NĀTONEK. Fast range image segmentation for servicing robots. En “Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on”, tomo 1, páginas 406–411 vol.1 (1998).
- [236] NEVATIA. A color edge detector and its use in scene segmentation. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics* **7** (11), 820–826 (1977).
- [237] O. OMER NEZIH GEREK Y HATICE CINAR. Segmentation based coding of human face images for retrieval. *Signal Processing* **84**(6), 1041–1047 (junio 2004).
- [238] KEIKO OHKURA, HIDEKAZU NISHIZAWA, TAKASHI OBI, AKIRA HASEGAWA, MASAHIRO YAMAGUCHI Y NAGAAKI OHYAMA. Unsupervised image segmentation using hierarchical clustering. *Optical Review* **7**(3), 193–198 (mayo 2000).
- [239] K. OHNO, T. TSUBOUCHI, S. MAEYAMA Y S. YUTA. A mobile robot campus walkway following with daylight-change-proof walkway color image segmentation. En “Intelligent Robots and Systems, 2001. Proceedings. 2001 IEEE/RSJ International Conference on”, tomo 1, páginas 77–83 vol.1 (2001).

- [240] YU-ICHI OHTA, TAKEO KANADE Y TOSHIYUKI SAKAI. Color information for region segmentation. *Computer Graphics and Image Processing* **13**(3), 222–241 (julio 1980).
- [241] HONG PEOW ONG Y J.C. RAJAPAKSE. Fuzzy-region-segmentation. En “Neural Networks, 2001. Proceedings. IJCNN '01. International Joint Conference on”, tomo 2, páginas 1374–1379 vol.2 (2001).
- [242] NABIL OUERHANI Y HEINZ HÄGLI. “MAPS: Multiscale Attention-Based PreSegmentation of Color Images”, tomo 2695, páginas 537–549. (enero 2003).
- [243] DAVID W. PAGLIERONI. Design considerations for image segmentation quality assessment measures. *Pattern Recognition* **37**(8), 1607–1617 (agosto 2004).
- [244] S. K. PAL. A review on image segmentation techniques. *Pattern Recognition* **13**, 3–16 (1981).
- [245] PAN-JIAN-JIANG, YANG-XUN-NIAN Y WANG-GUO-ZHAO. An image segmentation and its algorithm based on fuzzy connectedness. *Journal of Software* **16**(1), 67–76 (2005).
- [246] D. PANJWANI Y G. HEALEY. Segmenting color images using markov random field models. En “Signals, Systems and Computers, 1993. 1993 Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on”, páginas 553–557 vol.1 (1993).
- [247] D.K. PANJWANI Y G. HEALEY. Markov random field models for unsupervised segmentation of textured color images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **17**(10), 939–954 (1995).

- [248] S.H. PARK, I.D. YUN Y S.U. LEE. Color image segmentation based on 3-D clustering: Morphological approach. *Pattern recognition* **31**(8), 1061–1076 (1998).
- [249] A.A. PEREZ, A. GONZAGA Y J.M. ALVES. Segmentation and analysis of leg ulcers color images. En “Medical Imaging and Augmented Reality, 2001. Proceedings. International Workshop on”, páginas 262–266 (2001).
- [250] P. PERONA Y J. MALIK. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **12**(7), 629–639 (1990).
- [251] M. PESARESI Y J.A. BENEDIKTSSON. A new approach for the morphological segmentation of high-resolution satellite imagery. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on* **39**(2), 309–320 (2001).
- [252] S. PHILIPP-FOLIGUET, M.-B. VIEIRA Y M. SANFOURCHE. Fuzzy segmentation of color images and indexing of fuzzy regions. (2002).
- [253] S. PHILIPP-FOLIGUET, M.B. VIEIRA Y A. DE ALBUQUERQUE ARAUJO. Segmentation into fuzzy regions using topographic distance. En “Computer Graphics and Image Processing, 2001 Proceedings of XIV Brazilian Symposium on”, páginas 282–288 (2001).
- [254] D. PISHVA, K. HIRAKAWA, A. KAWAI Y T. SHIINO. A unified image segmentation approach with application to breadrecognition. En “Signal Processing Proceedings, 2000. WCCC-ICSP 2000. 5th International Conference on”, tomo 2, páginas 840–844 vol.2 (2000).
- [255] STEPHEN M. PIZER, P. THOMAS FLETCHER, SARANG JOSHI, ANDREW THALL, JAMES Z. CHEN, YONATAN FRIDMAN, DANIEL S. FRITSCH,

