

Estimación de Parámetros en Restauración de Imágenes Multicanal. Aplicación a Imágenes Astronómicas *

M. Vega^a, R. Molina^b, J.M. Guirao^a, J. Abad^b and J. Mateos^b

- a) Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos. Universidad de Granada.
18071 Granada, España.
- b) Departamento de Ciencias de la Computación e I.A. Universidad de Granada.
18071 Granada, España.
email: tic989@decsai.ugr.es

Resumen

En este artículo se proponen nuevos métodos para la restauración de imágenes astronómicas multicanal, deterioradas por la presencia de un ruido gaussiano. También se proponen técnicas de estimación de los hiperparámetros del modelo de restauración y se presentan los resultados experimentales obtenidos para imágenes astronómicas reales.

1 Introducción

El estudio de imágenes multibanda, observadas en tiempos distintos, o correspondientes a varios sensores es de gran utilidad en muchos campos de aplicación. Entre estos campos podemos mencionar la teledetección, la navegación de robots con sensores múltiples, el diagnóstico médico basado en imágenes y, cómo no, la restauración de imágenes astronómicas.

La diferencia entre la restauración multicanal y la monocanal estriba en la redundancia y la complementariedad de la información contenida por los diversos canales. El procesamiento necesario es más complejo, como consecuencia de la mayor dimensión del problema y de la necesidad de extraer e intercambiar información entre los canales.

El tema de la restauración multicanal (multibanda) de imágenes ha despertado un gran interés (consúltese por ejemplo [1, 2, 7] y sus referencias).

En este artículo, cuya estructura comentamos a continuación, se estudiará la aplicación de técnicas Bayesianas de restauración multicanal a imágenes astronómicas. En la sección 2 haremos una breve introducción al paradigma Bayesiano y describiremos los modelos de imagen y ruido a utilizar. En la sección 3 se describirá el método propuesto de restauración de imágenes multicanal, para los modelos de imagen y de ruido mencionados anteriormente. La estimación de los parámetros del modelo se describe en la sección 4. Finalmente, en la sección 5, se discutirán los resultados obtenidos y se propondrán las conclusiones de este trabajo.

Este trabajo ha sido financiado por la "Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología" con cargo al proyecto TIC-989: "Investigación y desarrollo de software para la restauración y compresión bayesiana de imágenes. Aplicaciones a medicina nuclear y astronomía". Una versión preliminar de este trabajo fué presentada en el SNRFAT'99 [11].

2 El problema de la restauración multicanal

Una imagen multicanal x compuesta por nQ imágenes x_i ($0 \leq i < nQ$), de tamaño $M \times N$, puede expresarse como sigue:

$$x = (x_0^t, x_1^t, \dots, x_{nQ-1}^t)^t. \quad (1)$$

Sea f una imagen multicanal original, esto es, la que se observaría bajo unas condiciones ideales de ausencia de ruido y de distorsiones causadas por emborronamiento o por la instrumentación. Nuestro objetivo es la reconstrucción de f a partir de una imagen observada g . Tanto f como g se pueden expresar en términos de las correspondientes imágenes monocanal, f_i y g_i , como en Ec. (1).

Los métodos de restauración bayesiana trabajan a partir de una *distribución a priori* $P(f)$; esta distribución probabilística, sobre el espacio de posibles imágenes originales f , aporta información sobre la estructura que se espera tengan las mismas. También interviene la distribución de probabilidad de las imágenes observadas g en el supuesto de que la imagen original fuera efectivamente f : $P(g/f)$. En este paradigma, la estimación, \hat{f} , de la imagen original se suele obtener como solución de la siguiente ecuación:

$$\hat{f} = \arg \min_f \{-\log[P(f) \times P(g/f)]\}. \quad (2)$$

A continuación estudiaremos el modelo de degradación $P(g/f)$ y el modelo a priori de imagen $P(f)$.

2.1 Modelo de degradación

El deterioro de la imagen observada g se debe a la acción del emborronamiento y del ruido, por lo que adoptaremos como modelo de degradación:

$$g = Hf + \epsilon \quad (3)$$

ya hemos indicado el significado de f y de g ; ϵ representa un ruido gaussiano aditivo

$$\epsilon \sim \mathcal{N}(0, K_n)$$

H es la matriz multicanal de emborronamiento, que no da lugar a trasvase de información entre canales y K_n es el vector multicanal de varianzas del ruido gaussiano

$$K_n = (K_{n_0}, K_{n_1}, \dots, K_{n_{nQ-1}})^t.$$

Así, tendremos que

$$P(g/f) \propto \exp \left[- \sum_{i=0}^{nQ-1} \frac{1}{2K_{n_i}} \| g_i - (Hf)_i \|^2 \right] \quad (4)$$

donde K_{n_i} es la varianza del ruido gaussiano del canal i .