- A. GRAHAM GASH, JOHN M. GLOTZER, MICHAEL R. JIROUTEK, CONGLIN LU, KEITH E. MULLER, GREGG TRACTON, PAUL YUSHKEVICH Y EDWARD L. CHANEY. Deformable m-reps for 3d medical image segmentation. *International Journal of Computer Vision* **55**(2 - 3), 85–106 (noviembre 2003).
- [256] TING-CHUEN PONG, LINDA G. SHAPIRO, LAYNE T. WATSON Y ROBERT M. HARALICK. Experiments in segmentation using a facet model region grower. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* **25**(1), 1–23 (enero 1984).
- [257] M. POTREBIC. Iterative fuzzy rule base technique for image segmentation. En “Neural Network Applications in Electrical Engineering, 2004. NEUREL 2004. 2004 7th Seminar on”, páginas 221–224 (2004).
- [258] LUTZ PRIESE, PATRICK STURM Y HAOJUN WANG. “Hierarchical Cell Structures for Segmentation of Voxel Images”, tomo 3540, páginas 6–16. (junio 2005).
- [259] JAN PUZICHA, THOMAS HOFMANN Y JOACHIM M. BUHMANN. Histogram clustering for unsupervised segmentation and image retrieval. *Pattern Recognition Letters* **20**(9), 899–909 (septiembre 1999).
- [260] XU QING, YANG JIE Y DING SIYI. “Unsupervised Multiscale Image Segmentation Using Wavelet Domain Hidden Markov Tree”, tomo 3157, páginas 797–804. (enero 2004).
- [261] YE XIU QING, HUANG ZHEN HUA Y XIAO QIANG. Histogram based fuzzy c-mean algorithm for image segmentation. En “Pattern Recognition, 1992. Vol.III. Conference C: Image, Speech and Signal Analysis, Proceedings., 11th IAPR International Conference on”, páginas 704–707 (1992).

- [262] J.C. RAJAPAKSE. Emerging region segmentation. En “Control, Automation, Robotics and Vision, 2002. ICARCV 2002. 7th International Conference on”, tomo 3, páginas 1706–1709 vol.3 (2002).
- [263] K. RATAKONDA Y N. AHUJA. Lossless image compression with multiscale segmentation. *Image Processing, IEEE Transactions on* **11**(11), 1228–1237 (2002).
- [264] C. REVOL-MULLER, F. PEYRIN, C. ODET Y Y. CARILLON. Automated 3d region growing algorithm governed by an evaluation function. En “Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on”, tomo 3, páginas 440–443 vol.3 (2000).
- [265] F.-J. RIVERA-MALDONADO, R.-E. TORRES-MUNIZ Y L.-O. JIMENEZ-RODRIGUEZ. Hough transform for robust segmentation of underwater multispectral images. tomo 5093(1), páginas 591–600 (2003).
- [266] S. ROMANÍ, P. SOBREVILLA Y E. MONTSENY. On the reliability degree of hue and saturation values of a pixel for color image classification. En “Fuzzy Systems, 2005. FUZZ ’05. The 14th IEEE International Conference on”, páginas 306–311 (2005).
- [267] SANTIAGO ROMANÍ-ALSO. “Labeled color image segmentation through perceptually relevant chromatic patterns”. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña (2006).
- [268] S. ROMANI, E. MONTSENY Y P. SOBREVILLA. An approach to a fuzzy color detection method, robust with regard to variable illuminant level conditions. En “Fuzzy Information Processing Society, 2002. Proceedings. NAFIPS. 2002 Annual Meeting of the North American”, páginas 69–74 (2002).

- [269] S. ROMANI, P. SOBREVILLA Y E. MONTSENY. Obtaining the relevant colors of an image through stability-based fuzzy color histograms. En “Fuzzy Systems, 2003. FUZZ ’03. The 12th IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 914–919 vol.2 (2003).
- [270] J.A. RUSHING, H. RANGANATH, T.H. HINKE Y S.J. GRAVES. Image segmentation using association rule features. *Image Processing, IEEE Transactions on* **11**(5), 558–567 (2002).
- [271] PUNAM K. SAHA Y JAYARAM K. UDUPA. Fuzzy connected object delineation: Axiomatic path strength definition and the case of multiple seeds. *Computer Vision and Image Understanding* **83**(3), 275–295 (septiembre 2001).
- [272] P. K. SAHOO, S. SOLTANI Y A. K. C. WONG. A survey of thresholding techniques. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* **41**(2), 233–260 (febrero 1988).
- [273] P. SALEMBIER Y L. GARRIDO. Binary partition tree as an efficient representation for imageprocessing, segmentation, and information retrieval. *Image Processing, IEEE Transactions on* **9**(4), 561–576 (2000).
- [274] M. SAMMOUDA, R. SAMMOUDA, N.ÑIKI Y K. MUKAI. Segmentaion and analysis of liver cancer pathological color image based on artificial neural networks. En “IEEE 1999 International Conference on Image Processing”, páginas 392–396 (1999).
- [275] A. SANFELIU, R. ALQUEZAR, J. ANDRADE, J. CLIMENT, F. SERRATOSA Y J. VERGES. Graph-based representations and techniques for image processing and image analysis. *Pattern Recognition* **35**(3), 639–650 (marzo 2002).

- [276] S.J. SANGWINE Y R.E.N HORNE. “The Color Image Processing Handbook”. Chapman & Hall (1998).
- [277] G. SCHAFER. “A Mathematical Theory of Evidence”. Princeton University Press (1976).
- [278] P. SCHEUNDERS Y J. SIJBERS. Multiscale watershed segmentation of multivalued images. En “Pattern Recognition, 2002. Proceedings. 16th International Conference on”, tomo 3, páginas 855–858 vol.3 (2002).
- [279] SOPHIE SCHÜPP, ABDERRAHIM ELMOATAZ, MOHAMED-JALAL FADILI Y DANIEL BLOYET. “Fast Statistical Level Sets Image Segmentation for Biomedical Applications”, tomo 2106, páginas 380–. (enero 2001).
- [280] S. SCHUPP, A. ELMOATAZ, J. FADILI, P. HERLIN Y D. BLOYET. Image segmentation via multiple active contour models and fuzzyclustering with biomedical applications. En “Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on”, tomo 1, páginas 622–625 vol.1 (2000).
- [281] JIANBO SHI Y J. MALIK. Normalized cuts and image segmentation. En “Computer Vision and Pattern Recognition, 1997. Proceedings., 1997 IEEE Computer Society Conference on”, páginas 731–737 (1997).
- [282] JIANBO SHI Y J. MALIK. Normalized cuts and image segmentation. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* **22**(8), 888–905 (2000).
- [283] SHI-JUAN-HE, XIA-WENG, YAMEI-YANG Y WEILI-YAN. Mri brain images segmentation. (2000).
- [284] FRANK Y. SHIH Y SHOUXIAN CHENG. Automatic seeded region growing for color image segmentation. *Image and Vision Computing* **23**(10), 877–886 (septiembre 2005).

- [285] W. SHITONG Y W. MIN. A new detection algorithm (nda) based on fuzzy cellular neural networks for white blood cell detection. *Information Technology in Biomedicine, IEEE Transactions on* **10**(1), 5–10 (2006).
- [286] E. SHORTLIFFE Y B. BUCHANAN. A model of inexact reasoning in medicine. *Mathematical Biosciences* **23**, 351–379 (1975).
- [287] A.O. SILVA, J.F.C. WANDERLEY, A.N. FREITAS, H.D.F. BASSANI, R.A. DE VASCONCELOS Y F.M.O. FREITAS. Watershed transform for automatic image segmentation of the human pelvic area. En “Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004. Proceedings. (ICASSP ’04). IEEE International Conference on”, tomo 5, páginas V–597–600 vol.5 (2004).
- [288] E.P. SIMONCELLI Y J. PORTILLA. Texture characterization via joint statistics of waveletcoefficient magnitudes. En “Image Processing, 1998. ICIP 98. Proceedings. 1998 International Conference on”, tomo 1, páginas 62–66 vol.1 (1998).
- [289] S. SINGH, M. MARKOU Y J. HADDON. Flir image segmentation and natural object classification. En “Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on”, tomo 1, páginas 681–684 vol.1 (2000).
- [290] A.A.W. SMITH, M.K. TEAL Y P. VOLES. The statistical characterization of the sea for the segmentation of maritime images. En “Video/Image Processing and Multimedia Communications, 2003. 4th EURASIP Conference focused on”, tomo 2, páginas 489–494 vol.2 (2003).
- [291] P. SOBREVILLA, D. GOMEZ, J. MONTERO Y E. MONTSENY. Unsupervised perceptual model for color image’s segmentation. En “Fuzzy Information Processing Society, 2005. NAFIPS 2005. Annual Meeting of the North American”, páginas 349–354 (2005).