Es importante notar que el ruido de las imágenes astronómicas suele modelizarse como la suma de un ruido multiplicativo dependiente de la señal y un ruido gaussiano independiente de ella (ver [9]) y que el método que propondremos puede extenderse a este tipo de ruido. Sin embargo, en este trabajo nos hemos centrado en el ruido independiente de la señal, ya que pretendemos utilizar la información multibanda para la restauración de objetos de baja luminosidad.

2.2 Modelos de imagen

La mayoría de los trabajos en la literatura utilizan distribuciones de probabilidad gaussianas para los modelos a priori. Un modelo clásico es el siguiente:

$$P(f) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\sum_{i=0}^{NQ-1} \frac{1}{K_{s_i}} \left(f_i^t (I_{MN} - C) f_i \right) + f^t \Gamma f \right] \right\} \quad (5)$$

donde los K_{s_i} son las varianzas del modelo a priori multicanal, C es la matriz del modelo CAR [10], que en el término $f_i^t (I_{MN} - C) f_i$ prima la similitud de cada píxel con sus cuatro vecinos en la imagen de cada canal, y $f^t \Gamma f$ representa una correlación entre canales de la forma

$$f^t \Gamma f = \sum_{0 \leq iQ < jQ < nQ} \gamma_{iQ, jQ} \|f_{iQ} - f_{jQ}\|^2. \quad (6)$$

Cuando tratemos de estimar la imagen original, esto es, cuando tratemos de resolver la Ec. (2), nos encontraremos con problemas de dos tipos:

- Problemas técnicos debidos al tamaño de las matrices resultantes. Existen formas de paliar este tipo de problemas [1, 3].
- Problemas del modelo: un término de correlación como el de la Ec. (6) da más importancia a los canales con un mayor valor de flujo. Sin embargo, lo que se persigue no es este trasvase cuantitativo (de flujo) entre canales sino más bien un trasvase cualitativo de información.

Para evitar el segundo de los problemas mencionados, los γ que aparecen en la Ec. (6) deben ser corregidos mediante la introducción de un factor del tipo $1/(\|f_{iQ}\| \|f_{jQ}\|)$ [2]. Dicha introducción permite obtener buenos resultados experimentales para imágenes fotográficas en color, deterioradas artificialmente mediante la introducción de ruido gaussiano en los canales azul, rojo y verde, aunque no se consigue evitar el trasvase de flujo entre canales.

Con la idea de adaptar esta técnica al procesamiento de imágenes astronómicas, comenzamos por introducir un factor de corrección de la forma $1/(\Phi_{(iQ)} \Phi_{(jQ)})$ [7], siendo $\Phi_{(iQ)}$ el flujo total del canal iQ , sin embargo, ésto no produjo resultados satisfactorios, al reducir excesivamente la contribución del término de correlación entre canales en el modelo a priori.

Aún así, un término de corrección de este tipo resuelve en parte los problemas del modelo, pues no da a la información que aporta cada canal un peso proporcional a los correspondientes valores de píxel. De este modo es posible resaltar objetos de la imagen que aparecen con mayor nitidez en otros canales, aunque los valores de píxel correspondientes sean pequeños.

Para que la influencia de un término de correlación del tipo propuesto sea apreciable es necesario dar valores muy grandes a los parámetros γ , existiendo además cierta relación entre estos valores y los de K_n . Es por esto por lo que proponemos un término de correlación del tipo:

$$f^t \Gamma f = \sum_{0 \leq iQ < jQ < nQ} \frac{\Phi}{\Phi_{iQ} \Phi_{jQ} K_{niQ} K_{njQ}} |f_{iQ} - f_{jQ}|^2, \quad (7)$$

en el que Φ es es valor medio del flujo total en los nQ canales.

Para paliar el problema de las transferencias de flujo, impondremos a la Ec. (2) una restricción de conservación del flujo dentro de cada canal.

3 Algoritmos

Para obtener una estimación de f , esto es, para resolver Ec. (2), han de tenerse en cuenta el modelo de ruido $P(g/f)$ de Ec. (4) y el modelo a priori $P(f)$ de Ec. (5), tomando para Γ la definición de Ec. (7).