- [292] P. SOBREVILLA, J. KELLER Y E. MONTSENY. Roads and pipes detection within ladar intensity images through fuzzy techniques. En “IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th”, tomo 2, páginas 1151–1155 vol.2 (2001).
- [293] P. SOBREVILLA Y E. MONTSENY. Generation of brightness membership functions for labeled image segmentation. En “Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on”, tomo 2, páginas 687–691 vol.3 (2001).
- [294] P. SOBREVILLA, E. MONTSENY Y S. ALVAREZ. Basic macrotextures structure detection in corneal images using fuzzy techniques. En “Fuzzy Information Processing Society, 2005. NAFIPS 2005. Annual Meeting of the North American”, páginas 162–167 (2005).
- [295] P. SOBREVILLA, E. MONTSENY Y J. KELLER. White blood cell detection in bone marrow images. En “Fuzzy Information Processing Society, 1999. NAFIPS. 18th International Conference of the North American”, páginas 403–407 (1999).
- [296] P. SOBREVILLA, E. MONTSENY Y J. KELLER. Using a fuzzy morphological structural element for image segmentation. En “Fuzzy Information Processing Society, 2000. NAFIPS. 19th International Conference of the North American”, páginas 95–99 (2000).
- [297] MONTSENY E. SOBREVILLA P. Fuzzy sets in computer vision: An overview. *Mathware & Soft Computing* **10**, 71–83 (2003).
- [298] M. SOMODEVILLA Y F.E. PETRY. Approximation of topological relations on fuzzy regions: an approach using minimal bounding rectangles.

- En “Fuzzy Information Processing Society, 2003. NAFIPS 2003. 22nd International Conference of the North American”, páginas 371–376 (2003).
- [299] R.D. STEWART, I. FERMIN Y M. OPPER. Region growing with pulse-coupled neural networks: an alternative to seeded region growing. *Neural Networks, IEEE Transactions on* **13**(6), 1557–1562 (2002).
- [300] PATRICK STURM Y LUTZ PRIESE. “3D-Color-Structure-Code - A Hierarchical Region Growing Method for Segmentation of 3D-Images”, tomo 2749, páginas 603–608. (enero 2003).
- [301] YONGQING SUN Y SHINJI OZAWA. Hirbir: A hierarchical approach to region-based image retrieval. *Multimedia Systems* **10**(6), 559–569 (octubre 2004).
- [302] JASJIT S. SURI. “White Matter/Gray Matter Boundary Segmentation Using Geometric Snakes: A Fuzzy Deformable Model”, tomo 2013, páginas 331–. (enero 2001).
- [303] Y.A. SYED Y M. SARFRAZ. Color edge enhancement based fuzzy segmentation of license plates. En “Information Visualisation, 2005. Proceedings. Ninth International Conference on”, páginas 227–232 (2005).
- [304] M. SZCZEPANSKI, B. SMOLKA, D. SLUSARCZYK, K.Ñ. PLATANIOTIS Y A.Ñ. VENETSANOPOULOS. Geodesic paths approach to color image enhancement. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* **46**, 1–15 (agosto 2001).
- [305] K. TAKAHASHI Y K. ABE. Color image segmentation using ISODATA clustering algorithm. *Transaction of the Institute of Electronic, Information and Communication Engineers* **J82D-II**(4), 751–762 (1999).

- [306] K. TAKAHASHI, H. NAKATANI Y K. ABE. Color image segmentation using ISODATA clustering method. En “Proc. of the 2nd Asian Conf. on Computer Vision”, páginas 523–527 (1995).
- [307] H. TANG, E.X. WU, D. GALLAGHER Y S.B. HEYMSFIELD. Monochrome image representation and segmentation based on the pseudo-color and pct transformations. En “Engineering in Medicine and Biology Society, 2001. Proceedings of the 23rd Annual International Conference of the IEEE”, tomo 3, páginas 2696–2699 vol.3 (2001).
- [308] W. TARNAWSKI Y A. MERTA. Colour image segmentation based on fuzzy rules derived from entropy measurement (2000).
- [309] HAMID R. TIZHOOSH. “Fuzzy Image Processing”. Springer-Verlag (1997).
- [310] O.J. TOBIAS Y R. SEARA. Image segmentation by histogram thresholding using fuzzy sets. *Image Processing, IEEE Transactions on* **11**(12), 1457–1465 (2002).
- [311] A. TREMEAU Y P. COLANTONI. Regions adjacency graph applied to color image segmentation. *Image Processing, IEEE Transactions on* **9**(4), 735–744 (2000).
- [312] A. TSAI, JR. YEZZI, A. Y A.S. WILLSKY. Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification. *Image Processing, IEEE Transactions on* **10**(8), 1169–1186 (2001).
- [313] DU-MING TSAI Y RON-HWA YANG. An eigenvalue-based similarity measure and its application in defect detection. *Image and Vision Computing* **23**(12), 1094–1101 (noviembre 2005).

- [314] Y. TUDUKI, K. MURASE, M. IZUMIDA, H. MIKI, K. KIKUCHI, K. MURAKAMI Y J. IKEZOE. Automated seeded region growing algorithm for extraction of cerebral blood vessels from magnetic resonance angiographic data. En “Engineering in Medicine and Biology Society, 2000. Proceedings of the 22nd Annual International Conference of the IEEE”, tomo 3, páginas 1756–1759 vol.3 (2000).
- [315] S.-G. TZAFESTAS Y S.-N. RAPTIS. Image segmentation via iterative fuzzy clustering based on local space-frequency multi-feature coherence criteria. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications* **28(1-2)**, 21–37 (2000).
- [316] SPYROS G. TZAFESTAS Y SOTIRISÑ RAPTIS. Image segmentation via iterative fuzzy clustering based on local space-frequency multi-feature coherence criteria. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* **28(1 - 2)**, 21–37 (junio 2000).
- [317] J.-K. UDUPA Y P.-K. SAHA. Axiomatic path strength definition for fuzzy connectedness and the case of multiple seeds. tomo 4684 pt. 1-3, páginas 123–33 (2002).
- [318] D. VAN DER WEKEN, M.ÑACHTEAGEL, V. DE WITTE, S. SCHULTE Y E.E. KERRE. A survey on the use and the construction of fuzzy similarity measures in image processing. En “Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications, 2005. CIMSA. 2005 IEEE International Conference on”, páginas 187–192 (2005).
- [319] DIETRICH VAN DER WEKEN, MIKE NACHTEGAEL Y ETIENNE E. KERRE. Using similarity measures and homogeneity for the comparison of images. *Image and Vision Computing* **22(9)**, 695–702 (agosto 2004).

- [320] N. VANDENBROUCKE, L. MACAIRE Y J.-G. POSTAIRE. Color image segmentation by supervised pixel classification in a color texture feature space. application to soccer image segmentation. En “Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on”, tomo 3, páginas 621–624 vol.3 (2000).
- [321] I. VANHAMEL, I. PRATIKAKIS Y H. SAHLI. Multiscale gradient watersheds of color images. *Image Processing, IEEE Transactions on* **12**(6), 617–626 (2003).
- [322] IRIS VANHAMEL, IOANNIS PRATIKAKIS Y HICHEM SAHLI. “Hierarchical Segmentation Using Dynamics of Multiscale Color Gradient Watersheds”, tomo 2106, páginas 371–. (enero 2001).
- [323] E. VIDHOLM, X. TIZON, I. NÏYSTROM Y E. BENGTSSON. Haptic guided seeding of mra images for semi-automatic segmentation.
- [324] KARINA WALDEMARK, THOMAS LINDBLAD, VLATKO BECANOVIC, JOSE L. L. GUILLEN Y PHILLIP L. KLINGNER. Patterns from the sky: Satellite image analysis using pulse coupled neural networks for pre-processing, segmentation and edge detection. *Pattern Recognition Letters* **21**(3), 227–237 (marzo 2000).
- [325] SHU-YEN WAN, JUNG-TAI CHEN Y SHU-HUANG YEH. Efficient fuzzy-connectedness segmentation using symmetric convolution and adaptive thresholding. En “Image Processing, 2004. ICIP ’04. 2004 International Conference on”, tomo 2, páginas 905–908 Vol.2 (2004).
- [326] SHU-YEN WAN Y E. NÏUNG. Seed-invariant region growing: its properties and applications to 3-d medical ct images. En “Image Processing, 2001.