Entonces, la resolución de la Ec. (2) queda planteada en los siguientes términos

$$\hat{f} = \arg \min_f \left\{ \sum_{i=0}^{nQ-1} \frac{1}{2K_{n_i}} \|g_i - (Hf)_i\|^2 + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=0}^{nQ-1} \frac{1}{K_{s_i}} \left(f_i^t (I_{MN} - C) f_i \right) + f^t \Gamma f \right] \right\}. \quad (8)$$

La Ec. (8) ha de resolverse bajo la restricción de conservación de flujo, $\Phi_{iQ} = \psi_{iQ}$ para todo valor de iQ , siendo Φ_{iQ} y ψ_{iQ} los flujos del canal iQ para la solución f y para la imagen original respectivamente. Tomaremos la aproximación de que

$$\psi_{iQ} = 1_{MN}^t \hat{f}_{iQ} \cong 1_{MN}^t g_{iQ} \quad (9)$$

en la hipótesis de que $1_{MN}^t \epsilon_{iQ} \cong 0$, siendo 1_{MN}^t el vector MN -dimensional $(1, 1, 1, \dots, 1)$.

La Ec. (8) puede resolverse en el dominio de Fourier usando las técnicas descritas en [3]. En este dominio, la restricción de conservación de flujo es fácil de aplicar teniendo en cuenta que

$$\Phi_{iQ} = MN (\mathcal{F}[f_{iQ}])_{(0)} \quad (10)$$

donde $\mathcal{F}[f_{iQ}]$ es la transformada de Fourier de f_{iQ} . Esto permite conservar los flujos sin más que fijar los valores de las primeras componentes de las transformadas de Fourier de las f_{iQ} , y equivaldría a multiplicar la imagen, en el dominio espacial, por un factor de escala.

4 Estimación de parámetros

Para poder resolver la Ec. (8), esto es, para estimar \hat{f} , los valores de los parámetros K_n y K_s deben ser determinados.

Para la estimación de las varianzas del ruido K_n , hemos aplicado el método propuesto en [4]. Este método se basa en la búsqueda de regiones de la imagen g en las que la contribución predominante sea la del ruido de fondo gaussiano, para así obtener una estimación de la varianza del mismo.

Una propiedad importante de la varianza del ruido gaussiano es que su valor aumenta monotonamente con el tamaño de la muestra. Además, por ser la varianza un buen estimador, su margen de confianza se estrecha conforme aumenta el número de grados de libertad de la muestra. En [4] se estudian detalladamente estos aspectos de la varianza. El método procede en dos pasos:

1. Primero se obtiene una secuencia $[l = 3, 4, \dots]$ de descomposiciones de la imagen en cuadros de tamaño $2^l \times 2^l$ píxeles. Para cada nivel de resolución (para cada valor de l) se estima el valor mínimo de la varianza en los cuadros en que fue dividida la imagen; esta estimación se basa en un análisis de los cuatro valores más pequeños de la varianza en el nivel. Obtendremos así una secuencia de estimaciones de la varianza $[q_l | l = 3, \dots]$ correspondiente a una secuencia creciente de niveles de resolución.

2. En segundo lugar, el crecimiento de la secuencia de varianzas obtenida experimentalmente es comparado con el que correspondería teóricamente a una imagen que sólo contuviese ruido gaussiano, sin señal alguna. A partir de un cierto nivel de resolución se puede observar una disparidad entre el comportamiento experimental y teórico, debido a que todas las regiones en que se dividió la imagen contienen señal y ruido. Se tomará como valor estimado para la varianza del ruido el de q_l para el nivel de resolución inmediatamente inferior.

Puesto que éste método no usa ningún algoritmo de segmentación ni de detección de aristas para distinguir entre señal y ruido, se trata de un método robusto y adecuado para el tratamiento de imágenes astronómicas.

Una vez conocido K_n , es posible determinar empíricamente la relación señal/ruido y obtener a partir de ésta un valor aceptable para el parámetro K_s , la varianza del modelo a priori.

5 Resultados y Conclusiones

Los algoritmos propuestos han sido probados con las imágenes astronómicas multicanal que aparecen en Fig. 1(a)–(c) que corresponden a observaciones de los mismos objetos para longitudes de onda diferentes. Todas las imágenes se muestran en escala logarítmica. Los flujos correspondientes a cada canal son 17059 en Fig. 1(a), 83087 en Fig. 1(b) y 37820 en Fig. 1(c). Los rangos de valores de píxel de las imágenes son $[0, 10]$ para Fig. 1(a), $[0, 62]$ para Fig. 1(b) y $[0, 24]$ para Fig. 1(c).