- Proceedings. 2001 International Conference on”, tomo 1, páginas 710–713 vol.1 (2001).
- [327] B. WANG, P.-K. SAHA, J.-K. UDUPA, M.-A. FERRANTE, J. BAUMGARDNER, D.-A. ROBERTS Y R.-R. RIZI. 3d airway segmentation via hyperpolarized ³he gas mri by using scale-based fuzzy connectedness. *Computerized Medical Imaging and Graphics* **28(1-2)**, 77–86 (2004).
- [328] S.L. WANG, S.H. LEUNG Y W.H. LAU. Lip segmentation by fuzzy clustering incorporating with shapefunction. En “Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2002. Proceedings. (ICASSP '02). IEEE International Conference on”, tomo 1, páginas I–1077–I–1080 vol.1 (2002).
- [329] YUZHONG WANG, JIE YANG Y NINGSONG PENG. Unsupervised color-texture segmentation based on soft criterion with adaptive mean-shift clustering. *Pattern Recognition Letters* **In Press, Corrected Proof**, – (2005).
- [330] WANG-ZHONG-YUAN, HU-RUI-MIN Y ZHANG-KAI. Realization of split-merge algorithm in image segmentation or components labeling. *Mini Micro Systems* **25(9)**, 1648–51 (2004).
- [331] A.R. WEEKS Y G.E. HAGUE. Color segmentation in the HSI color space using k-means algorithm. En “Proc. of the SPIE - Nonlinear Image Processing VIII”, páginas 143–154 (1997).
- [332] XIAN-BIN WEN Y ZHENG TIAN. Mixture multiscale autoregressive modelling of sar imagery for segmentation. *Electronics Letters* **39(17)**, 1272–1274 (2003).
- [333] SLAWO WESOLKOWSKI Y PAUL FIEGUTH. “Hierarchical Regions for Image Segmentation”, tomo 3211, páginas 9–16. (enero 2004).

- [334] M.A. WIRTH, J. LYON Y D.ÑIKITENKO. A fuzzy approach to segmenting the breast region in mammograms. En “Fuzzy Information, 2004. Processing NAFIPS '04. IEEE Annual Meeting of the”, tomo 1, páginas 474–479 Vol.1 (2004).
- [335] ZBIGNIEW M. WOJCIK. A natural approach in image processing and pattern recognition: Rotating neighbourhood technique, self-adapting threshold, segmentation and shape recognition. *Pattern Recognition* **18**(5), 299–326 (1985).
- [336] I. WOLF, M. HASTENTEUFEL, R. DE SIMONE, M. VETTER, G. GLOMBITZA, S. MOTTLL-LINK, C.F. VAHL Y H.-P. MEINZER. Ropes: a semiautomated segmentation method for accelerated analysis of three-dimensional echocardiographic data. *Medical Imaging, IEEE Transactions on* **21**(9), 1091–1104 (2002).
- [337] HAU-SAN WONG Y LING GUAN. Characterization of perceptual importance for object-based imagesegmentation. En “Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on”, tomo 3, páginas 54–57 vol.3 (2000).
- [338] XIAOBO-LI, ZHI-QIANG-LIU Y KA-MING-LEUN. Detection of vehicles from traffic scenes using fuzzy integrals. *Pattern Recognition* **35**(4), 967–80 (2002).
- [339] HAIXIA XU, ZHENG TIAN Y FAN MENG. “Segmentation of SAR Image Using Mixture Multiscale ARMA Network”, tomo 3611, páginas 371–375. (julio 2005).
- [340] H. XUE, T. GERAUD Y A. DURET-LUTZ. Multiband segmentation using morphological clustering and fusion application to color image segmenta-