El emborronamiento atmosférico en los distintos canales, H_{iQ} , se puede aproximar mediante

$$H_{iQ_{ij}} \propto h(r_{ij}) = \left[1 + \left(\frac{r_{ij}}{R_{iQ}} \right)^2 \right]^{-\beta_{iQ}} \quad (11)$$

donde r_{ij} es la distancia (en píxeles) entre los píxeles i y j y las matrices H_{iQ} se someten a la condición de *normalización* $H_{iQ} \mathbf{1}_{MN} = \mathbf{1}_{MN}$. Hemos tomado $\beta_{iQ} \sim 3$ y $R_{iQ} \sim 3.4$ píxel para los tres canales.

Aplicando la técnica de estimación de parámetros indicada anteriormente se obtuvieron, para las varianzas del ruido de los canales, los valores $K_n = (378 \times 10^{-6}, 1318 \times 10^{-6}, 1202 \times 10^{-6})$. Las relaciones señal/ruido estimadas son 28.61dB, 38.82dB y 30.65dB, respectivamente.

En la figura 2(a) aparece el resultado de la aplicación de un filtro monocanal gaussiano a la imagen de Fig. 1(a) (el de la Ec. (8) para el caso en que $nQ = 0$). En la figura 2(a) puede verse el resultado obtenido con el método de restauración gaussiana multicanal propuesto.

Las imágenes observadas (Fig. 1) con las que hemos trabajado en este experimento presentan cierta dificultad de cara al proceso de restauración, por lo significativo de las diferencias de luminosidad (uno o dos órdenes de magnitud en muchos casos) entre unos objetos y otros. También debe tenerse en cuenta la proximidad entre los valores de algunos objetos y los del ruido de fondo gaussiano. En la restauración multicanal Fig. 2(b) puede observarse un fondo de imagen más limpio que en la restauración monocanal Fig. 2(a). Por otra parte, en la restauración multicanal son perceptibles algunos objetos que en la restauración monocanal habían sido eliminados junto con el ruido.

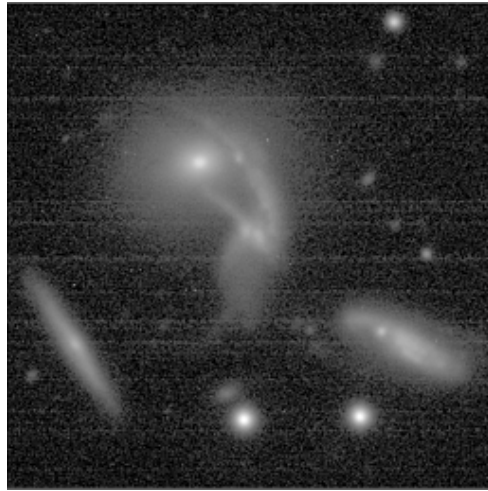
Puede concluirse que el empleo de técnicas multicanal ha permitido una eliminación más precisa del ruido de fondo gaussiano.

Agradecimientos

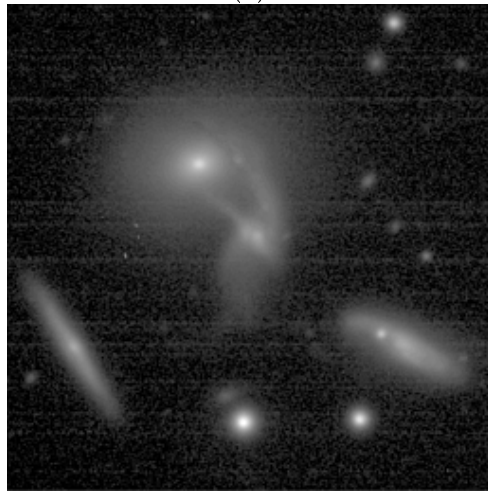
Quisiéramos agradecer a A. del Olmo y J. Perea, miembros del Instituto de Astrofísica de Andalucía, el habernos proporcionado las imágenes que hemos usado en este trabajo.