- tion. En “Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on”, tomo 1, páginas I-353–6 vol.1 (2003).
- [341] JAR-FERR YANG, SHU-SHENG HAO, PAU-CHOO CHANG Y CHICH-LING HUANG. Color object segmentation with eigen-based fuzzy c-means. En “Circuits and Systems, 2000. Proceedings. ISCAS 2000 Geneva. The 2000 IEEE International Symposium on”, tomo 5, páginas 25–28 vol.5 (2000).
- [342] JAR-FERR YANG, SHU-SHENG HAO Y PAU-CHOO CHUNG. Color image segmentation using fuzzy c-means and eigenspace projections. *Signal Processing* **82**(3), 461–472 (marzo 2002).
- [343] YANG-BIN-WEI, LU-XI-QUN Y CHEN-CHUN. Multiscale color segmentation algorithm for textile images. *Journal of Zhejiang University* **39**(4), 530–3, 546 (2005).
- [344] YAO-LIN, JIE-TIAN Y HUIGUANG-HE. Image segmentation via fuzzy object extraction and edge detection and its medical application. *Journal of X Ray Science and Technology* **10**(1-2), 95–106 (2002).
- [345] N.C. YEO, K.H. LEE, Y.V. VENKATESH Y S.H. ONG. Colour image segmentation using the self-organizing map and adaptive resonance theory. *Image and Vision Computing* **23**(12), 1060–1079 (noviembre 2005).
- [346] YING-ZHUGE, J.-K. UDUPA Y P.-K. SAHA. Vectorial-scale-based fuzzy-connected image segmentation. tomo 4684 pt. 1-3, páginas 1476–87 (2002).
- [347] GANG YU, YALIN MIAO, PENG LI Y ZHENGZHONG BIAN. “Multiscale Vessel Segmentation: A Level Set Approach”, tomo 3773, páginas 701–709. (octubre 2005).

- [348] CHANG YUCHOU, ZHOU YUE Y WANG YONGGANG. “Combined Color and Texture Segmentation Based on Fibonacci Lattice Sampling and Mean Shift”, tomo 3656, páginas 24–31. (octubre 2005).
- [349] L.A. ZADEH. Fuzzy sets. *Information and Control* **8**, 338–353 (1965).
- [350] L.A. ZADEH. Similarity relations and fuzzy orderings. *Information Sciences* **3**(2), 177–200 (1971).
- [351] XIANG-YAN ZENG, YEN-WEI CHEN, ZENSHO NAKAO Y HANQING LU. Texture representation based on pattern map. *Signal Processing* **84**(3), 589–599 (marzo 2004).
- [352] DAO-QIANG ZHANG Y SONG-CAN CHEN. A novel kernelized fuzzy c-means algorithm with application in medical image segmentation. *Artificial Intelligence in Medicine* **32**(1), 37–50 (septiembre 2004).
- [353] MINGSHAN ZHANG, JIAN HUANG Y YUDI PAWITANM. On boundary pixels in seeded region growing segmentation. En “Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies, 2003. PDCAT’2003. Proceedings of the Fourth International Conference on”, páginas 838–839 (2003).
- [354] XIAO-PING ZHANG Y M.D. DESAI. Segmentation of bright targets using wavelets and adaptivethresholding. *Image Processing, IEEE Transactions on* **10**(7), 1020–1030 (2001).
- [355] Y. J. ZHANG. A survey on evaluation methods for image segmentation. *Pattern Recognition* **29**(8), 1335–1346 (agosto 1996).
- [356] ZHANG-XING-MING Y LI-FENG-SEN. Using fuzzy competitive hopfield neural network for image segmentation. *Journal of Software* **11**(7), 953–6 (2000).

- [357] SHUYAN ZHAO, ZHERU CHI, PENFEI SHI Y HONG YAN. Two-stage segmentation of unconstrained handwritten chinese characters. *Pattern Recognition* **36**(1), 145–156 (enero 2003).
- [358] DANIAN ZHENG, YANNAN ZHAO Y JIAXIN WANG. An efficient method of license plate location. *Pattern Recognition Letters* **26**(15), 2431–2438 (noviembre 2005).
- [359] D.-X. ZHONG Y H. YAN. Color image segmentation using color space analysis and fuzzy clustering.
- [360] YING ZHUGE, JAYARAM K. UDUPA Y PUNAM K. SAHA. Vectorial scale-based fuzzy-connected image segmentation. *Computer Vision and Image Understanding* **101**(3), 177–193 (marzo 2006).