Referencias

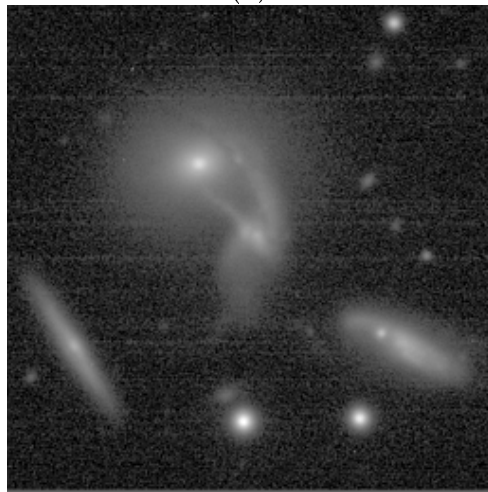
- [1] N.P. Galatsanos and R.T. Chin, “Digital Restoration of Multichannel Images”, *IEEE Trans. on Acoust. Speech and Signal Proc.*, vol 37, no. 3, pp. 415-421, 1989.
- [2] N.P. Galatsanos, A.K. Katsaggelos, R.T. Chin and A.D. Hillery, “Least Squared Restoration of Multichannel Images”, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol 39, no. 10, pp. 2222-2236, 1991.
- [3] A.K. Katsaggelos, K.T. Lay, and N.P. Galatsanos, “A General Framework for Frequency Domain Multi-Channel Signal Processing”, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol 2, no. 3, pp. 417-420, 1993.
- [4] P. Meer, J. M. Jolion and A. Rosenfeld, “A Fast Algorithm for Blind Estimation of Noise Variance”, *IEEE Trans. on Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol 2, no. 2, pp. 216-223, 1990.
- [5] R. Molina, “On the Hierarchical Bayesian Approach to Image Restoration. Application to Astronomical Images”, *IEEE Trans. on Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol 16, pp. 1222-1228, 1994.
- [6] R. Molina and A.K. Katsaggelos, “On the Hierarchical Bayesian Approach to Image Restoration and the Iterative Evaluation of the Regularization Parameter”, *Proc. Visual Communication and Image Processing'94*, Chicago, pp. 244-251, 1994.
- [7] R. Molina and J. Mateos, “Multichannel Image Restoration in Astronomy”, *Vistas in Astronomy*, vol. 41, n. 3, pp. 373-378, 1997.
- [8] R. Molina, J. Mateos, J. Abad, N. Pérez de la Blanca, A. Molina and F. Moreno, “Bayesian Image Restoration in Astronomy: Application to Images of the Recent Collision of Comet Shoemaker-Levy 9 with Jupiter”, *Int. Jour. Imag. Syst. Tech.*, vol. 6, pp. 370-375, 1995.
- [9] J. Núñez and J. Llacer, “A General Bayesian Image Reconstruction Algorithm with Entropy Prior. Preliminary Application to HST data”. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 105, pp. 1191-1208, 1993.
- [10] B.D. Ripley, *Spatial Statistics*, Wiley, New York, 1981.
- [11] J.M. Guirao, M. Vega, R. Molina, J. Abad, J. Mateos, “Parameter Estimation in Multichannel Image Restoration. Applications in Astronomy”, *Pattern Recognition and Image Analysis. Proc. VIII Symposium Nacional de Reconocimiento de Formas y Análisis de Imágenes*, M.I. Torres and A. Sanfeliu (Eds.), Bilbao, pp. 455-461, 1999.



(a)

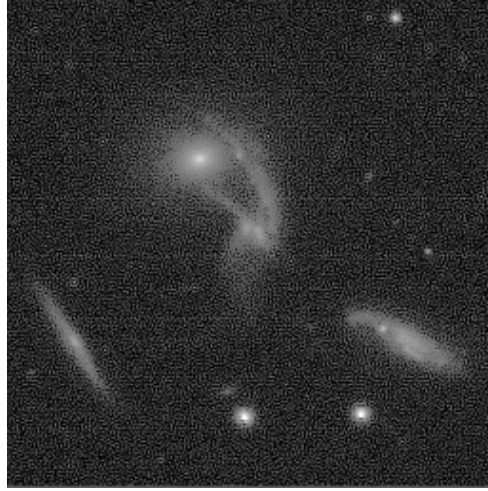


(b)

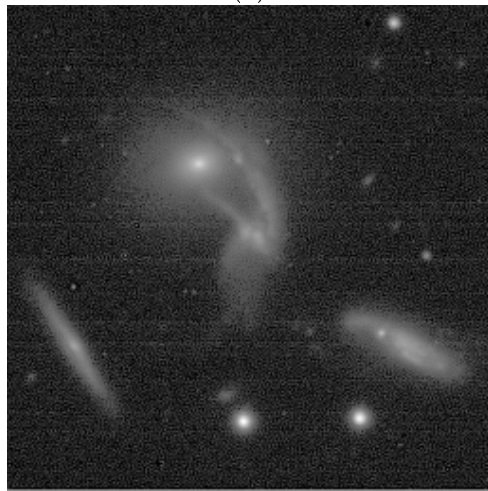


(c)

Figura 1: (a),(b) y (c) son las imágenes observadas para tres longitudes de onda distintas.



(a)



(b)

Figura 2: (a) Restauración de Fig. 1(a) mediante un algoritmo monocanal y (b) Restauración mediante el algoritmo multicanal propuesto.